

# CHUYÊN ĐỀ ĐẠI SỐ 7 CHO HỌC SINH GIỎI

## *DÃY CÁC SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT*

**Bài 1:** *Tìm số hạng thứ n của các dãy số sau:*

- a) 3, 8, 15, 24, 35, ...
- b) 3, 24, 63, 120, 195, ...
- c) 1, 3, 6, 10, 15, ...
- d) 2, 5, 10, 17, 26, ...
- e) 6, 14, 24, 36, 50, ...
- f) 4, 28, 70, 130, 208, ...
- g) 2, 5, 9, 14, 20, ...
- h) 3, 6, 10, 15, 21, ...
- i) 2, 8, 20, 40, 70, ...

**Hướng dẫn:**

- a)  $n(n+2)$
- b)  $(3n-2)3n$
- c)  $\frac{n(n+1)}{2}$
- d)  $1+n^2$
- e)  $n(n+5)$
- f)  $(3n-2)(3n+1)$
- g)  $\frac{n(n+3)}{2}$
- h)  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$
- i)  $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

**Bài 2:** *Tính:*

$$a, A = 1+2+3+\dots+(n-1)+n$$

$$b, A = 1.2+2.3+3.4+\dots+99.100$$

**Hướng dẫn:**

$$a, A = 1+2+3+\dots+(n-1)+n$$

$$A = n(n+1):2$$

$$b, 3A = 1.2.3+2.3(4-1)+3.4.(5-2)+\dots+99.100.(101-98)$$

$$3A = 1.2.3+2.3.4-1.2.3+3.4.5-2.3.4+\dots+99.100.101-98.99.100$$

$$3A = 99.100.101$$

$$A = 333300$$

**Tổng quát:**

$$A = 1.2+2.3+3.4+\dots+(n-1)n$$

$$A = (n-1)n(n+1):3$$

**Bài 3: Tính:**

$$A = 1.3+2.4+3.5+\dots+99.101$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 1(2+1)+2(3+1)+3(4+1)+\dots+99(100+1)$$

$$A = 1.2+1+2.3+2+3.4+3+\dots+99.100+99$$

$$A = (1.2+2.3+3.4+\dots+99.100)+(1+2+3+\dots+99)$$

$$A = 333300 + 4950 = 338250$$

**Tổng quát:**  $A = 1.3+2.4+3.5+\dots+(n-1)(n+1)$

$$A = (n-1)n(n+1):3 + n(n-1):2$$

$$A = (n-1)n(2n+1):6$$

**Bài 4: Tính:**

$$A = 1.4+2.5+3.6+\dots+99.102$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 1(2+2)+2(3+2)+3(4+2)+\dots+99(100+2)$$

$$A = 1.2+1.2+2.3+2.2+3.4+3.2+\dots+99.100+99.2$$

$$A = (1.2+2.3+3.4+\dots+99.100)+2(1+2+3+\dots+99)$$

$$A = 333300 + 9900$$

$$A = 343200$$

**Bài 5: Tính:**

$$A = 4+12+24+40+\dots+19404+19800$$

**Hướng dẫn:**

$$\frac{1}{2}A = 1.2+2.3+3.4+4.5+\dots+98.99+99.100$$

$$A = 666600$$

**Bài 6: Tính:**

$$A = 1+3+6+10+\dots+4851+4950$$

**Hướng dẫn:**

$$2A = 1.2+2.3+3.4+\dots+99.100$$

$$A = 333300:2$$

$$A = 166650$$

**Bài 7: Tính:**

$$A = 6+16+30+48+\dots+19600+19998$$

**Hướng dẫn:**

$$2A = 1.3+2.4+3.5+\dots+99.101$$

$$A = 338250:2$$

$$A = 169125$$

**Bài 8: Tính:**

$$A = 2+5+9+14+\dots+4949+5049$$

**Hướng dẫn:**

$$2A = 1.4+2.5+3.6+\dots+99.102$$

$$A = 343200:2$$

$$A = 171600$$

**Bài 9: Tính:**

$$A = 1.2.3+2.3.4+3.4.5+\dots+98.99.100$$

**Hướng dẫn:**

$$4A = 1.2.3.4+2.3.4(5-1)+3.4.5.(6-2)+\dots+98.99.100.(101-97)$$

$$4A = 1.2.3.4+2.3.4.5-1.2.3.4+3.4.5.6-2.3.4.5+\dots+98.99.100.101-97.98.99.100$$

$$4A = 98.99.100.101$$

$$A = 2449755$$

**Tổng quát:**

$$A = 1.2.3+2.3.4+3.4.5+\dots+(n-2)(n-1)n$$

$$A = (n-2)(n-1)n(n+1):4$$

**Bài 10: Tính:**

$$A = 1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 1+2(1+1)+3(2+1)+\dots+99(98+1)+100(99+1)$$

$$A = 1+1.2+2+2.3+3+\dots+98.99+99+99.100+100$$

$$A = (1.2+2.3+3.4+\dots+99.100)+(1+2+3+\dots+99+100)$$

$$A = 333300 + 5050$$

$$A = 338050$$

**Tổng quát:**

$$A = 1^2+2^2+3^2+\dots+(n-1)^2+n^2$$

$$A = (n-1)n(n+1):3 + n(n+1):2$$

$$A = n(n+1)(2n+1):6$$

**Bài 11: Tính:**

$$A = 2^2+4^2+6^2+\dots+98^2+100^2$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 2^2(1^2+2^2+3^2+\dots+49^2+50^2)$$

