UBND HUYỆN LƯƠNG TÀI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN ĐỢT 1
Năm học:2015-2016
Môn thi: Toán9
Thời gian: 150 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P=\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

a)Rút gọn P.

b)Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

c)Xét biểu thức: $Q=\frac{2\sqrt{x}}{P}$, chứng tỏ 0 < Q < 2

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:

$$\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$$

2. Cho đường thẳng (d): y = (m + 4)x - m + 6.

a,Tìm m để (d) cắt đường thẳng (d_1) y = 2x + 4 tại một điểm trên trục hoành.

b,Chứng minh rằng: khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 3: (2,0 điểm)

1.Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: xy- 2x + 3y = 21

2.Chứng minh rằng với mọi x, y nguyên thì

A = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4 là số chính phương

Bài 4 (3,0 điểm)

Cho AB là đường kính của đường tròn (O;R). C là một điểm thay đổi trên đường tròn (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H. Qua A kẻ đường thẳng xy vuông góc với AB.Gọi I là trung điểm của AC, OI cắt đường thẳng xy tại M, MB cắt CH tại K.

a) Chứng minh MC $\perp$ OC.

b) Chứng minh K là trung điểm của CH.

c) Xác định vị trí của C để chu vi tam giác ACB đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo R.

Câu 5: (1điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện a + b + c = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: P = $\sqrt{\frac{ab}{c+ab}}+\sqrt{\frac{bc}{a+bc}}+\sqrt{\frac{ca}{b+ca}}$.

------------- **HẾT** ---------------

UBND HUYỆN LƯƠNG TÀI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM THI
MÔN: TOÁN 9

Bài 1(2 điểm)

Ý/Phần	Đáp án	Điểm
a	Đk : $x > 0; x \neq 1.$ $P = \frac{\sqrt{x}\left(x\sqrt{x}-1\right)}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}} + \frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}-1}$ $= \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right) - \left(2\sqrt{x}+1\right) + 2\left(\sqrt{x}+1\right)$ $= x - \sqrt{x} + 1$ Vậy $P = x - \sqrt{x} + 1$, với $x > 0; x \neq 1.$	0,25 0,25 0,25 0,25
b	$P = x - \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ dấu bằng xảy ra khi x = $\frac{1}{4}$, thỏa mãn đk. Vậy GTNN của P là $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{4}$	0,25 0,25
c	. Với $x > 0; x \neq 1$ thì Q = $\frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}$ > 0. (1) Xét $2 - \frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} = \frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{x-\sqrt{x}+1} \geq 0$ Dấu bằng không xảy ra vì điều kiện $x \neq 1$. suy ra Q < 2.(2) Từ (1) và (2) suy ra 0 < Q < 2. Chứng tỏ 0 < Q < 2.	0,25 0,25

Bài 2(2 điểm)

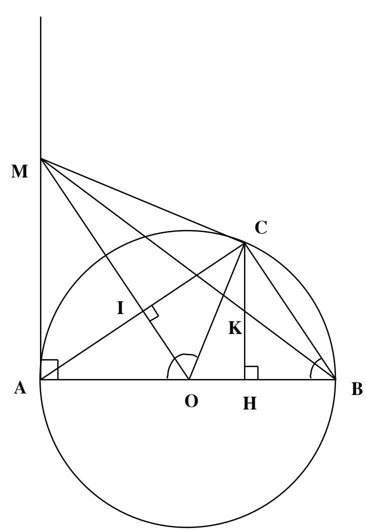
Ý/Phần	Đáp án	Điểm
1	$\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-2)}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{(x-1)(x+3)}\,(1)$ Điều kiện $\begin{cases}(x-1)(x-2)\ge 0\\ x+3\ge 0\\ x-2\ge 0\\ (x-1)(x+3)\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow x\ge 2$ $(1)\Leftrightarrow \sqrt{x-2}\left(\sqrt{x-1}-1\right)-\sqrt{x+3}\left(\sqrt{x-1}-1\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}-1=0\\ \sqrt{x-2}-\sqrt{x+3}=0\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=1\\ \sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=2$ x = 2 thoả mãn điều kiện xác định. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = 2.	0,25 0,25 0,25 0,25
2	a) Đường thẳng (d_1) y = 2x + 4 cắt trục hoành tại M(-2;0) Khi đó (d) cắt đường thẳng (d_1) tại một điểm trên trục hoành $\Leftrightarrow 0 = (m + 4).(-2) - m + 6 \Leftrightarrow m = \frac{-2}{3}$ Vậy m = $\frac{-2}{3}$ thì (d) cắt (d_1) tại điểm M(-2;0) trên trục hoành b) Giả sử $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định thuộc đường thẳng (d) Khi đó $M(x_0;y_0) \in (d)\ \forall m$ $\Leftrightarrow (x_0 - 1)m = y_0 - 4x_0 - 6\ \forall m$ $\Leftrightarrow x_0 = 1$ và $y_0 = 10$ Vậy với mọi m thì (d) luôn đi qua điểm cố định M(1;10)	0,25 0,25 0,25 0,25

Bài 3(2 điểm)

Ý/Phần	Đáp án	Điểm
1	Ta có : xy- 2x + 3y = 21 $\Leftrightarrow$x(y-2) + 3(y-2) =21 $\Leftrightarrow$(x+3).(y-2) =21 Vì x,y nguyên dương nên x+3 nguyên dương và x+3≥4 Vì (x+3).(y-2) =21 nên x+3 là Ư(21) Có Ư(21)={-1 ;-3 ;-7 ;-21 ;1 ;3 ;7 ;21}	0,25 0,25

