

## BÀI TẬP HÌNH HỌC 7

**Bài 1 :** Cho tam giác ABC có  $\hat{A} < 90^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC.

Chứng minh:  $DC = BE$  và  $DC \perp BE$

HD:

*Phân tích tìm hướng giải*

\*Để CM  $DC = BE$  cần CM  $\triangle ABE = \triangle ADC$  (c.g.c)

Có :  $AB = AD, AC = AE$  (gt)

$\Rightarrow$  Cần CM :  $\angle DAC = \angle BAE$

Có :  $\angle BAE = 90^\circ + \angle BAC = \angle DAC$

\* Gọi I là giao điểm của AB và CD

Để CM :  $DC \perp BE$  cần CM  $\angle I_2 + \angle B_1 = 90^\circ$

Có  $\angle I_1 = \angle I_2$  ( Hai góc đối đỉnh) và  $\angle I_1 + \angle D_1 = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Cần CM  $\angle B_1 = \angle D_1$  ( vì  $\triangle ABE = \triangle ADC$ )

### *Lời giải*

a) Ta có  $\angle BAE = 90^\circ + \angle BAC = \angle DAC \Rightarrow \angle DAC = \angle BAE$  , mặt khác  $AB = AD, AC = AE$  (gt)

Suy ra  $\triangle ABE = \triangle ADC$ (c.g.c)  $\Rightarrow DC = BE$

b) Gọi I là giao điểm của AB và CD

Ta có  $\angle I_1 = \angle I_2$  ( Hai góc đối đỉnh) ,  $\angle I_1 + \angle D_1 = 90^\circ$  (  $\triangle ADI$  vuông tại A) và  $\angle B_1 = \angle D_1$  ( vì  $\triangle ABE = \triangle ADC$ )  $\Rightarrow \angle I_2 + \angle B_1 = 90^\circ \Rightarrow DC \perp BC$

*\*Khai thác bài 1:*

*Từ bài 1 ta thấy :  $DC = BE$  và  $DC \perp BE$  khi  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACE$  vuông cân, vậy nếu có  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACE$  vuông cân , Từ B kẻ  $BK \perp CD$  tại D thì ba điểm E, K, B thẳng hàng*

*Ta có bài toán 1.2*

**Bài 1.1:** Cho tam giác ABC có  $\hat{A} < 90^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC . Từ B kẻ  $BK \perp CD$  tại K

Chứng minh rằng ba điểm E, K, B thẳng hàng

HD : Từ bài 1 chứng minh được  $DC \perp BE$  mà  $BK \perp CD$  tại K suy ra ba điểm E, K, B thẳng hàng

*\*Khai thác bài 1.1*

*Từ bài 1.1 nếu gọi M là trung điểm của DE kẻ tia MA thì  $MA \perp BC$  từ đó ta có bài toán 1.2*

**Bài 1.2:** Cho tam giác ABC có  $\hat{A} < 90^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC . Gọi M là trung điểm của DE kẻ tia MA . Chứng minh rằng :  $MA \perp BC$

*Phân tích tìm hướng giải*

HD: Gọi H là giao điểm của tia MA và BC

Để CM  $MA \perp BC \Rightarrow$  ta cần CM  $\triangle AHC$  vuông tại H

⇒ Để CM  $\triangle AHC$  vuông tại H ta cần tạo ra 1 tam giác vuông bằng  $\triangle AHC$

Trên tia AM lấy điểm N sao cho  $AM = MN$

Kẻ  $DQ \perp AM$  tại Q

⇒ Cần CM  $\triangle AHC = \triangle DQN$  (g.c.g)

↑

CM:  $ND = AC$ ,  $N_1 = ACB$ ,  $BAC = ADN$

↑

CM :  $\triangle ABC = \triangle DNA$  (c.g.c)

↑

Có  $AD = AB$  (gt)

Cần CM :  $ND = AE$  ( $= AC$ ) và  $BAC = ADN$

+ Để CM  $ND = AE$

↑

CM :  $\triangle MDN = \triangle MEA$  (c.g.c)

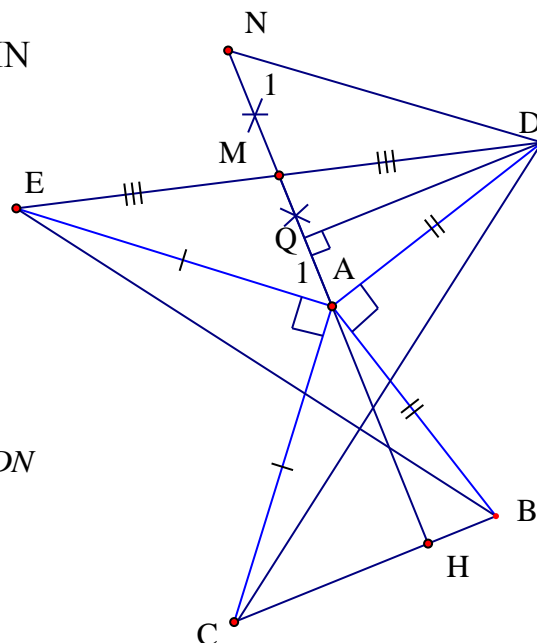
+ Để CM  $BAC = ADN$

↑

$EAD + ADN = 180^\circ$  vì  $EAD + BAC = 180^\circ$

↑

CM  $AE \parallel DN$  ( $\triangle MDN = \triangle MEA$ )