**Bài 12: Tính:**

$$A = 1^2+3^2+5^2+\dots+97^2+99^2$$

**Hướng dẫn:**

$$A = (1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)-(2^2+4^2+6^2+\dots+98^2+100^2)$$

$$A = (1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)-2^2(1^2+2^2+3^2+\dots+49^2+50^2)$$

**Bài 13: Tính:**

$$A = 1^2-2^2+3^2-4^2+\dots+99^2-100^2$$

**Hướng dẫn:**

$$A = (1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)-2(2^2+4^2+6^2+\dots+98^2+100^2)$$

**Bài 14: Tính:**

$$A = 1.2^2+2.3^2+3.4^2+\dots+98.99^2$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 1.2(3-1)+2.3(4-1)+3.4(5-1)+\dots+98.99(100-1)$$

$$A = 1.2.3-1.2+2.3.4-2.3+3.4.5-3.4+\dots+98.99.100-98.99$$

$$A = (1.2.3+2.3.4+3.4.5+\dots+98.99.100)-(1.2+2.3+3.4+\dots+98.99)$$

**Bài 15: Tính:**

$$A = 1.3+3.5+5.7+\dots+97.99+99.101$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 1(1+2)+3(3+2)+5(5+2)+\dots+97(97+2)+99(99+2)$$

$$A = (1^2+3^2+5^2+\dots+97^2+99^2)+2(1+3+5+\dots+97+99)$$

**Bài 16: Tính:**

$$A = 2.4+4.6+6.8+\dots+98.100+100.102$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 2(2+2)+4(4+2)+6(6+2)+\dots+98(98+2)+100(100+2)$$

$$A = (2^2+4^2+6^2+\dots+98^2+100^2)+4(1+2+3+\dots+49+50)$$

**Bài 17: Tính:**

$$A = 1^3+2^3+3^3+\dots+99^3+100^3$$

**Hướng dẫn:**

$$A = 1^2(1+0)+2^2(1+1)+3^2(2+1)+\dots+99^2(98+1)+100^2(99+1)$$

$$A = (1.2^2+2.3^2+3.4^2+\dots+98.99^2+99.100^2)+(1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)$$

$$A = [1.2(3-1)+2.3(4-1)+3.4(5-1)+\dots+98.99(100-1)]+(1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)$$

$$A = 1.2.3-1.2+2.3.4-2.3+3.4.5-3.4+\dots+98.99.100-$$

$$98.99+(1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)$$

$$A = (1.2.3+2.3.4+3.4.5+\dots+98.99.100)-(1.2+2.3+3.4+\dots+98.99) (1^2+2^2+3^2+\dots+99^2+100^2)$$

**Bài 18: Tính:**

$$A = 2^3+4^3+6^3+\dots+98^3+100^3$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 19: Tính:**

$$A = 1^3+3^3+5^3+\dots+97^3+99^3$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 20: Tính:**

$$A = 1^3-2^3+3^3-4^3+\dots+99^3-100^3$$

**Hướng dẫn:**

## Chuyên đề:

# TỈ LỆ THỨC-TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

## A. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

### I. TỈ LỆ THỨC

#### 1. Định nghĩa:

Tỉ lệ thức là một đẳng thức của hai tỉ số  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  (hoặc  $a : b = c : d$ ).

Các số  $a, b, c, d$  được gọi là các số hạng của tỉ lệ thức;  $a$  và  $d$  là các số hạng ngoài hay ngoại tỉ,  $b$  và  $c$  là các số hạng trong hay trung tỉ.

#### 2. Tính chất:

**Tính chất 1:** Nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $ad = bc$

**Tính chất 2:** Nếu  $ad = bc$  và  $a, b, c, d \neq 0$  thì ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

**Nhận xét:** Từ một trong năm đẳng thức trên ta có thể suy ra các đẳng thức còn lại.

### II. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

-Tính chất: Từ  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  suy ra:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$

-Tính chất trên còn mở rộng cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \text{ suy ra: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+b+c}{b+d+f} = \frac{a-b+c}{b-d+f} = \dots$$

(giả thiết các tỉ số trên đều có nghĩa).

