PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN YÊN ĐỊNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2012 - 2013
Môn thi: Toán
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 26/02/2013
(Đề thi này gồm 01 trang)

Câu 1: *(3 điểm)* Cho A = $\left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right).\frac{x^2-2x+1}{2}$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để A > 0 .

c) Tìm giá trị lớn nhất của A .

Câu 2: *(6 điểm)*

a) Giải phương trình: $2x^2-8x-3\sqrt{x^2-4x-8}=18$

b) Giải bất phương trình: $|2x-7| < x^2 + 2x + 2$

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)(x^2-y^2)=45\\(x-y)(x^2+y^2)=85\end{cases}$

Câu 3 : *(4 điểm)*

a) Cho $a+b+c=0$, tính giá trị của biểu thức:

$$P=\frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{a^2+c^2-b^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}$$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $A=n^2+n+6$ là số chính phương.

Câu 4 : *(5 điểm)*

a) Từ một điểm A nằm ngoài (O;R) kẻ hai tiếp tuyến AM, AN (M,N$\in$(O;R)). Trên cung nhỏ MN lấy điểm P khác M và N. Tiếp tuyến tại P cắt AM tại B, cắt AN tại C. Cho A cố định và AO = a. Chứng minh chu vi tam giác ABC không đổi khi P di động trên cung nhỏ MN. Tính giá trị không đổi ấy theo a và R.

b) Cho tam giác ABC có diện tích bằng 36 (đơn vị diện tích). Trên cạnh BC và cạnh CA lần lượt lấy điểm D và E sao cho DC = 3DB và EA = 2EC; AD cắt BE tại I. Tính diện tích tam giác BID.

Câu 5: *(2 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

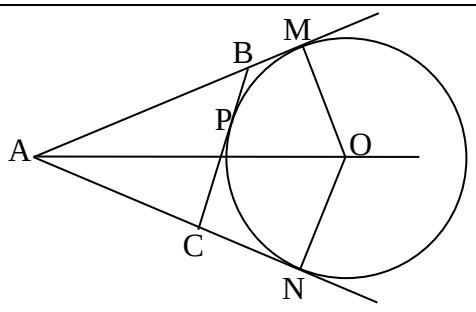
$$Q=\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2}+\frac{y^{10}}{x^2}\right)+\frac{1}{4}(x^{16}+y^{16})-(1+x^2y^2)^2$$

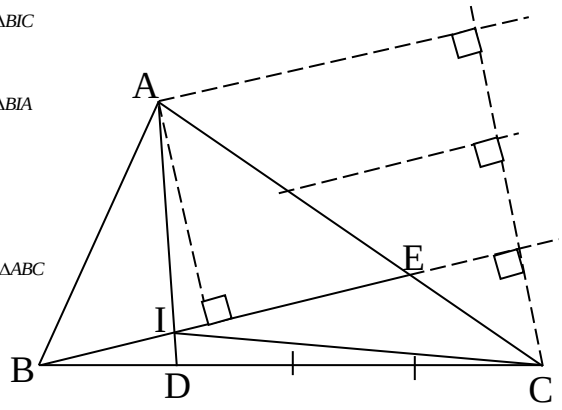
Hết

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN YÊN ĐỊNH

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2012 - 2013
Môn thi: Toán
Ngày thi: 26/02/2013
(Hướng dẫn chấm này gồm 03 trang)

Câu	ý	Đáp án và hướng dẫn chấm	Điểm
1	a	ĐKXĐ: $x \geq 0, x \neq 1$ $A = -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$	0.25đ 0.75đ
	b	$A > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) < 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > 0 \\ \sqrt{x}-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$ (vì $\sqrt{x} > \sqrt{x}-1$)	0.25đ 0.75đ
	c	$A = -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = -x + \sqrt{x} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = -(\sqrt{x}-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$ $\Rightarrow A \leq \frac{1}{4}$ Vậy GTLN của A $= \frac{1}{4}$ *khi* $\sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}(t/m)$	0.75đ 0.25đ
2	a	$2x^2 - 8x - 3\sqrt{x^2-4x-8} = 18$ $\Leftrightarrow 2(x^2-4x-8) - 3\sqrt{x^2-4x-8} - 2 = 0$ Đặt $\sqrt{x^2-4x-8} = y, y \geq 0$ ta được phương trình: $2y^2 - 3y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2y^2 + y - 4y - 2 = 0$ $\Leftrightarrow (y-2)(2y+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ y $= -\frac{1}{2} < 0$ (loại); với y = 2 ta có $\sqrt{x^2-4x-8} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$ $\Leftrightarrow (x-6)(x+2) = 0$ $\Leftrightarrow x = 6$ hoặc $x = -2$ (thỏa mãn phương trình đã cho) Vậy pt đã cho có 2 nghiệm: $x = 6$, $x = -2$	 0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ
	b	Vì $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0$ Nên: $\lvert 2x-7 \rvert < x^2 + 2x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 7 < x^2 + 2x + 2 \\ 2x - 7 > -x^2 - 2x - 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 9 > 0 \\ x^2 + 4x - 5 > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x^2+4x+4 > 9 \Leftrightarrow (x+2)^2 > 9 \Leftrightarrow \lvert x+2 \rvert > 3$	0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ

		<=> $\begin{bmatrix} x+2>3 \\ x+2<-3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x>1 \\ x<-5 \end{bmatrix}$ Kết luận nghiệm bất phương trình	0.5đ 0.25đ
	c	Biến đổi $\begin{cases} (x+y)(x^2-y^2)=45 \\ (x-y)(x^2+y^2)=85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x+y)^2=45 \quad (1) \\ (x-y)(x^2+y^2)=85 \quad (2) \end{cases}$ Từ hệ ta có x – y > 0 Nhân hai vế của (1) với 17 và nhân hai vế của (2) với 9 rồi đồng nhất sau khi nhân ta được: $17(x-y)(x+y)^2 = 9(x-y)(x^2+y^2) \Leftrightarrow 4x^2 + 17xy + 4y^2 = 0$ Nếu y = 0 thì x = 0 => không thỏa mãn hệ. Nếu $y \neq 0$, chia hai vế của $4x^2 + 17xy + 4y^2 = 0$ cho y^2 và đặt t = x/y được: $4t^2 + 17t + 4 = 0$ <=> (t+4)(4t+1) = 0 <=> t = - 4 hoặc t = - 1/4 <=> x = -4y hoặc y = - 4x thay vào hệ phương trình trên được nghiệm của phương trình đã cho là: (x ; y) $\in$ {(4;-1);(1;-4)}	0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ
3	**a**	$P = \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{a^2+c^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2}$ $= \frac{1}{b^2+c^2-(b+c)^2} + \frac{1}{a^2+c^2-(a+c)^2} + \frac{1}{a^2+b^2-(a+b)^2} \quad (dk: abc \neq 0)$ $= \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac} + \frac{1}{-2ab} = \frac{a+b+c}{-2abc} = 0 \quad (voi: abc \neq 0)$	1đ 1đ
	b	$A = n^2+n+6$ là số chính phương nên A có dạng $A = n^2+n+6 = k^2 \quad (k \in N^*)$ $\Leftrightarrow 4n^2+4n+24 = 4k^2 \Leftrightarrow (2k)^2 - (2n+1)^2 = 23$ $\Leftrightarrow (2k+2n+1)(2k-2n-1) = 23 \Leftrightarrow \begin{cases} 2k+2n+1=23 \\ 2k-2n-1=1 \end{cases}$ (Vì 23 là số nguyên tố và 2k + 2n + 1> 2k – 2n -1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2k+2n+1=23 \\ 2k-2n-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=6 \\ n=5 \end{cases}$ Vậy với n = 5 thì A là số chính phương	0.5đ 0.5đ 0.75đ 0.25đ
4	**a**	$C_{\Delta ABC}$ = AB+BC+CA = AB+BP+PC+CA = (AB+BM)+(CN+CA) (t/c 2 tt cắt nhau) = AM + AN = 2AM (t/c 2 tt cắt nhau) = $2\sqrt{OA^2-OM^2} = 2\sqrt{a^2-R^2}$ Vì A cố định nên OA=a không đổi vậy khi P di chuyển trên cung nhỏ MN thì chu vi tam giác ABC không đổi. 	0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.5đ 0.25đ 0.25đ

		$C_{\Delta ABC} = 2\sqrt{a^2 - R^2}$ **Ghi chú:** *- Không có điểm vẽ hình.* *- Chứng minh mà không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai thì không được công nhận (không có điểm).*	
	b	*(Các đường nét đứt được vẽ thêm để gợi ý chứng minh khi chấm, học sinh phải trình bày kẻ thêm đường phụ khi chứng minh - nếu cần)* Trình bày c/m: $S_{\Delta BID} = \frac{1}{4} S_{\Delta BIC}$ Trình bày c/m: $S_{\Delta BIC} = \frac{1}{2} S_{\Delta BIA}$ $\Rightarrow S_{\Delta BID} = \frac{1}{8} S_{\Delta BIA} = \frac{1}{9} S_{\Delta ABD}$ Trình bày c/m: $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$ $\Rightarrow S_{\Delta BID} \frac{1}{36} S_{\Delta ABC} = \frac{36}{36} = 1$  **Ghi chú:** *- Không có điểm vẽ hình.* *- Chứng minh mà không có hình vẽ hoặc hình vẽ sai thì không được công nhận (không có điểm).*	0.5đ 1.0đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ
5		ĐK: x≠0, y≠0 $Q = \frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2}\right) + \frac{1}{4}(x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2 y^2)^2$ $= \frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} + 1 + 1\right) + \frac{1}{4}(x^{16} + y^{16} + 1 + 1) - (1 + x^2 y^2)^2 - \frac{3}{2}$ Áp dụng bắt đẳng thức Cô-si cho bốn số dương ta có: $\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} + 1 + 1\right) \geq 2x^2 y^2$ $\frac{1}{4}(x^{16} + y^{16} + 1 + 1) \geq x^4 y^4$ $\Rightarrow Q \geq 2x^2 y^2 + x^4 y^4 - 1 - 2x^2 y^2 - x^4 y^4 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là Q = – 5/2 khi $x^2 = y^2 = 1$	0.5đ 0.25đ 0.25đ 0.5đ 0.5đ

Chú ý: HS có thể giải theo cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.