### Lời giải

Gọi H là giao điểm của tia MA và BC, Trên tia AM lấy điểm N sao cho  $AM = MN$

kẻ  $DQ \perp AM$  tại Q

Ta có  $\triangle MDN = \triangle MEA$  (c.g.c) vì :

$AM = MN$ ;  $MD = ME$  (gt) và  $\angle EMA = \angle DMN$  (hai góc đối đỉnh)

⇒  $DN = AE$  ( $= AC$ ) và  $AE \parallel DN$  vì  $N_1 = \angle MAE$  (cặp góc so le trong)

⇒  $EAD + ADN = 180^\circ$  (cặp góc trong cùng phía) mà  $EAD + BAC = 180^\circ$  ⇒  $BAC = ADN$

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle DNA$  có :  $AB = AD$  (gt),  $AC = DN$  và  $BAC = ADN$  (chứng minh trên) ⇒  $\triangle ABC = \triangle DNA$  (c.g.c) ⇒  $N_1 = ACB$

Xét  $\triangle AHC$  và  $\triangle DQN$  có :  $AC = DN$ ,  $BAC = ADN$  và  $N_1 = ACB$

⇒  $\triangle AHC = \triangle DQN$  (g.c.g) ⇒  $\triangle AHC$  vuông tại H hay  $MA \perp BC$

### \* Khai thác bài toán 1.3

+ Từ bài 1.2 ta thấy với M là trung điểm của DE thì tia  $MA \perp BC$ , ngược lại nếu  $AH \perp BC$  tại H thì tia HA sẽ đi qua trung điểm M của DE, ta có bài toán 1.4

**Bài 1.3 :** Cho tam giác ABC có  $\hat{A} < 90^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Chứng minh rằng tia HA đi qua trung điểm của đoạn thẳng DE

**HD :** Từ bài 1.2 ta có định hướng giải như sau:

Kẻ  $DQ \perp AM$  tại  $Q$ ,  $ER \perp AM$  tại  $R$ .

Ta có : +  $DAQ = HBH$  ( Cùng phụ  $BAH$  )

$AD = AB$  (gt)  $\Rightarrow \Delta AHB = \Delta DQA$  ( Cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow DQ = AH$  (1)

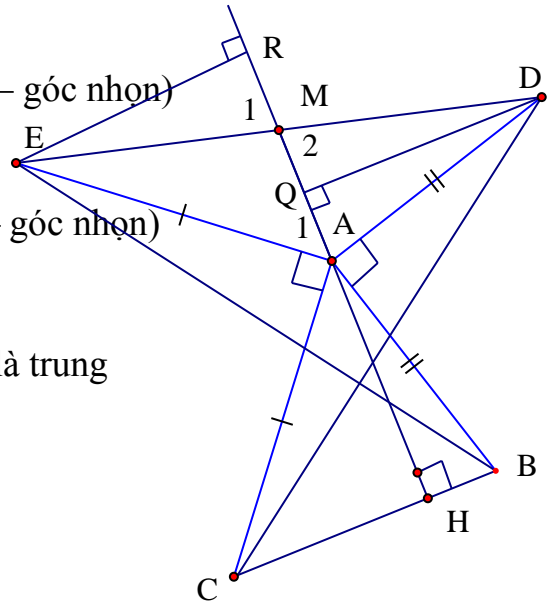
+  $ACH = EAR$  ( cùng phụ  $CAH$  )

$AC = AE$  (gt)  $\Rightarrow \Delta AHB = \Delta DQA$  ( Cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow ER = AH$  ( 1) . Từ (1) và (2)  $\Rightarrow ER = DQ$

Lại có  $M_1 = M_2$  ( hai góc đối đỉnh )

$\Rightarrow \Delta QDM = \Delta REM$  ( g.c.g )  $\Rightarrow MD = ME$  hay  $M$  là trung điểm của  $DE$



+ Từ bài 1.3 ta thấy với  $M$  là trung điểm của  $DE$  thì tia  $MA \perp DE$ , ngược lại nếu  $H$  là trung điểm của  $BC$  thì tia  $KA$  sẽ vuông góc với  $DE$ , ta có bài toán 1.4

**Bài 1.4:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} < 90^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng  $AD$  vuông góc và bằng  $AB$ ;  $AE$  vuông góc và bằng  $AC$ . Gọi  $H$  trung điểm của  $BC$ .