\* **Chú ý:** Khi có dãy tỉ số  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$  ta nói các số  $a, b, c$  tỉ lệ với các số 2, 3, 5.

Ta cũng viết  $a : b : c = 2 : 3 : 5$

## B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### DẠNG I: TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIẾN TRONG CÁC TỈ LỆ THỨC.

**Ví dụ 1:** Tìm hai số  $x$  và  $y$  biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$  và  $x + y = 20$

**Giải:**

**Cách 1:** (Đặt ẩn phụ)

Đặt  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k$ , suy ra:  $x = 2k$ ,  $y = 3k$

Theo giả thiết:  $x + y = 20 \Rightarrow 2k + 3k = 20 \Rightarrow 5k = 20 \Rightarrow k = 4$

Do đó:  $x = 2.4 = 8$

$y = 3.4 = 12$

KL:  $x = 8$ ,  $y = 12$

**Cách 2:** (sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau):

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{20}{5} = 4$$

Do đó:  $\frac{x}{2} = 4 \Rightarrow x = 8$

$\frac{y}{3} = 4 \Rightarrow y = 12$

KL:  $x = 8$ ,  $y = 12$

**Cách 3:** (phương pháp thế)

Từ giả thiết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Rightarrow x = \frac{2y}{3}$

mà  $x + y = 20 \Rightarrow \frac{2y}{3} + y = 20 \Rightarrow 5y = 60 \Rightarrow y = 12$

Do đó:  $x = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8$

KL:  $x = 8, y = 12$

**Vi dụ 2:** Tìm  $x, y, z$  biết:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$  và  $2x - 3y + z = 6$

**Giải:**

Từ giả thiết:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}$  (1)

$\frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{20}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20}$  (\*)

Ta có:  $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20} = \frac{2x}{18} = \frac{3y}{36} = \frac{z}{20} = \frac{2x - 3y + z}{18 - 36 + 20} = \frac{6}{2} = 3$

Do đó:  $\frac{x}{9} = 3 \Rightarrow x = 27$

$\frac{y}{12} = 3 \Rightarrow y = 36$

$\frac{z}{20} = 3 \Rightarrow z = 60$

KL:  $x = 27, y = 36, z = 60$

**Cách 2:** Sau khi làm đến (\*) ta đặt  $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20} = k$  (sau đó giải như cách 1 của VD1).

**Cách 3:** (phương pháp thế: ta tính  $x, y$  theo  $z$ )

Từ giả thiết:

$\frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow y = \frac{3z}{5}$

$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow x = \frac{3y}{4} = \frac{3 \cdot \frac{3z}{5}}{4} = \frac{9z}{20}$

mà  $2x - 3y + z = 6 \Rightarrow 2 \cdot \frac{9z}{20} - 3 \cdot \frac{3z}{5} + z = 6 \Rightarrow \frac{z}{10} = 60 \Rightarrow z = 60$

Suy ra:  $y = \frac{3 \cdot 60}{5} = 36, x = \frac{9 \cdot 60}{20} = 27$

KL:  $x = 27, y = 36, z = 60$

**Ví dụ 3:** Tìm hai số  $x, y$  biết rằng:  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$  và  $x.y = 40$

**Giải:**

**Cách 1:** (đặt ẩn phụ)

Đặt  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = k$ , suy ra  $x = 2k$ ,  $y = 5k$

Theo giả thiết:  $x.y = 40 \Rightarrow 2k.5k = 40 \Rightarrow 10k^2 = 40 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$

+ Với  $k = 2$  ta có:  $x = 2.2 = 4$

$y = 5.2 = 10$

+ Với  $k = -2$  ta có:  $x = 2.(-2) = -4$

$y = 5.(-2) = -10$

KL:  $x = 4, y = 10$  hoặc  $x = -4, y = -10$

**Cách 2:** (sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau)

Hiển nhiên  $x \neq 0$

Nhân cả hai vế của  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$  với  $x$  ta được:  $\frac{x^2}{2} = \frac{xy}{5} = \frac{40}{5} = 8$

$\Rightarrow x^2 = 16$

$\Rightarrow x = \pm 4$

+ Với  $x = 4$  ta có  $\frac{4}{2} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{4.5}{2} = 10$

+ Với  $x = -4$  ta có  $\frac{-4}{2} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{-4.5}{2} = -10$

KL:  $x = 4, y = 10$  hoặc  $x = -4, y = -10$

**Cách 3:** (phương pháp thế) làm tương tự cách 3 của ví dụ 1.

### BÀI TẬP VẬN DỤNG:

**Bài 1:** Tìm các số  $x, y, z$  biết rằng:

a)  $\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{21}$  và  $5x + y - 2z = 28$

b)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ ,  $\frac{y}{5} = \frac{z}{7}$  và  $2x + 3y - z = 124$

c)  $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} = \frac{4z}{5}$  và  $x + y + z = 49$

d)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$  và  $xy = 54$



e)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$  và  $x^2 - y^2 = 4$

f)  $\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{z+x+1} = \frac{z}{x+y-2} = x+y+z$

