

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Môn thi: **TOÁN**

Ngày thi: **30/6/2012**

Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian giao đề)

**Bài 1:** (3, 0 điểm)

Học sinh không sử dụng máy tính bỏ túi

a) Giải phương trình:  $2x - 5 = 0$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{5\sqrt{a} - 3}{\sqrt{a} - 2} + \frac{3\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 2} - \frac{a^2 + 2\sqrt{a} + 8}{a - 4}$  với  $a \geq 0, a \neq 4$

d) Tính giá trị của biểu thức  $B = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

**Bài 2:** (2, 0 điểm)

Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là  $y = mx^2$  và

$$y = (m - 2)x + m - 1 \quad (m \text{ là tham số, } m \neq 0).$$

a) Với  $m = -1$ , tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Chứng minh rằng với mọi  $m \neq 0$  đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

**Bài 3:** (2, 0 điểm)

Quãng đường từ Quy Nhơn đến Bồng Sơn dài 100 km. Cùng một lúc, một xe máy khởi hành từ Quy Nhơn đi Bồng Sơn và một xe ô tô khởi hành từ Bồng Sơn đi Quy Nhơn. Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến Bồng Sơn. Biết vận tốc hai xe không thay đổi trên suốt quãng đường đi và vận tốc của xe máy kém vận tốc xe ô tô là 20 km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

**Bài 4:** (3, 0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$ . Gọi C là trung điểm của OA, qua C kẻ dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $AK \cdot AH = R^2$

c) Trên KN lấy điểm I sao cho  $KI = KM$ , chứng minh  $NI = KB$ .

**HƯỚNG DẪN GIẢI:**

**Bài 1:**

a)  $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

b) 
$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 5y = 10 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 20 \\ y - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 8 \end{cases}$$

c)

$$A = \frac{5\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-2} + \frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+2} - \frac{a^2+2\sqrt{a}+8}{a-4} = \frac{(5\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+2) + (3\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-2) - (a^2+2\sqrt{a}+8)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}$$

$$= \frac{5a+10\sqrt{a}-3\sqrt{a}-6+3a-6\sqrt{a}+\sqrt{a}-2-a^2-2\sqrt{a}-8}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} = \frac{-a^2+8a-16}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} = \frac{-(a^2-8a+16)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}$$

$$= \frac{-(a-4)^2}{a-4} = -(a-4) = 4-a$$

$$d) B = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{3}+1| + |2-\sqrt{3}| = \sqrt{3}+1+2-\sqrt{3} = 3$$

### Bài 2:

a) Với  $m = -1$  ( $P$ ) và ( $d$ ) lần lượt trở thành  $y = -x^2$ ;  $y = x - 2$ .

Lúc đó phương trình hoành độ giao điểm của ( $P$ ) và ( $d$ ) là:  $-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$  có

$a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$  nên có hai nghiệm là  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -2$ .

Với  $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1$

Với  $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -4$

Vậy tọa độ giao điểm của ( $P$ ) và ( $d$ ) là  $(1; -1)$  và  $(-2; -4)$ .

b) Phương trình hoành độ giao điểm của ( $P$ ) và ( $d$ ) là:

$$mx^2 = (m-2)x + m - 1 \Leftrightarrow mx^2 - (m-2)x - m + 1 = 0 (*)$$

Với  $m \neq 0$  thì (\*) là phương trình bậc hai ẩn  $x$  có

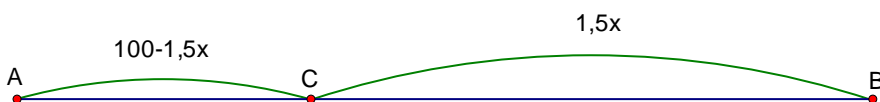
$\Delta = (m-2)^2 - 4m(-m+1) = m^2 - 4m + 4 + 4m^2 - 4m = 5m^2 + 4 > 0$  với mọi  $m$ . Suy ra (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ . Hay với mọi  $m \neq 0$  đường thẳng ( $d$ ) luôn cắt parabol ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt.

### Bài 3:

Đổi  $1h30' = 1,5h$

Đặt địa điểm :

- Quy Nhơn là A
- Hai xe gặp nhau là C
- Bồng Sơn là B



Gọi vận tốc của xe máy là  $x$  ( $km/h$ ). ĐK :  $x > 0$ .