Chứng minh rằng tia  $HA$  vuông góc với  $DE$

HD : Từ bài 1.3 ta dễ dàng giải bài toán 1.4

Trên tia  $AH$  lấy điểm  $A'$  sao cho  $AH = HA'$

Dễ CM được  $\Delta AHC = \Delta A'HB$  ( g.c.g )

$\Rightarrow A'B = AC$  ( =  $AE$  ) và  $HAC = HA'B$

$\Rightarrow AC \parallel A'B \Rightarrow BAC + ABA' = 180^\circ$  ( cặp góc trong cùng phía)

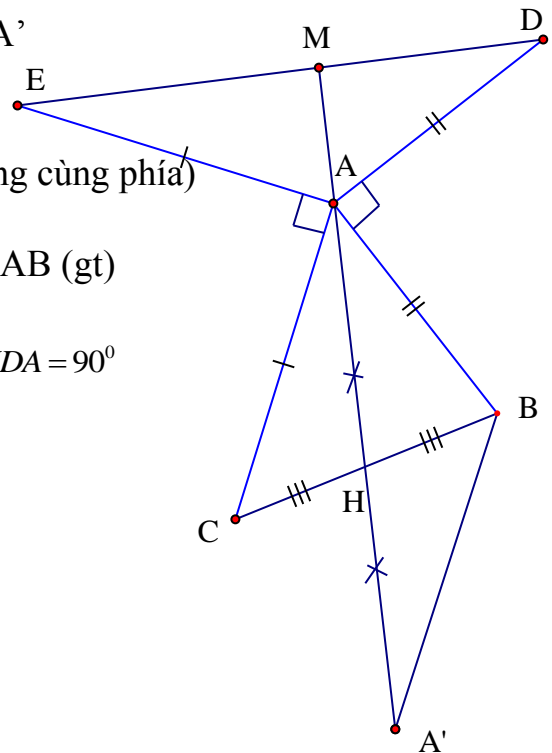
Mà  $DAE + BAC = 180^\circ \Rightarrow DAE = ABA'$

Xét  $\Delta DAE$  và  $\Delta ABA'$  có :  $AE = A'B$ ,  $AD = AB$  (gt)

$DAE = ABA' \Rightarrow \Delta DAE = \Delta ABA'$  (c.g.c)

$\Rightarrow ADE = BAA'$  mà  $ADE + BAA' = 90^\circ \Rightarrow ADE + MDA = 90^\circ$

Suy ra  $HA$  vuông góc với  $DE$



**Bài 2 :** Cho tam giác cân ABC ( $AB = AC$ ). Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ . Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt ở M, N. Chứng minh rằng:

- $DM = EN$
- Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN.
- Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC

*\* Phân tích tìm lời giải*

- Để cm  $DM = EN$   
 $\uparrow$   
 Cm  $\Delta BDM = \Delta CEN$  ( g.c.g)  
 $\uparrow$   
 Có  $BD = CE$  (gt) ,  $D = E = 90^\circ$  ( MD, NE  $\perp$  BC)  
 $BCA = CBA$  (  $\Delta ABC$  cân tại A)
- Để Cm Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN  $\Rightarrow$  Cần cm  $IM = IN$   
 $\uparrow$   
 Cm  $\Delta MDI = \Delta NEI$  ( g.c.g)
- Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC , O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I  $\Rightarrow$  Cần cm O là điểm cố định  
 Để cm O là điểm cố định  
 $\uparrow$   
 Cần cm  $OC \perp AC$   
 $\uparrow$   
 Cần cm  $OAC = OCN = 90^\circ$   
 $\uparrow$   
 Cần cm :  $OBA = OCA$  và  $OBM = OCM$   
 $\uparrow$   
 Cần cm  $\Delta OBM = \Delta OCN$  ( c.c.c) và  $\Delta OAB = \Delta OAC$  (c.g.c)

*\* Khai thác bài 2*

Từ bài 2 ta thấy  $BM = CN$ , vậy ta có thể phát biểu lại bài toán như sau:

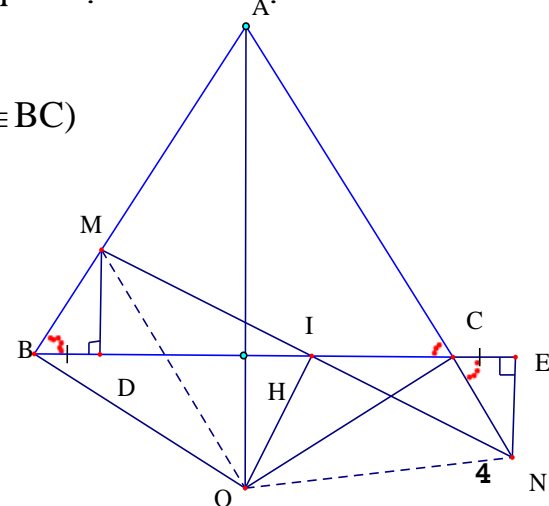
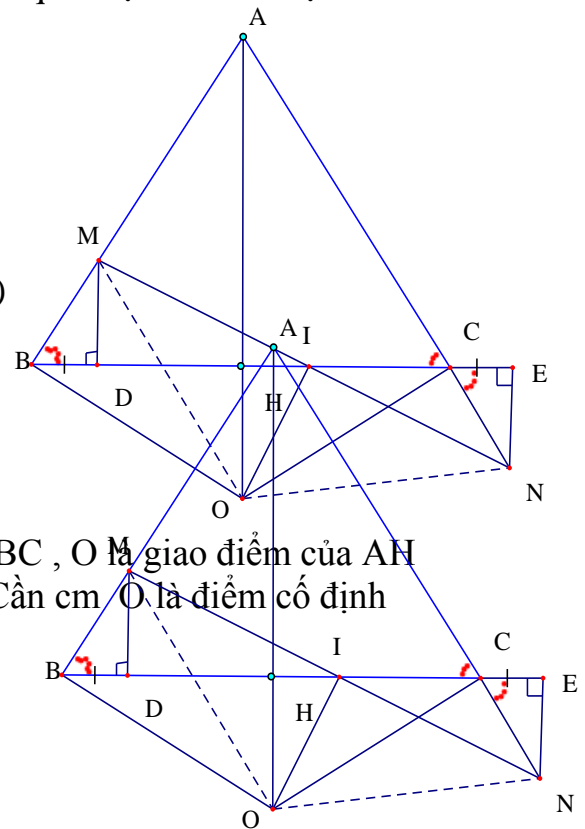
**Bài 2.1** Cho tam giác cân ABC ( $AB = AC$ ). Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia AC lấy điểm N sao cho  $BM = CN$ . Đường thẳng BC cắt MN tại I.