**Bài 2:** Tìm các số x, y, z biết rằng:

a)  $\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{21}$  và  $5x + y - 2z = 28$

b)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ ,  $\frac{y}{5} = \frac{z}{7}$  và  $2x + 3y - z = 124$

c)  $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} = \frac{4z}{5}$  và  $x + y + z = 49$

d)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$  và  $xy = 54$

e)  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$  và  $x^2 - y^2 = 4$

f)  $\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{z+x+1} = \frac{z}{x+y-2} = x+y+z$

**Bài 3:** Tìm các số x, y, z biết rằng:

a)  $3x = 2y$ ,  $7y = 5z$  và  $x - y + z = 32$

b)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  và  $2x + 3y - z = 50$

c)  $2x = 3y = 5z$  và  $x + y - z = 95$

d)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$  và  $xyz = 810$

e)  $\frac{y+z+1}{x} = \frac{z+x+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

f)  $10x = 6y$  và  $2x^2 - y^2 = -28$

**Bài 4:** Tìm các số x, y, z biết rằng:

a)  $3x = 2y$ ,  $7y = 5z$  và  $x - y + z = 32$

b)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  và  $2x + 3y - z = 50$

c)  $2x = 3y = 5z$  và  $x + y - z = 95$

d)  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$  và  $xyz = 810$

e)  $\frac{y+z+1}{x} = \frac{z+x+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

f)  $10x = 6y$  và  $2x^2 - y^2 = -28$

**Bài 5:** Tìm x, y biết rằng:

$$\frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$$

**Bài 6:** Tìm x, y biết rằng:

$$\frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$$

**Bài 7:** Cho  $a+b+c+d \neq 0$  và  $\frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{a+c+d} = \frac{c}{a+b+d} = \frac{d}{a+b+c}$

Tìm giá trị của:  $A = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{a+d} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

**Giải:**  $\frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{a+c+d} = \frac{c}{a+b+d} = \frac{d}{a+b+c} = \frac{a+b+c+d}{3(a+b+c+d)} = \frac{1}{3}$  ( Vì  $a+b+c+d \neq 0$  )

$\Rightarrow 3a = b+c+d$ ;  $3b = a+c+d \Rightarrow 3a-3b = b-a \Rightarrow 3(a-b) = -(a-b) \Rightarrow 4(a-b) = 0 \Rightarrow a=b$

Tương tự  $\Rightarrow a=b=c=d \Rightarrow A=4$

**Bài 8:** Tìm các số x; y; z biết rằng:

a)  $\frac{x}{y} = \frac{7}{3}$  và  $5x - 2y = 87$ ;                      b)  $\frac{x}{19} = \frac{y}{21}$  và  $2x - y = 34$ ;

b)  $\frac{x^3}{8} = \frac{y^3}{64} = \frac{z^3}{216}$  và  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ .      c)  $\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{6x}$

**Bài 9:** Tìm các số a, b, c biết rằng:  $2a = 3b$ ;  $5b = 7c$  và  $3a + 5c - 7b = 30$ .

**Bài 10:** Tìm các số x, y, z biết :

a)  $x : y : z = 3 : 4 : 5$  và  $5z^2 - 3x^2 - 2y^2 = 594$ ;

b)  $x + y = x : y = 3.(x - y)$

**Giải a)** Đáp số:  $x = 9$ ;  $y = 12$ ;  $z = 15$  hoặc  $x = -9$ ;  $y = -12$ ;  $z = -15$ .

b) Từ đề bài suy ra:  $2y(2y - x) = 0$ , mà y khác 0 nên  $2y - x = 0$ , do đó :  $x = 2y$ .

Từ đó tìm được :  $x = 4/3$ ;  $y = 2/3$ .

**Bài 11.** Tìm hai số hữu tỉ a và b biết rằng hiệu của a và b bằng thương của a và b và bằng hai lần tổng của a và b ?

**Giải.** Rút ra được:  $a = -3b$ , từ đó suy ra :  $a = -2,25$ ;  $b = 0,75$ .

**Bài 12:** Cho ba tỉ số bằng nhau:  $\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$ . Biết  $a+b+c \neq 0$ . Tìm giá trị của mỗi tỉ số đó ?

**Bài 13.** Số học sinh khối 6,7,8,9 của một trường THCS lần lượt tỉ lệ với 9;10;11;8. Biết rằng số học sinh khối 6 nhiều hơn số học sinh khối 9 là 8 em. Tính số học sinh của trường đó?