	Vì $x+3 \geq 4$ nên $x+3 = 7$ hoặc $x+3 = 21$ ⇨ $x=4$ hoặc $x= 18$ ⇨ $y=5$ hoặc $y= 3$ Vậy phương trình có nghiệm nguyên dương là $(x ;y)=(4 ;5)$ hoặc $(x ;y)= (18 ;3)$	 0,25 0,25
2	$A =(x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4$ $= [(x + y)(x + 4y)].[(x + 2y)(x + 3y)] + y^4$ $= (x^2 + 5xy + 4y^2)(x^2 + 5xy + 6y^2) + y^4$ $= (x^2 + 5xy + 5y^2 - y^2)(x^2 + 5xy + 5y^2 - y^2) + y^4$ $= (x^2 + 5xy + 5y^2)^2 - y^4 + y^4$ $= (x^2 + 5xy + 5y^2)^2$ Do $x , y \in Z$ nên $x^2 + 5xy + 5y^2 \in Z$ $\Rightarrow$ A là số chính phương	 0,25 0,25 0,25 0,25

<u>Bài 4(3 điểm</u>)

Ý/Phần	Đáp án	Điểm
	Vẽ hình 	0,25
a	a) Chứng minh $MC \perp OC$ *(0,75 điểm)* - Chứng minh $\widehat{AOM} = \widehat{COM}$. - Chứng minh $\Delta AOM = \Delta COM$ - Chứng minh $MC \perp CO$	 0,25 0,25 0,25
	. b) Chứng minh K là trung điểm của CH. *(1 điểm)*	

b	ΔMAB có KH//MA (cùng $\perp$AB) $\Rightarrow$ $(\frac{KH}{AM}=\frac{HB}{AB}\Rightarrow KH=\frac{AM.HB}{AB}=\frac{AM.HB}{2R}$ 1) Chứng minh cho CB // MO $\Rightarrow AOM=CBH$ (đồng vị). C/m ΔMAO đồng dạng với ΔCHB $\Rightarrow$ $\frac{MA}{CH}=\frac{AO}{HB}\Rightarrow CH=\frac{AM.HB}{AO}=\frac{AM.HB}{R}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra CH = 2 KH $\Rightarrow$ CK = KH $\Rightarrow$ K là trung điểm của CH.	0,25 0,25 0,25 0,25
c	c) Xác định vị trí của C để chu vi ΔACB đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó*(1 điểm)*. Chu vi tam giác ACB là $P_{ACB}=AB+AC+CB=2R+AC+CB$ Ta lại có $\left(AC-CB\right)^2\geq 0\Rightarrow AC^2+CB^2\geq 2AC.CB$ $\Rightarrow 2AC^2+2CB^2\geq AC^2+CB^2+2AC.CB$ $\Rightarrow 2\left(AC^2+CB^2\right)\geq\left(AC+CB\right)^2$ $\Rightarrow AC+CB\leq\sqrt{2\left(AC^2+CB^2\right)}$. $\Rightarrow AC+CB\leq\sqrt{2AB^2}$ $\Rightarrow AC+CB\leq\sqrt{2.4R^2}$ $\Rightarrow AC+CB\leq 2R\sqrt{2}$ Đẳng thức xảy ra khi AC = CB $\Leftrightarrow$M là điểm chính giữa cung AB. Suy ra $P_{ACB}\leq 2R+2R\sqrt{2}=2R\left(1+\sqrt{2}\right)$, dấu "=" xảy ra khi M là điểm chính giữa cung AB Vậy max $P_{ACB}=2R\left(1+\sqrt{2}\right)$ đạt được khi M là điểm chính giữa cung AB.	0,25 0,25 0,25 0,25

Bài 5(1 điểm)

Ý/Phần	Đáp án	Điểm
	Có: $a+b+c=1\Rightarrow c=\left(a+b+c\right).c=ac+bc+c^2$ $\Rightarrow$ $c+ab=ac+bc+c^2+ab=a(c+b)+c(b+c)=$ $(c+a)(c+b)$	0,25

	$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{ab}{c+ab}} = \sqrt{\dfrac{ab}{(c+a)(c+b)}} \le \dfrac{\dfrac{a}{c+a}+\dfrac{b}{c+b}}{2}$ Tương tự: $\begin{matrix} a+bc=(a+b)(a+c) \\ b+ca=(b+c)(b+a) \end{matrix}$ $\Rightarrow \sqrt{\dfrac{bc}{a+bc}} = \sqrt{\dfrac{bc}{(a+b)(a+c)}} \le \dfrac{\dfrac{b}{a+b}+\dfrac{c}{a+c}}{2}$ $\sqrt{\dfrac{ca}{b+ca}} = \sqrt{\dfrac{ca}{(b+c)(b+a)}} \le \dfrac{\dfrac{c}{b+c}+\dfrac{a}{b+a}}{2}$ $\Rightarrow$ P $\le \dfrac{\dfrac{a}{c+a}+\dfrac{b}{c+b}+\dfrac{b}{a+b}+\dfrac{c}{a+c}+\dfrac{c}{b+c}+\dfrac{a}{b+a}}{2} =$ $= \dfrac{\dfrac{a+c}{a+c}+\dfrac{c+b}{c+b}+\dfrac{b+a}{b+a}}{2} = \dfrac{3}{2}$ Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$ Từ đó giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{3}{2}$ đạt được khi và chỉ khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$	0,25 0,25 0,25