Chứng minh rằng:

- I là trung điểm của MN
- Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi

*lời giải:*

Từ lời giải bài 2 để giải bài 2.1 ta cần kẻ  $MD \perp BC$  ( $D \in BC$ )  
 $NE \perp BC$  ( $E \in BC$ )



**Bài 3 :** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, K là trung điểm của cạnh BC . Qua K kẻ đường thẳng vuông góc với AK , đường thẳng này cắt các đường thẳng AB và AC lần lượt ở D và E Gọi I là trung điểm của DE .

- a) Chứng minh rằng :  $AI \perp BC$   
 b) Có thể nói DE nhỏ hơn BC được không ? vì sao?

*\*Phân tích tìm lời giải*

- a) Gọi H là giao điểm của BC và AI

Để cm  $AI \perp BC \Leftrightarrow$  Cần cm  $A_1 + ACK = 90^\circ$

Để cm  $A_1 + ACK = 90^\circ$

$\Uparrow$

Có  $AEK + EAK = 90^\circ$

$\Rightarrow$  cần cm  $A_1 = AEK$  và  $ACK = CAK$

$\Uparrow$

Cần cm  $\Delta AIE$  cân tại I và  $\Delta AKC$  cân tại K

- b) Để so sánh DE với BC

$\Rightarrow$  cần so sánh IE với CK ( vì  $2.IE = DE, 2CK = BC$  )

$\Uparrow$

So sánh AI với AK ( vì  $AI = IE, AK = CK$  )

Có  $AI \geq AK$

Lời giải :

- a) Dễ dàng chứng được  $\Delta AIE$  cân tại I và  $\Delta AKC$  cân tại K  $\Rightarrow$  cần cm  $A_1 = AEK$

và  $ACK = CAK$  mà  $AEK + EAK = 90^\circ \Rightarrow A_1 + ACK = 90^\circ \Rightarrow AI \perp BC$

- b) ta có  $BC = 2 CK = 2AK$  (  $CK = AK$  ) ,  $DE = 2IE = 2.AI$  (  $AI = IE$  )

Mà  $AI \geq AK \Rightarrow DE \geq BC$  ,  $DE = BC$  khi K trùng với I khi đó  $\Delta ABC$  vuông cân tại A

**Bài 4:** Cho tam giác ABC ( $AB > AC$  ) , M là trung điểm của BC. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với tia phân giác của góc A tại H cắt hai tia AB, AC lần lượt tại E và F. Chứng minh rằng:

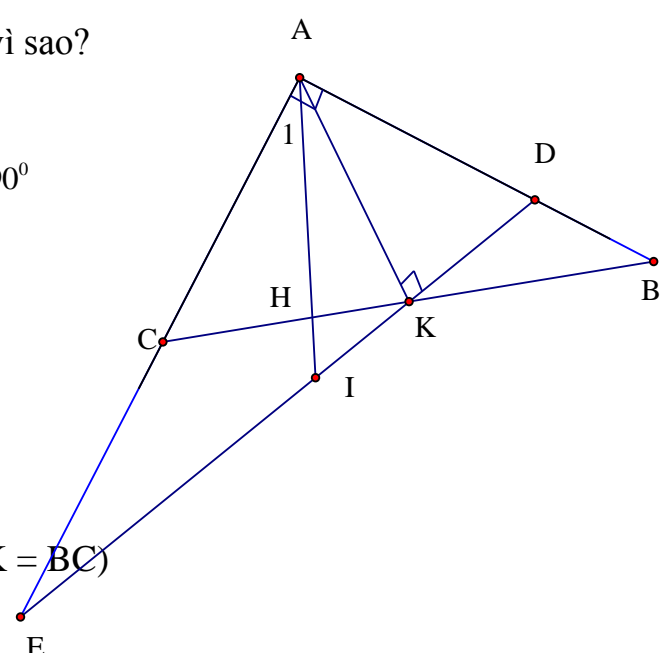
a)  $\frac{EF^2}{4} + AH^2 = AE^2$

b)  $2BME = ACB - B$ .

c)  $BE = CF$

lời giải

Áp dụng định lý Py -ta-go cho tam giác vuông AFH, ta có:



$$HF^2 + AH^2 = AF^2$$

Mà  $\triangle AHE = \triangle AHF$  (g-c-g) nên  $HF = \frac{1}{2} EF$ ;  $AF = AE$

Suy ra:  $\frac{EF^2}{4} + AH^2 = AE^2$

Từ  $\triangle AEH = \triangle AFH$  Suy ra  $E_1 = F$

Xét  $\triangle CMF$  có  $\angle ACB$  là góc ngoài suy ra  $\angle CMF = \angle ACB - F$