**Bài 14:** Chứng minh rằng nếu có các số a, b, c, d thỏa mãn đẳng thức:

$$[ab(ab - 2cd) + c^2d^2][ab(ab - 2) + 2(ab + 1)] = 0$$

thì chúng lập thành một tỉ lệ thức.

**Giải:**  $[ab(ab - 2cd) + c^2d^2].[ab(ab - 2) + 2(ab + 1)] = 0$

$\Rightarrow ab(ab - 2cd) + c^2d^2 = 0$  ( Vì  $ab(ab - 2) + 2(ab + 1) = a^2b^2 + 1 > 0$  với mọi a,b)

$\Rightarrow a^2b^2 - 2abcd + c^2d^2 = 0 \Rightarrow (ab - cd)^2 = 0 \Rightarrow ab = cd \Rightarrow đpcm$

## DẠNG II: CHỨNG MINH TỈ LỆ THỨC

Để chứng minh tỉ lệ thức:  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  ta thường dùng một số phương pháp sau:

**Phương pháp 1:** Chứng tỏ rằng  $A \cdot D = B \cdot C$

**Phương pháp 2:** Chứng tỏ rằng hai tỉ số  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$  có cùng giá trị.

**Phương pháp 3:** Sử dụng tính chất của tỉ lệ thức.

**Một số kiến thức cần chú ý:**

$$+) \frac{a}{b} = \frac{na}{nb} \quad (n \neq 0)$$

$$+) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

Sau đây là một số ví dụ minh họa: ( giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

**Ví dụ 1:** Cho tỉ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

**Giải:**

**Cách 1:** (PP1)

$$\text{Ta có: } (a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd \quad (1)$$

$$(a-b)(c+d) = ac + ad - bc - bd \quad (2)$$

$$\text{Từ giả thiết: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra: } (a+b)(c-d) = (a-b)(c+d)$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{đpcm})$$

**Cách 2:** (PP2)

Đặt  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ , suy ra  $a = bk$ ,  $c = dk$

$$\text{Ta có: } \frac{a+b}{a-b} = \frac{kb+b}{kb-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (1)$$

$$\frac{c+d}{c-d} = \frac{kd+d}{kd-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$  (đpcm)

### Cách 3: (PP3)

Từ giả thiết:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{đpcm})$$

**Hỏi:** Đảo lại có đúng không ?

**Ví dụ 2:** Cho tỉ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

### Giải:

Cách 1: Từ giả thiết:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \quad (1)$

Ta có:  $ab(c^2 - d^2) = abc^2 - abd^2 = acbc - adbd \quad (2)$

$cd(a^2 - b^2) = a^2cd - b^2cd = acad - bc.bd \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) suy ra:  $ab(c^2 - d^2) = cd(a^2 - b^2)$

$$\Rightarrow \frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} \quad (\text{đpcm})$$

Cách 2: Đặt  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ , suy ra  $a = bk$ ,  $c = dk$

Ta có:  $\frac{ab}{cd} = \frac{bk.b}{dk.d} = \frac{kb^2}{kd^2} = \frac{b^2}{d^2}$  (1)

$$\frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} = \frac{(bk)^2 - b^2}{(dk)^2 - d^2} = \frac{b^2k^2 - b^2}{d^2k^2 - d^2} = \frac{b^2(k^2 - 1)}{d^2(k^2 - 1)} = \frac{b^2}{d^2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$  (đpcm)

**Cách 3:** Từ giả thiết:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{ab}{cb} = \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2}$

$$\Rightarrow \frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} \quad (\text{đpcm})$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG:

**Bài 1:** Cho tỉ lệ thức:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh rằng ta có các tỉ lệ thức sau: (với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

1)  $\frac{3a + 5b}{3a - 5b} = \frac{3c + 5d}{3c - 5d}$

2)  $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$

3)  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$

4)  $\frac{ab}{cd} = \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2}$

5)  $\frac{2a + 5b}{3a - 4b} = \frac{2c + 5d}{3c - 4d}$

6)  $\frac{2005a - 2006b}{2006c + 2007d} = \frac{2005c - 2006d}{2006a + 2007b}$

7)  $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

8)  $\frac{7a^2 + 5ac}{7a^2 - 5ac} = \frac{7b^2 + 5bd}{7b^2 - 5bd}$

**Bài 2:** Cho tỉ lệ thức:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Chứng minh rằng ta có các tỉ lệ thức sau: (với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

$$\text{a) } \frac{3a+5b}{3a-5b} = \frac{3c+5d}{3c-5d}$$

$$\text{b) } \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$$

$$\text{c) } \frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$$

$$\text{d) } \frac{ab}{cd} = \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2}$$

$$\text{e) } \frac{2a+5b}{3a-4b} = \frac{2c+5d}{3c-4d}$$

$$\text{f) } \frac{2008a-2009b}{2009c+2010d} = \frac{2008c-2009d}{2009a+2010b}$$

$$\text{g) } \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$\text{h) } \frac{7a^2+5ac}{7a^2-5ac} = \frac{7b^2+5bd}{7b^2-5bd}$$

$$\text{i) } \frac{7a^2+3ab}{11a^2-8b^2} = \frac{7c^2+3cd}{11c^2-8d^2}$$

**Bài 3:** Cho  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh rằng:  $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$

