

# Chuyên đề 1: Các bài toán thực hiện phép tính

## 1. Các kiến thức vận dụng:

- Tính chất của phép cộng, phép nhân
- Các phép toán về lũy thừa:  
 $a^n = \underbrace{a.a \dots a}_n$ ;  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;  $a^m : a^n = a^{m-n}$  ( $a \neq 0, m \geq n$ )  
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ;  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ;  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  ( $b \neq 0$ )

## 2. Một số bài toán:

**Bài 1:** a) Tính tổng:  $1+2+3+\dots+n$ ,  $1+3+5+\dots+(2n-1)$

b) Tính tổng:  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1)$   
 $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2)$

Với  $n$  là số tự nhiên khác không.

HD: a)  $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

b)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)$

$$= [1 \cdot 2 \cdot (3-0) + 2 \cdot 3 \cdot (4-1) + 3 \cdot 4 \cdot (5-2) + \dots + n(n+1)((n+2)-(n-1))] : 3$$

$$= [1 \cdot 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2)] : 3$$

$$= n(n+1)(n+2) : 3$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2)$$

$$= [1 \cdot 2 \cdot 3(4-0) + 2 \cdot 3 \cdot 4(5-1) + 3 \cdot 4 \cdot 5(6-2) + \dots + n(n+1)(n+2)((n+3)-(n-1))]:$$

4

$$= n(n+1)(n+2)(n+3) : 4$$

Tổng quát:

**Bài 2:** a) Tính tổng:  $S = 1 + a + a^2 + \dots + a^n$

b) Tính tổng:  $A = \frac{c}{a_1 \cdot a_2} + \frac{c}{a_2 \cdot a_3} + \dots + \frac{c}{a_{n-1} \cdot a_n}$  với  $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = k$

$k$

HD: a)  $S = 1 + a + a^2 + \dots + a^n \Rightarrow aS = a + a^2 + \dots + a^n + a^{n+1}$

$$\text{Ta có: } aS - S = a^{n+1} - 1 \Rightarrow (a-1)S = a^{n+1} - 1$$

$$\text{Nếu } a = 1 \Rightarrow S = n+1$$

$$\text{Nếu } a \text{ khác } 1, \text{ suy ra } S = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$

b) Áp dụng  $\frac{c}{a \cdot b} = \frac{c}{k} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$  với  $b - a = k$

$$\text{Ta có: } A = \frac{c}{k} \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{c}{k} \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) + \dots + \frac{c}{k} \left( \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} \right)$$

$$= \frac{c}{k} \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} \right)$$

$$= \frac{c}{k} \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} \right)$$

Bài 3 : a) Tính tổng :  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

b) Tính tổng :  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

HD : a)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1) : 6$

b)  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (n(n+1):2)^2$

**Bài 3:** Thực hiện phép tính:

$$a) A = \left( \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49} \right) \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89}$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$\text{HD : } A = \frac{-9}{28} ; B = \frac{7}{2}$$

**Bài 4:** 1, Tính: 
$$P = \frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{\frac{5}{2003} + \frac{5}{2004} - \frac{5}{2005}} - \frac{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}{\frac{3}{2002} + \frac{3}{2003} - \frac{3}{2004}}$$

2, Biết:  $13 + 23 + \dots + 103 = 3025$ .

Tính:  $S = 23 + 43 + 63 + \dots + 203$

**Bài 5:** a) Tính 
$$A = \left( \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 115$$

b) Cho 
$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{2004}} + \frac{1}{3^{2005}}$$

Chứng minh rằng  $B < \frac{1}{2}$ .

**Bài 6:** a) Tính : 
$$\frac{\left( 13\frac{1}{4} - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6} \right) \cdot 230\frac{1}{25} + 46\frac{3}{4}}{\left( 1\frac{3}{10} + \frac{10}{3} \right) : \left( 12\frac{1}{3} - 14\frac{2}{7} \right)}$$

b) Tính 
$$P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012}}{\frac{2011}{1} + \frac{2010}{2} + \frac{2009}{3} + \dots + \frac{1}{2011}}$$

HD: Nhận thấy  $2011 + 1 = 2010 + 2 = \dots$

$$\Rightarrow MS = 1 + \frac{2012}{1} + 1 + \frac{2010}{2} + \dots + 1 + \frac{1}{2011} - 2011$$

$$= 2012 + \frac{2012}{2} + \dots + \frac{2012}{2011} - 2011 = 2012 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012} \right)$$

$$c) A = \frac{(1+2+3+\dots+99+100) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) (63.1,2 - 21.3,6)}{1-2+3-4+\dots+99-100}$$

**Bài 7:** a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left[ \frac{1 \frac{11}{31} \cdot 4 \frac{3}{7} - \left( 15 - 6 \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{19} \right)}{4 \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \left( 12 - 5 \frac{1}{3} \right)} \cdot \left( -1 \frac{14}{93} \right) \right] \cdot \frac{31}{50}$$

b) Chứng tỏ rằng:  $B = 1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^2} - \dots - \frac{1}{2004^2} > \frac{1}{2004}$

**Bài 8:** a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{\left( 81,624 : 4 \frac{4}{3} - 4,505 \right)^2 + 125 \frac{3}{4}}{\left\{ \left[ \left( \frac{11}{25} \right)^2 : 0,88 + 3,53 \right]^2 - (2,75)^2 \right\} : \frac{13}{25}}$$

b) Chứng minh rằng tổng:

$$S = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} - \dots + \frac{1}{2^{4n-2}} - \frac{1}{2^{4n}} + \dots + \frac{1}{2^{2002}} - \frac{1}{2^{2004}} < 0,2$$