$\triangle BME$  có  $E_1$  là góc ngoài suy ra  $\angle BME = E_1 - B$

vậy  $\angle CMF + \angle BME = (\angle ACB - F) + (E_1 - B)$

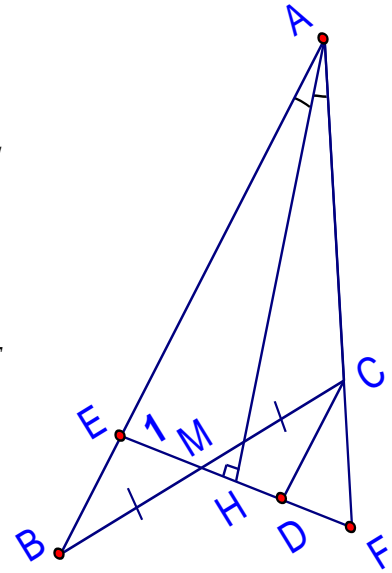
hay  $2\angle BME = \angle ACB - B$  (đpcm).

Từ  $\triangle AHE = \triangle AHF$  Suy ra  $AE = AF$  và  $E_1 = F$

Từ C vẽ  $CD \parallel AB$  ( $D \in EF$ )  $\Rightarrow \triangle BME = \triangle CMD$  (g-c-g)  $\Rightarrow BE = CD$  (1)

Lại có:  $E_1 = \angle CDF$  (cặp góc đồng vị) Do đó  $\angle CDF = F \Rightarrow \triangle CDF$  cân  $\Rightarrow CF = CD$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $BE = CF$



**Bài 5 :** Cho tam giác ABC có góc B và góc C là hai góc nhọn .Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho  $AD = AB$  , trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho  $AE = AC$ .

a) Chứng minh rằng :  $BE = CD$ .

b) Gọi M là trung điểm của BE , N là trung điểm của CB. Chứng minh M,A,N thẳng hàng.

c) Ax là tia bất kỳ nằm giữa hai tia AB và AC. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của B và C trên tia Ax . Chứng minh  $BH + CK \leq BC$ .

d) Xác định vị trí của tia Ax để tổng  $BH + CK$  có giá trị lớn nhất.

*\*Phân tích tìm lời giải*

a) Để cm  $BE = CD$



Cần cm  $\triangle ABE = \triangle ADC$  (c.g.c)

b) Để cm M, A, N thẳng hàng.



Cần cm  $\angle BAN = \angle BAM = 180^\circ$



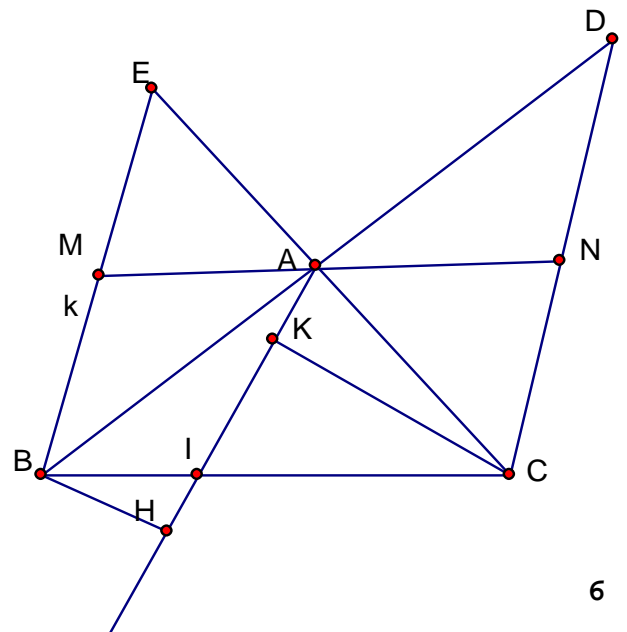
Có  $\angle BAN + \angle NAD = 180^\circ \Rightarrow$  Cần cm  $\angle MAB = \angle NAD$

Để cm  $\angle MAB = \angle NAD$



Cần cm  $\triangle ABM = \triangle ADN$  (c.g.c)

c) Gọi I là giao điểm của BC và Ax



$\Rightarrow$  Đề cm  $BH + CK \leq BC$

$\Uparrow$

Cần cm  $BH \leq BI; CK \leq CI$

Vì  $BI + IC = BC$

d)  $BH + CK$  có giá trị lớn nhất  $= BC$

khi đó  $K, H$  trùng với  $I$ , do đó  $Ax$  vuông góc với  $BC$

**Bài 6** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, đường cao  $AH$ . ở miền ngoài của tam giác  $ABC$  ta vẽ các tam giác vuông cân  $ABE$  và  $ACF$  đều nhận  $A$  làm đỉnh góc vuông. Kẻ  $EM, FN$  cùng vuông góc với  $AH$  ( $M, N$  thuộc  $AH$ ).

a) Chứng minh:  $EM + HC = NH$ .

b) Chứng minh:  $EN \parallel FM$ .