**Bài 4:** Cho  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh rằng:  $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$

**Bài 5:** Cho  $\frac{a}{2003} = \frac{b}{2004} = \frac{c}{2005}$

Chứng minh rằng:  $4(a-b)(b-c) = (c-a)^2$

**Bài 6:** Cho dãy tỉ số bằng nhau:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \dots = \frac{a_{2008}}{a_{2009}}$

CMR: Ta có đẳng thức:  $\frac{a_1}{a_{2009}} = \left(\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2008}}{a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2009}}\right)^{2008}$

**Bài 7:** Cho  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \dots = \frac{a_8}{a_9} = \frac{a_9}{a_1}$  và  $a_1 + a_2 + \dots + a_9 \neq 0$

Chứng minh rằng:  $a_1 = a_2 = \dots = a_9$

**Bài 8:** Cho  $\frac{a}{2003} = \frac{b}{2004} = \frac{c}{2005}$

Chứng minh rằng:  $4(a-b)(b-c) = (c-a)^2$

**Bài 9:** Chứng minh rằng nếu:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$  thì  $\frac{a^2+b^2}{b^2+d^2} = \frac{a}{d}$

**Bài 10:** Cho  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \dots = \frac{a_8}{a_9} = \frac{a_9}{a_1}$  và  $a_1 + a_2 + \dots + a_9 \neq 0$

Chứng minh rằng:  $a_1 = a_2 = \dots = a_9$

**Bài 11:** CMR: Nếu  $a^2 = bc$  thì  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a}$ . Đảo lại có đúng không?

**Bài 12:** Chứng minh rằng nếu:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$  thì  $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + d^2} = \frac{a}{d}$

**Bài 13:** Cho  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ . CMR:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

**Bài 14.** Cho tỉ lệ thức:  $\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} = \frac{ab}{cd}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Giải. Ta có:  $\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} = \frac{ab}{cd} = \frac{2ab}{2cd} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{c^2 + 2cd + d^2} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2} = \frac{ab}{cd} \Rightarrow \frac{(a+b)(a+b)}{(c+d)(c+d)} = \frac{a.b}{c.d}$ ,

$\Rightarrow \frac{c(a+b)}{a(c+d)} = \frac{b(c+d)}{d(a+b)} = \frac{ca+cb}{ac+ad} = \frac{bc+bd}{da+db} = \frac{ca-bd}{ca-bd} = 1 \Rightarrow ca+cb = ac+ad \Rightarrow cb = ad \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

**Bài 15:** Chứng minh rằng nếu:  $\frac{u+2}{u-2} = \frac{v+3}{v-3}$  thì  $\frac{u}{2} = \frac{v}{3}$

**Bài 16:** CMR: Nếu  $a^2 = bc$  thì  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a}$ . Đảo lại có đúng không?

**Bài 17:** CMR nếu  $a(y+z) = b(z+x) = c(x+y)$

trong đó a, b, c khác nhau và khác 0 thì:  $\frac{y-z}{a(b-c)} = \frac{z-x}{b(c-a)} = \frac{x-y}{c(a-b)}$

**Bài 18:** Cho  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ . CMR:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

**Bài 19:** Cho  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Các số x, y, z, t thỏa mãn:  $xa + yb \neq 0$  và  $zc + td \neq 0$

Chúng minh rằng:  $\frac{xa + yb}{za + tb} = \frac{xc + yd}{zc + td}$

**Bài 20:** Chứng minh rằng nếu:  $\frac{u+2}{u-2} = \frac{v+3}{v-3}$  thì  $\frac{u}{2} = \frac{v}{3}$

**Bài 21:** Cho a, b, c, d là 4 số khác 0 thỏa mãn:  $b^2 = ac$  ;  $c^2 = bd$

và  $b^3 + c^3 + d^3 \neq 0$

Chúng minh rằng:  $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$

**Bài 22:** CMR nếu  $a(y+z) = b(z+x) = c(x+y)$  . Trong đó a, b, c khác nhau và khác 0 thì :

$$\frac{y-z}{a(b-c)} = \frac{z-x}{b(c-a)} = \frac{x-y}{c(a-b)}$$

**Bài 23:** Cho  $P = \frac{ax^2 + bx + c}{a_1x^2 + b_1x + c_1}$  . Chứng minh rằng nếu  $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$  thì giá trị của P không phụ

thuộc vào x.

