<u>Chuyên đề 6</u> : Dạng toán chứng minh chia hết

1.Kiến thức vận dụng

*** Dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9**

*** Chữ số tận cùng của 2^n, 3^n ,4^n, 5^n ,6^n, 7^n, 8^n, 9^n**

*** Tính chất chia hết của một tổng**

2. Bài tập vận dụng:

Bài 1 : Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :

$3^{n+2}-2^{n+2}+3^n-2^n$ chia hết cho 10

HD: ta có $3^{n+2}-2^{n+2}+3^n-2^n = 3^{n+2}+3^n-2^{n+2}-2^n$

$=3^n(3^2+1)-2^n(2^2+1)$

$=3^n\cdot 10-2^n\cdot 5=3^n\cdot 10-2^{n-1}\cdot 10$

$= 10(3^n - 2^n)$

Vậy $3^{n+2}-2^{n+2}+3^n-2^n \vdots$ 10 với mọi n là số nguyên dương.

Bài 2 : Chứng tỏ rằng:

A = 75. (4^{2004} + 4^{2003} + ... + 4^2 + 4 + 1) + 25 là số chia hết cho 100

HD: A = 75. (4^{2004} + 4^{2003} + ... + 4^2 + 4 + 1) + 25 = 75.(4^{2005} – 1) : 3 + 25

= 25(4^{2005} – 1 + 1) = 25. 4^{2005} chia hết cho 100

Bài 3 : Cho m, n $\in$ N^* và p là số nguyên tố thoả mãn: $\dfrac{p}{m-1} = \dfrac{m+n}{p}$ (1)

Chứng minh rằng : p^2 = n + 2

HD : + Nếu m + n chia hết cho p $\Rightarrow p\vdots(m-1)$ do p là số nguyên tố và m, n $\in$ N^*

$\Rightarrow$ m = 2 hoặc m = p +1 khi đó từ (1) ta có p^2 = n + 2

+ Nếu m + n không chia hết cho p , từ (1) $\Rightarrow$ (m + n)(m – 1) = p^2

Do p là số nguyên tố và m, n $\in$ N^* $\Rightarrow$ m – 1 = p^2 và m + n =1

$\Leftrightarrow$ m = p^2 +1 và n = - p^2 < 0 (loại)

Vậy p^2 = n + 2

Bài 4: a) Số $A=10^{1998}-4$ có chia hết cho 3 không ? Có chia hết cho 9 không ?

b) Chứng minh rằng: $A=36^{38}+41^{33}$ chia hết cho 7

HD: a) Ta có 10^{1998} = (9 + 1)^{1998} = 9.k + 1 (k là số tự nhiên khác không)

4 = 3.1 + 1

Suy ra : $A=10^{1998}-4$ = (9.k + 1) – (3.1+1) = 9k -3 chia hết cho 3 , không chia hết cho 9

b) Ta có 36^{38} = $(36^2)^{19}$ = 1296^{19} = (7.185 + 1) ^{19} = 7.k + 1 (k $\in$ N^*)

41^{33} = (7.6 – 1)^{33} = 7.q – 1 (q$\in$ N^*)

Suy ra : $A=36^{38}+41^{33}$ = 7k + 1 + 7q – 1 = 7(k + q) $\vdots 7$

Bài 5 :

a) Chứng minh rằng: $3^{n+2}-2^{n+4}+3^n+2^n$ chia hết cho 30 với mọi n nguyên dương

b) Chứng minh rằng: 2a - 5b + 6c $\vdots$ 17 nếu a - 11b + 3c $\vdots$ 17 (a, b, c $\in$ Z)

Bài 6 : a) Chứng minh rằng: $3a+2b\vdots 17 \Leftrightarrow 10a+b\vdots 17$ (a, b $\in$ Z)

b) Cho đa thức $f(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c nguyên).

CMR nếu f(x) chia hết cho 3 với mọi giá trị của x thì a, b, c đều chia hết cho 3

HD a) ta có 17a – 34 b $\vdots 17$ và 3a + 2b $\vdots 17 \Rightarrow 17a - 34b + 3a + 2b \vdots 17 \Leftrightarrow 2(10a - 16b) \vdots 17$

$\Leftrightarrow 10a - 16b \vdots 17$ vì (2, 7) = 1 $\Leftrightarrow 10a + 17b - 16b \vdots 17 \Leftrightarrow 10a + b \vdots 17$

b) Ta có f(0) = c do f(0) $\vdots 3 \Rightarrow c \vdots 3$

f(1) - f(-1) = (a + b + c) - (a – b + c) = 2b , do f(1) và f(-1) chia hết cho 3 $\Rightarrow 2b \vdots 3 \Rightarrow b \vdots 3$ vì (2, 3) = 1

f(1) $\vdots 3 \Rightarrow a + b + c \vdots 3$ do b và c chia hết cho 3 $\Rightarrow a \vdots 3$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 3

Bài 7 : a) Chứng minh rằng $\dfrac{10^{2006} + 53}{9}$ là một số tự nhiên

b) Cho $2^n + 1$ là số nguyên tố (n > 2). Chứng minh $2^n - 1$ là hợp số

HD : b) ta có $(2^n + 1)(2^n - 1) = 2^{2n} - 1 = 4^n - 1$ (1) .Do $4^n - 1$ chia hêt cho 3 và $2^n + 1$ là số nguyên tố (n > 2) suy ra $2^n - 1$ chia hết cho 3 hay $2^n - 1$ là hợp số