*\*Phân tích tìm lời giải*

a) Đề cm  $EM + HC = NH$

$\Uparrow$

Cần cm  $EM = AH$  và  $HC = AN$

+ Đề cm  $EM = AH \Rightarrow$  cần cm  $\triangle AEM = \triangle BAH$  ( cạnh huyền – góc nhọn)

+ Đề cm  $HC = AN \Rightarrow$  cần cm  $\triangle AFN = \triangle CAH$  ( cạnh huyền – góc nhọn)

b) Đề cm  $EN \parallel FM$

$\Uparrow$

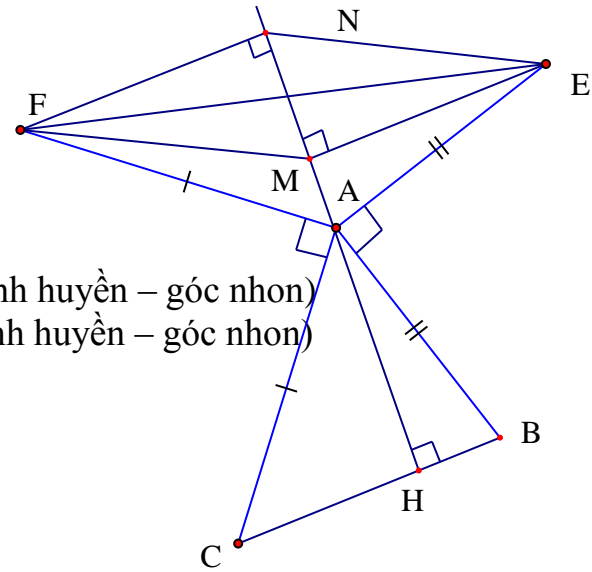
$\angle AEF = \angle EFN$  ( cặp góc so le trong)

Gọi  $I$  là giao điểm của  $AN$  và  $EF$

$\Rightarrow$  đề cm  $\angle AEF = \angle EFN$

$\Uparrow$

Cần cm  $\triangle MEI = \triangle NFI$  ( g.c.g)



**Bài 7** : Cho tam  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ , trung tuyến  $AM$ . Trên tia đối tia  $MA$  lấy điểm  $D$  sao cho  $DM = MA$ . Trên tia đối tia  $CD$  lấy điểm  $I$  sao cho  $CI = CA$ , qua  $I$  vẽ đường thẳng song song với  $AC$  cắt đường thẳng  $AH$  tại  $E$ .

Chứng minh:  $AE = BC$

*\*Phân tích tìm lời giải*

Gọi  $F$  là giao điểm của  $BA$  và  $IE$

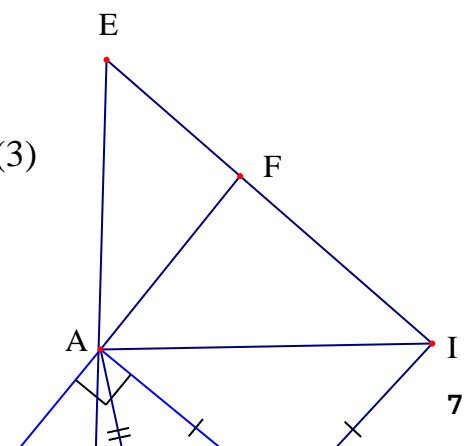
$\Rightarrow$  đề Cm  $AE = BC$  cần cm :  $\triangle AFE = \triangle CAB$

Đề cm :  $\triangle AFE = \triangle CAB$

$\Uparrow$

Cần cm  $AF = AC$  (2);  $\angle AFC = \angle BAC = 90^\circ$  (1);  $\angle EAF = \angle ACB$ (3)

+ Đề cm (1) :  $\angle AFC = \angle BAC = 90^\circ$



↑

Cm  $CI \parallel AE$  vì có  $FI \parallel AC$  và  $BAC = 90^\circ$

⇒ Để Cm  $CI \parallel AE$

↑

Cm  $\Delta AMB = \Delta DMC$  (c.g.c)

+ Để cm (2):  $AF = AC$

↑

Cm  $\Delta AFI = \Delta ACI$  (Cạnh huyền – góc nhọn)

+ Cm (3):  $EAF = ACB$  (vì cùng phụ  $HAC$ )

*\*Khai thác bài toán :*

Từ bài 7 ta thấy  $AH \leq AM \Rightarrow HE \leq AM + BC = 3AM$  (vì  $AM = MB = MC$ )

Vậy  $HE$  lớn nhất  $= 3AM = \frac{3}{2}BC$  khi  $H$  trùng  $M$  khi đó tam giác  $ABC$  vuông cân

**Bài 8** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , từ  $M$  kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc  $A$ , cắt tia này tại  $N$ , cắt tia  $AB$  tại  $E$  và cắt tia  $AC$  tại  $F$ . Chứng minh rằng:

a)  $AE = AF$

b)  $BE = CF$

c)  $AE = \frac{AB + AC}{2}$

*\* Phân tích tìm lời giải*

a) Để cm  $AE = AF$

↑

$\Delta ANE = \Delta ANF$  (c.g.c)