**Bài 24:** Cho biết :  $\frac{a}{a'} + \frac{b}{b'} = 1$ ;  $\frac{b}{b'} + \frac{c}{c'} = 1$  . CMR:  $abc + a'b'c' = 0$ .

**Bài 25:** Cho  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  . Các số x, y, z, t thỏa mãn:  $xa + yb \neq 0$  và  $zc + td \neq 0$

Chúng minh rằng:  $\frac{xa + yb}{za + tb} = \frac{xc + yd}{zc + td}$

**Bài 26:** Cho a, b, c, d là 4 số khác 0 thỏa mãn:  $b^2 = ac$  ;  $c^2 = bd$  và  $b^3 + c^3 + d^3 \neq 0$

Chúng minh rằng:  $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$

**Bài 27:** Cho  $P = \frac{ax^2 + bx + c}{a_1x^2 + b_1x + c_1}$  . Chứng minh rằng nếu  $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$  thì giá trị của P không phụ

thuộc vào x.



**Bài 28:** Cho tỉ lệ thức:  $\frac{2a + 13b}{3a - 7b} = \frac{2c + 13d}{3c - 7d}$ ; Chứng minh rằng:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

**Bài 29:** Cho dãy tỉ số:  $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ ; CMR:  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ .

*Thanh Mỹ, ngày 10 tháng 12 năm 2010*

## Chuyên đề: GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

### A> MỤC TIÊU

Thông qua việc giải toán sẽ phát triển được tư duy độc lập, sáng tạo của học sinh, rèn ý chí vượt qua mọi khó khăn.

### B> THỜI LƯỢNG

Tổng số : (6 tiết)

1) Kiến thức cần nhớ: (1 tiết)

2) Các dạng bài tập và phương pháp giải (5 tiết)

### 1. Lý thuyết

\* **Định nghĩa:** Khoảng cách từ điểm  $a$  đến điểm  $0$  trên trục số là giá trị tuyệt đối của một số  $a$  ( $a$  là số thực)

\* Giá trị tuyệt đối của số không âm là chính nó, giá trị tuyệt đối của số âm là số đối của nó.

TQ: Nếu  $a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$

Nếu  $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$

Nếu  $x - a \geq 0 \Rightarrow |x - a| = x - a$

Nếu  $x - a \leq 0 \Rightarrow |x - a| = a - x$

### \* **Tính chất**

Giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm

TQ:  $|a| \geq 0$  với mọi  $a \in \mathbb{R}$

Cụ thể:

$$|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

$$|a| \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$$

\* Hai số bằng nhau hoặc đối nhau thì có giá trị tuyệt đối bằng nhau, và ngược lại hai số có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì chúng là hai số bằng nhau hoặc đối nhau.

$$\text{TQ: } |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$$

\* Mọi số đều lớn hơn hoặc bằng đôi của giá trị tuyệt đối của nó và đồng thời nhỏ hơn hoặc bằng giá trị tuyệt đối của nó.

$$\text{TQ: } -|a| \leq a \leq |a| \text{ và } -|a| = a \Leftrightarrow a \leq 0; a = |a| \Leftrightarrow a \geq 0$$

\* Trong hai số âm số nào nhỏ hơn thì có giá trị tuyệt đối lớn hơn

$$\text{TQ: } \text{Nếu } a < b < 0 \Rightarrow |a| > |b|$$

\* Trong hai số dương số nào nhỏ hơn thì có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn

$$\text{TQ: } \text{Nếu } 0 < a < b \Rightarrow |a| < |b|$$

\* Giá trị tuyệt đối của một tích bằng tích các giá trị tuyệt đối.

$$\text{TQ: } |ab| = |a||b|$$

\* Giá trị tuyệt đối của một thương bằng thương hai giá trị tuyệt đối.

$$\text{TQ: } \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

\* Bình phương của giá trị tuyệt đối của một số bằng bình phương số đó.

$$\text{TQ: } |a|^2 = a^2$$

\* Tổng hai giá trị tuyệt đối của hai số luôn lớn hơn hoặc bằng giá trị tuyệt đối của hai số, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi hai số cùng dấu.

$$\text{TQ: } |a| + |b| \geq |a + b| \text{ và } |a| + |b| = |a + b| \Leftrightarrow a.b \geq 0$$

## **2. Các dạng toán :**

### **I. Tìm giá trị của x thỏa mãn đẳng thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối:**

**1. Dạng 1:**  $|A(x)| = k$  ( Trong đó  $A(x)$  là biểu thức chứa x, k là một số cho trước )

\* **Cách giải:**

- Nếu  $k < 0$  thì không có giá trị nào của x thỏa mãn đẳng thức ( Vì giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm )

