

ĐỀ BÀI

Câu 1: (6 điểm).

a) Tìm x, y, biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $x.y = 112$.

b) Chứng minh rằng: Nếu a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn:

$$\frac{ab + ac}{2} = \frac{bc + ba}{3} = \frac{ca + cb}{4} \text{ thì } \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}.$$

Câu 2 : (3 điểm).

Chứng minh rằng : $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$.

Câu 3 : (3 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các cạnh thỏa mãn $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Gọi F là hình chiếu của O trên BC; H là hình chiếu của O trên AC. Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$, gọi K là giao điểm của FH và AI. Chứng minh ba điểm B, O, K thẳng hàng.

Câu 4 : (6 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Tia phân giác góc B cắt AC ở D. Kẻ DH vuông góc với BC. Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K. Chứng minh rằng:

a) $BA = BH$.

b) $\angle DBK = 45^\circ$.

c) Cho $AB = 4$ cm, tính chu vi tam giác DEK.

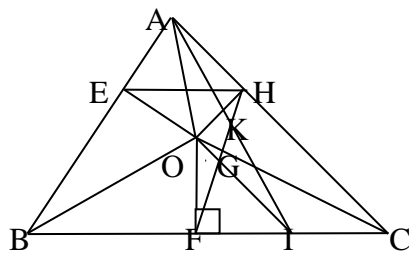
Câu 5: (2 điểm).

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = \frac{x^2 + y^2 + 3}{x^2 + y^2 + 2}$.

.....Hết.....

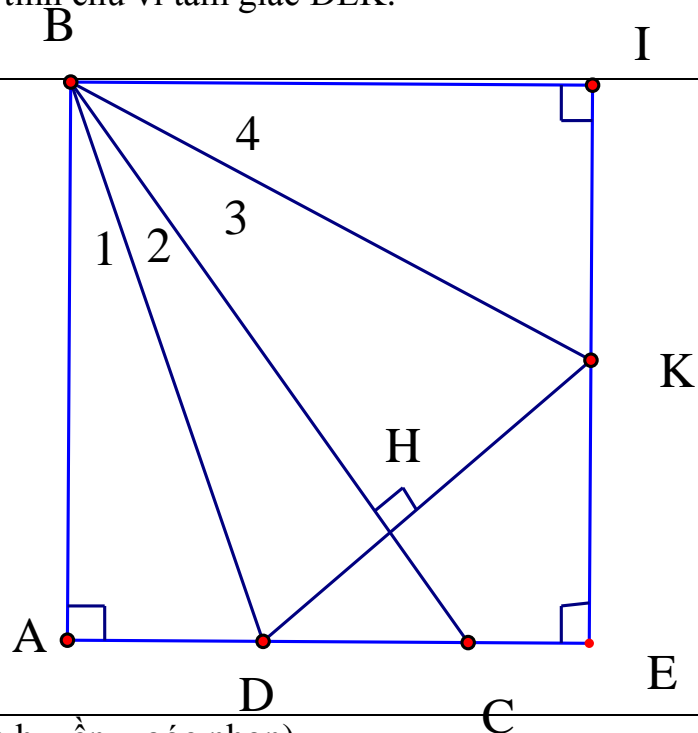
Nội dung đáp án	Điểm
<p>Câu 1: (6 điểm)</p> <p>a) Tìm x, y Biết $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $x.y = 112$</p> <p>b) Chứng minh rằng: Nếu a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn: $\frac{ab + ac}{2} = \frac{bc + ba}{3} = \frac{ca + cb}{4}$ thì $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$</p>	
<p>a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x^2}{16} = \frac{y^2}{49} = \frac{xy}{4.7} = \frac{112}{28} = 4$</p>	1 đ
<p>$\Rightarrow x = 8; y = 14; \text{ hoặc } x = -8; y = -14$</p>	1 đ
<p>b) Ta có:</p>	
$\frac{ab + ac}{2} = \frac{bc + ba}{3} = \frac{ca + cb}{4}$	0,5 đ
$= \frac{ab + ac + bc + ba + ca + cb}{2 + 3 + 4}$	0,5 đ
$= \frac{2(ab + bc + ca)}{9}$	0,5 đ
$= \frac{ab + bc + ca}{4,5}$	0,5 đ
$= \frac{ab + bc + ca - ab - ac}{4,5 - 2} = \frac{bc}{2,5}$	0,5 đ
$= \frac{ab + bc + ca - bc - ba}{4,5 - 3} = \frac{ca}{1,5}$	0,5 đ
$= \frac{ab + bc + ca - ca - cb}{4,5 - 4} = \frac{ab}{0,5}$	0,5 đ
<p>Do đó: $\frac{ab}{0,5} = \frac{ac}{1,5} = \frac{bc}{2,5}$</p>	0,5 đ
$\Rightarrow \begin{cases} 1,5ab = 0,5ac \\ 1,5bc = 2,5ac \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b = c \\ 5a = 3b \end{cases} (a, b, c \neq 0)$	0,5 đ
$\Rightarrow 5a = 3b = c \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$	0,5 đ