Hoặc  $\Delta AEF$  cân tại  $A$

(Có  $AH$  vừa là tia phân giác, vừa là đường cao)

b) Để cm  $BE = CF$

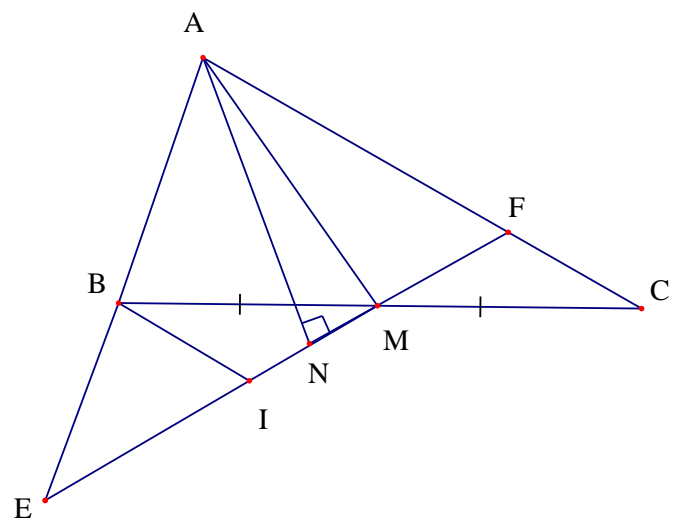
⇒ cần tạo tam giác chứa  $BE$  (hoặc có 1 cạnh  $= BE$ ) mà bằng tam giác  $MCF$

+ Kẻ  $BI \parallel AC \Rightarrow \Delta MBI = \Delta CMF$  (c.g.c)

⇒ Để cm  $BE = CF \Leftrightarrow \Delta BEI$  cân tại  $B \Leftrightarrow E = BEI \Leftrightarrow$  Có  $BIE = ABF$  (

cặp góc đồng vị) mà  $E = AFE$  vì  $\Delta AEF$  cân tại  $A$

c)  $AB + AC = AB + AF + CF = (AB + FC) + AF$  mà  $CF = BC$  và  $AE = AF$





$$\Rightarrow 2AE = AB + AC \text{ hay } AE = \frac{AB + AC}{2}$$

**Bài 9** Cho tam giác ABC có góc A khác  $90^\circ$ , góc B và C nhọn, đường cao AH. Vẽ các điểm D, E sao cho AB là trung trực của HD, AC là trung trực của HE. Gọi I, K lần lượt là giao điểm của DE với AB và AC.

- Chứng minh : Tam giác ADE cân tại A
- Tính số đo các góc AIC và AKB ?

*\*Phân tích tìm hướng giải*

- Xét TH góc  $A < 90^\circ$

- Đề cm  $\triangle ADE$  cân tại A

$\Leftarrow$  cần cm :  $AD = AH = AE$

(Áp dụng t/c đường trung trực)

- Dự đoán  $CI \perp IB$ ,  $BK \perp KC$

Do IB, KC tia phân giác góc ngoài của  $\triangle HIK$  B

nên HA là tia phân giác trong. Do  $AHC = 90^\circ$  nên HC

là tia phân giác ngoài đỉnh H. Các tia phân giác góc ngoài đỉnh H và K của  $\triangle HIK$  cắt nhau ở C nên IC là tia phân giác của góc HIK, do đó  $IB \perp IC$ , Chứng minh tương tự

ta có  $BK \perp KC$

- Xét TH góc  $A > 90^\circ$

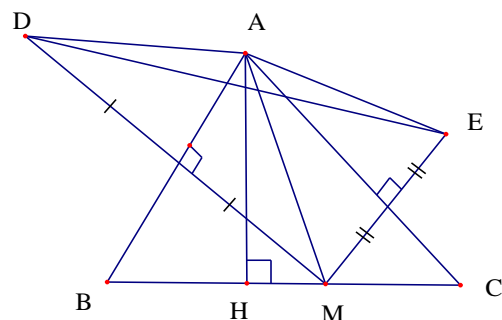
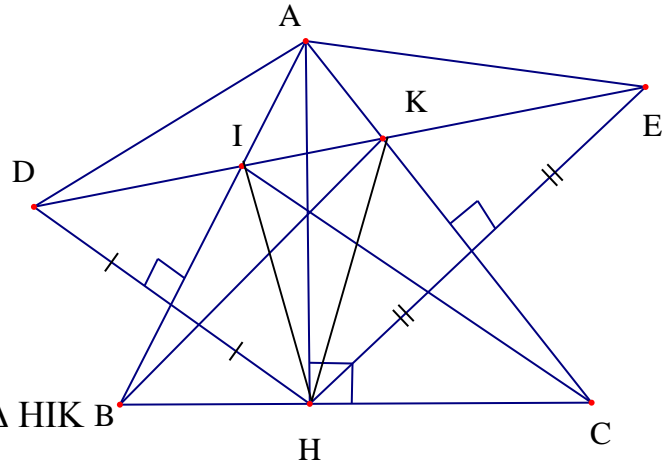
*\*Khai thác bài toán :*

Gọi M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC, qua M lấy điểm D', E' sao cho AB là trung trực của D'M, AC là trung trực của ME'. Khi đó ta có  $\triangle AD'E'$  cân tại A và góc DAC có

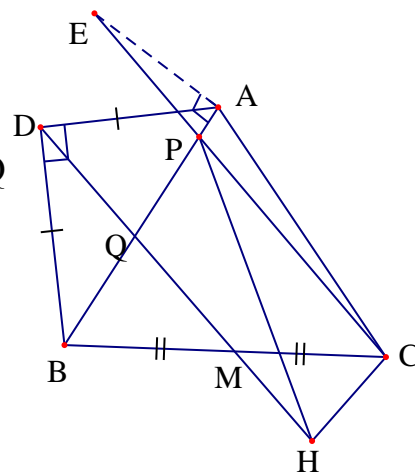
Từ đó ta có bài toán sau:

**Bài 9.1** Cho tam giác ABC nhọn. Tìm điểm M trên cạnh BC sao cho nếu vẽ các điểm D, E trong đó AB là đường trung trực của MD, AC là đường trung trực của ME thì DE có độ dài nhỏ nhất.

