

Câu 1. (2 điểm)

1. Tính $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$

2. Xác định giá trị của a, biết đồ thị hàm số $y = ax - 1$ đi qua điểm $M(1;5)$

Câu 2: (3 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-2} - \frac{2}{a-2\sqrt{a}}\right) \cdot \left(\frac{a-3\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + 1\right)$ với $a > 0, a \neq 4$

2. Giải hệ pt:
$$\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

3. Chứng minh rằng pt: $x^2 + mx + m - 1 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm của pt đã cho, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = x_1^2 + x_2^2 - 4(x_1 + x_2)$$

Câu 3: (1,5 điểm)

Một ô tô tải đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Sau 2 giờ 30 phút thì một ô tô taxi cũng xuất phát đi từ A đến B với vận tốc 60 km/h và đến B cùng lúc với xe ô tô tải. Tính độ dài quãng đường AB.

Câu 4: (3 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A sao cho $OA = 3R$. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ của đường tròn (O), với P và Q là 2 tiếp điểm. Lấy M thuộc đường tròn (O) sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AM và đường tròn (O). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

1. Chứng minh APOQ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $KA^2 = KN \cdot KP$

3. Kẻ đường kính QS của đường tròn (O). Chứng minh tia NS là tia phân giác của góc \widehat{PNM} .

4. Gọi G là giao điểm của 2 đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo bán kính R.

Câu 5: (0,5 điểm)

Cho a, b, c là 3 số thực khác không và thoả mãn:

$$\begin{cases} a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = 0 \\ a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2013}}$

HƯỚNG DẪN CHẤM (tham khảo)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	$\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} - \sqrt{2} = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2} = 1$ KL:	1
	2	Do đồ thị hàm số $y = ax-1$ đi qua $M(1;5)$ nên ta có $a.1-1=5 \Rightarrow a=6$ KL:	1
2	1	$A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)} - \frac{2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)} \right) \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}-2)}{\sqrt{a}-2} + 1 \right) =$ $= \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)} \right) \cdot (\sqrt{a}-1+1) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a} = 1$ KL:	0,5 0,5
		2	$\begin{cases} 2x-5y=9 \\ 3x+y=5 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} 2x-5y=9 \\ 15x+5y=25 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} 2x-5y=9 \\ 17x=34 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} y=-1 \\ x=2 \end{cases}$ KL:
3	3	Xét Pt: $x^2 + mx + m - 1 = 0$ $\Delta = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$ Vậy pt luôn có nghiệm với mọi m Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = m-1 \end{cases}$ Theo đề bài $B = x_1^2 + x_2^2 - 4(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2)$ $= m^2 - 2(m-1) - 4(-m) = m^2 - 2m + 2 + 4m = m^2 + 2m + 1 + 1$ $= (m+1)^2 + 1 \geq 1$ Vậy $\min B = 1$ khi và chỉ khi $m = -1$ KL:	0,25 0,25
		3	Gọi độ dài quãng đường AB là x (km) $x > 0$ Thời gian xe tải đi từ A đến B là $\frac{x}{40}$ h Thời gian xe Taxi đi từ A đến B là $\frac{x}{60}$ h Do xe tải xuất phát trước $2h30\text{phút} = \frac{5}{2}$ nên ta có pt KL:

5	<p>Ta có:</p> $a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = 0$ $\hat{U} \quad a^2b + a^2c + b^2c + b^2a + c^2a + c^2b + 2abc = 0$ $\hat{U} \quad (a^2b + b^2a) + (c^2a + c^2b) + (2abc + b^2c + a^2c) = 0$ $\hat{U} \quad ab(a+b) + c^2(a+b) + c(a+b)^2 = 0$ $\hat{U} \quad (a+b)(ab + c^2 + ac + bc) = 0$ $\hat{U} \quad (a+b).(a+c).(b+c) = 0$ <p>*TH1: nếu $a+b=0$</p> <p>Ta có $\begin{cases} a = -b \\ a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1 \end{cases} \hat{U} \begin{cases} a = -b \\ c = 1 \end{cases}$ ta có $Q = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2013}} = 1$</p> <p>Các trường hợp còn lại xét tương tự</p> <p>Vậy $Q = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2013}} = 1$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
---	--	-------------------------