<p>Câu 2: (4 điểm) Chứng minh rằng : $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$.</p>	
<p>$A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$</p> <p>* $A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} =$</p> $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ $= \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4}$ <p>* $A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6}$.</p> <p>Vậy: $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$</p>	<p>1 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>1 đ</p> <p>1 đ</p>
<p>Câu 3: (4 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Gọi F là hình chiếu của O trên BC; H là hình chiếu của O trên AC. Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI. Chứng minh ba điểm B, O, K thẳng hàng.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Chứng minh $\Delta CHO = \Delta CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra: $CH = CF$. Kết luận ΔFCH cân tại C (1) - Vẽ $IG \parallel AC$ ($G \in FH$). Chứng minh ΔFIG cân tại I. - Suy ra: $AH = IG$, và $IGK = DBK$ - Chứng minh $\Delta AHK = \Delta IGK$ (g-c-g). - Suy ra $AK = KI$. <p>Vẽ $OE \perp AB$ tại E. Tương tự (1) ta có: $\Delta AEH, \Delta BEF$ thứ tự cân tại A, B. Suy ra: $BE = BF$ và $AE = AH$.</p> <p>$BA = BE + EA = BF + AH = BF + FI = BI$.</p> <p>Suy ra: ΔABI cân tại B.</p> <p>Mà BO là phân giác góc B, và BK là đường trung tuyến của ΔABI nên: B, O, K là ba điểm thẳng hàng.</p>	<p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p>
<p>Câu 4: (6 điểm).</p>	



Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$) . Tia phân giác góc B cắt AC ở D. Kẻ DH vuông góc với BC. Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K . Chứng minh rằng :

- $BA = BH$.
- $DBK = 45^\circ$.
- Cho $AB = 4$ cm, tính chu vi tam giác DEK.



a) $\triangle ABD = \triangle HBD$ (cạnh huyền – góc nhọn)

b) Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với EK , cắt EK tại I

Ta có : $\angle ABI = 90^\circ$,

Ta có $AB = BH$ ($\triangle ABD = \triangle HBD$)

$AE = AB$ (gt)

$AE = BI$ ($BA \parallel IE$)

$\Rightarrow BH = BI$

$\triangle HBK = \triangle IBK$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \hat{B}_3 = \hat{B}_4$ mà $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow \angle DBK = 45^\circ$.

c, $\triangle ABD = \triangle HBD \Rightarrow AD = DH$

$\triangle HBK = \triangle IBK \Rightarrow HK = KI$

$\Rightarrow KD = DH + HK = AD + KI$

1 đ

1 đ

0,5 đ

0,5 đ

0,5 đ

1 đ

Chu vi tam giác DEK = DE + EK + KD = DE+KE+ AD+KI AE+IE= 2 AB = 2.4 = 8 cm)	1, 0 đ 0,5 đ
Câu 5. (2 điểm): Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = \frac{x^2 + y^2 + 3}{x^2 + y^2 + 2}$.	
$P = \frac{x^2 + y^2 + 3}{x^2 + y^2 + 2} = \frac{x^2 + y^2 + 2}{x^2 + y^2 + 2} + \frac{1}{x^2 + y^2 + 2}$ $= 1 + \frac{1}{x^2 + y^2 + 2}$ <p>P lớn nhất $\Leftrightarrow \frac{1}{x^2 + y^2 + 2}$ lớn nhất $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2$ nhỏ nhất</p> <p>$x^2 \geq 0; y^2 \geq 0$ nên $x^2 + y^2 + 2 \geq 2$</p> <p>$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2$ nhỏ nhất là = 2 khi $x = y = 0$</p> <p>vậy P lớn nhất = $1 + 1/2 = 3/2$ khi $x = y = 0$</p>	1 đ 0,5 đ 0,5 đ

Trên đây chỉ là hướng dẫn chấm, trong quá trình chấm giám khảo chia nhỏ điểm theo các ý cho phù hợp với yêu cầu