HD. Tự nhận xét bài 9 dễ dàng tìm được vị trí điểm M trên cạnh BC.



**Bài 10.** Cho  $\Delta ABC$  với góc A không vuông và góc B khác  $135^\circ$ . Gọi M là trung điểm của BC. Về phía ngoài  $\Delta ABC$  vẽ  $\Delta ABD$  vuông cân đáy AB. Đường thẳng qua A vuông góc với AB và đường thẳng qua C song song với MD cắt nhau tại E. Đường thẳng AB cắt CE tại P và DM tại Q. Chứng minh rằng Q là trung điểm của BP.



HD. Trên tia đối của tia MQ lấy điểm H sao cho  $MH = MQ$

- Cm  $\Delta BMQ = \Delta CMH$  (c.g.c)

$\Rightarrow BQ = CH$  (1) và  $MBQ = MCH$

$\Rightarrow BQ \parallel CH$  hay  $PQ \parallel CH$  ( vì  $MBQ, MCH$  là

cặp góc so le trong)

- Nối PH, cm  $\Delta PQH = \Delta HCP$  (g.c.g)

$\Rightarrow PQ = CH$  (2), Do Q nằm giữa B và P dù góc B nhỏ hơn  $135^\circ$

Từ (1) và (2) Suy ra đpcm.

**Bài 11.** Cho tam giác ABC cân tại A có  $A = 20^\circ$ , vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a) Tia AD là phân giác của góc BAC

b)  $AM = BC$

HD a) Chứng minh  $\Delta ADB = \Delta ADC$  (c.c.c)

suy ra  $DAB = DAC$

Do đó  $DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

b)  $\Delta ABC$  cân tại A, mà  $A = 20^\circ$  (gt)

nên  $ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

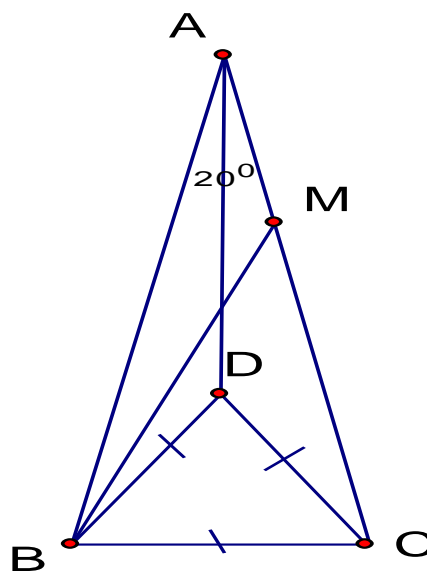
$\Delta ABC$  đều nên  $DBC = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC

suy ra  $ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$ .

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên  $ABM = 10^\circ$



Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ;  $BAM = ABD = 20^\circ$ ;  $ABM = DAB = 10^\circ$

Vậy:  $\Delta ABM = \Delta BAD$  (g.c.g)

suy ra  $AM = BD$ , mà  $BD = BC$  (gt) nên  $AM = BC$

**Bài 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB > AC$ ). Tia phân giác góc B cắt AC ở D. Kẻ DH vuông góc với BC. Trên tia AC lấy điểm E sao cho  $AE = AB$ . Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K. Chứng minh rằng :

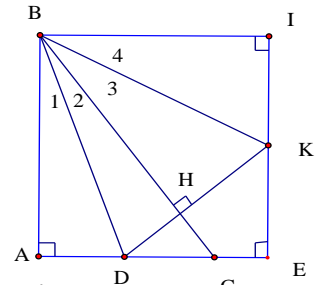
a)  $BA = BH$

b)  $DBK = 45^\circ$

c) Cho  $AB = 4$  cm, tính chu vi tam giác DEK

HD : a) Cm  $\triangle ABD = \triangle HBD$  ( cạnh huyền – góc nhọn)

b) Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với EK , cắt EK tại I



Ta có :  $ABI = 90^\circ$  , Cm  $\triangle HBK = \triangle IBK$  ( cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow B_3 = B_4 \text{ mà } B_1 = B_2 \Rightarrow DBK = 45^\circ$$

c) Chu vi tam giác DEK =  $DE + EK + KD = \dots = 2.4 = 8$  cm

\* Từ bài ta thấy khi  $DBK = 45^\circ$  thì chu vi  $\triangle DEK = 2. AB$  vậy nếu có chu vi

$\triangle DEK = 2$  thì ta cũng cm được  $DBK = 45^\circ$  . Ta có bài toán sau :

**Bài 12.1** Cho cạnh hình vuông ABCD có độ dài là 1. Trên các cạnh AB, AD lấy các điểm P, Q sao cho chu vi  $\triangle APQ$  bằng 2.

Chứng minh rằng góc PCQ bằng  $45^\circ$ .

**HD :**