Suy ra :

Vận tốc của ô tô là  $x + 20$  ( $km/h$ ).

Quãng đường BC là :  $1,5x$  ( $km$ )

Quãng đường AC là :  $100 - 1,5x$  ( $km$ )

Thời gian xe máy đi từ A đến C là :  $\frac{100 - 1,5x}{x}$  ( $h$ )

Thời gian ô tô máy đi từ B đến C là :  $\frac{1,5x}{x + 20}$  ( $h$ )

Vì hai xe khởi hành cùng lúc, nên ta có phương trình :  $\frac{100 - 1,5x}{x} = \frac{1,5x}{x + 20}$

Giải pt :

$$\frac{100 - 1,5x}{x} = \frac{1,5x}{x + 20} \Rightarrow (100 - 1,5x)(x + 20) = 1,5x^2 \Rightarrow 100x + 2000 - 1,5x^2 - 30x = 1,5x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 70x - 2000 = 0$$

$$\Delta' = 35^2 + 3 \cdot 2000 = 1225 + 6000 = 7225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{7225} = 85$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt : } x_1 = \frac{35 + 85}{3} = 40 \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

$$x_2 = \frac{35 - 85}{3} = -\frac{50}{3} \text{ (không thỏa mãn ĐK)}$$

Vận tốc của xe máy là  $40 \text{ km/h}$ .

Vận tốc của ô tô là  $40 + 20 = 60 \text{ (km/h)}$ .

#### Bài 4:

a) Tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

Ta có :  $\angle AKB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

hay  $\angle HKB = 90^\circ$ ;  $\angle HCB = 90^\circ$  (gt)

Tứ giác BCHK có  $\angle HKB + \angle HCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$  tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

b)  $AK \cdot AH = R^2$

Để thấy  $\triangle ACH \sim \triangle AKB$  (g.g)  $\Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AK \cdot AH = AC \cdot AB = \frac{R}{2} \cdot 2R = R^2$

c)  $NI = KB$

$\triangle OAM$  có  $OA = OM = R$  (gt)  $\Rightarrow \triangle OAM$  cân tại  $O$  (1)

$\triangle OAM$  có  $MC$  là đường cao đồng thời là đường trung tuyến (gt)  $\Rightarrow \triangle OAM$  cân tại  $M$  (2)

(1)&(2)  $\Rightarrow \triangle OAM$  là tam giác đều  $\Rightarrow \angle MOA = 60^\circ \Rightarrow \angle MON = 120^\circ \Rightarrow \angle MKI = 60^\circ$

$\triangle KMI$  là tam giác cân ( $KI = KM$ ) có  $\angle MKI = 60^\circ$  nên là tam giác đều  $\Rightarrow MI = MK$  (3).

Để thấy  $\triangle BMK$  cân tại  $B$  có  $\angle MBN = \frac{1}{2} \angle MON = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$  nên là tam giác đều  $\Rightarrow MN = MB$  (4)

Gọi  $E$  là giao điểm của  $AK$  và  $MI$ .

Để thấy  $\left. \begin{array}{l} \angle NKB = \angle NMB = 60^\circ \\ \angle MIK = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle NKB = \angle MIK \Rightarrow KB \parallel MI$  (vì có cặp góc ở vị trí so le trong bằng nhau) mặt

khác  $AK \perp KB$  (cmt) nên  $AK \perp MI$  tại  $E \Rightarrow \angle HME = 90^\circ - \angle MHE$ .

Ta có :  $\left. \begin{array}{l} \angle HAC = 90^\circ - \angle AHC \\ \angle HME = 90^\circ - \angle MHE \text{ (cmt)} \\ \angle AHC = \angle MHE \text{ (dd)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle HAC = \angle HME$  mặt khác  $\angle HAC = \angle KMB$  (cùng chắn  $KB$ )

$\Rightarrow \angle HME = \angle KMB$  hay  $\angle NMI = \angle KMB$  (5)

(3),(4)&(5)  $\Rightarrow \triangle IMN = \triangle KMB$  (c.g.c)  $\Rightarrow NI = KB$  (đpcm)