- Nếu  $k = 0$  thì ta có  $|A(x)| = 0 \Rightarrow A(x) = 0$

- Nếu  $k > 0$  thì ta có:  $|A(x)| = k \Rightarrow \begin{cases} A(x) = k \\ A(x) = -k \end{cases}$

**Bài 1.1:** Tìm x, biết:

a)  $|2x - 5| = 4$

b)  $\frac{1}{3} - \left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{4}$

c)  $\frac{1}{2} - \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{3}$

d)  $\frac{3}{4} - |2x + 1| = \frac{7}{8}$

Giải

$$a_1) |x| = 4$$

$$x = \pm 4$$

$$a_2) |2x - 5| = 4$$

$$2x - 5 = \pm 4$$

$$* 2x - 5 = 4$$

$$2x = 9$$

$$x = 4,5$$

$$* 2x - 5 = -4$$

$$2x = 5 - 4$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

Tóm lại:  $x = 4,5; x = 0,5$

$$b) \frac{1}{3} - \left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{4}$$

**Bài 1.2:** Tìm x, biết:

$$a) 2|2x - 3| = \frac{1}{2} \quad b) 7,5 - 3|5 - 2x| = -4,5 \quad c) \left| x + \frac{4}{15} \right| - |-3,75| = -|-2,15|$$

**Bài 1.3:** Tìm x, biết:

$$a) 2|3x - 1| + 1 = 5 \quad b) \left| \frac{x}{2} - 1 \right| = 3 \quad c) \left| -x + \frac{2}{5} \right| + \frac{1}{2} = 3,5 \quad d) \left| x - \frac{1}{3} \right| = 2\frac{1}{5}$$

**Bài 1.4:** Tìm x, biết:

$$a) \left| x + \frac{1}{4} \right| - \frac{3}{4} = 5\% \quad b) 2 - \left| \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \right| = \left| \frac{-5}{4} \right| \quad c) \frac{3}{2} + \frac{4}{5} \left| x - \frac{3}{4} \right| = \frac{7}{4} \quad d) 4,5 - \frac{3}{4} \left| \frac{1}{2}x + \frac{5}{3} \right| = \frac{5}{6}$$

**Bài 1.5:** Tìm x, biết:

$$a) 6,5 - \frac{9}{4} : \left| x + \frac{1}{3} \right| = 2 \quad b) \frac{11}{4} + \frac{3}{2} : \left| 4x - \frac{1}{5} \right| = \frac{7}{2} \quad c) \frac{15}{4} - 2,5 : \left| \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \right| = 3 \quad d) \frac{21}{5} + 3 : \left| \frac{x}{4} - \frac{2}{3} \right| = 6$$

**2. Dạng 2:**  $|A(x)| = |B(x)|$  ( Trong đó  $A(x)$  và  $B(x)$  là hai biểu thức chứa x )

\* **Cách giải:**

Vận dụng tính chất:  $|a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$  ta có:  $|A(x)| = |B(x)| \Rightarrow \begin{cases} A(x) = B(x) \\ A(x) = -B(x) \end{cases}$

**Bài 2.1:** Tìm x, biết:

$$a) |5x - 4| = |x + 2| \quad b) |2x - 3| - |3x + 2| = 0 \quad c) |2 + 3x| = |4x - 3| \quad d) |7x + 1| - |5x + 6| = 0$$

$$a) |5x - 4| = |x + 2|$$

$$* 5x - 4 = x + 2$$

$$5x - x = 2 + 4$$

$$4x = 6$$

$$x = 1,5$$

$$* 5x - 4 = -x - 2$$

$$5x + x = -2 + 4$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } x = 1,5; x = \frac{1}{3}$$

**Bài 2.2:** Tìm x, biết:

$$\text{a) } \left| \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \right| = |4x - 1| \quad \text{b) } \left| \frac{5}{4}x - \frac{7}{2} \right| - \left| \frac{5}{8}x + \frac{3}{5} \right| = 0 \quad \text{c) } \left| \frac{7}{5}x + \frac{2}{3} \right| = \left| \frac{4}{3}x - \frac{1}{4} \right| \quad \text{d) } \left| \frac{7}{8}x + \frac{5}{6} \right| - \left| \frac{1}{2}x + 5 \right| = 0$$

**3. Dạng 3:**  $|A(x)| = B(x)$  ( Trong đó  $A(x)$  và  $B(x)$  là hai biểu thức chứa x )

\* **Cách 1:** Ta thấy nếu  $B(x) < 0$  thì không có giá trị nào của x thoả mãn vì giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm. Do vậy ta giải như sau:

$$|A(x)| = B(x) \quad (1)$$

Điều kiện:  $B(x) \geq 0$  (\*)

$$(1) \text{ Trở thành } |A(x)| = |B(x)| \Rightarrow \begin{cases} A(x) = B(x) \\ A(x) = -B(x) \end{cases} \quad (\text{Đổi chiếu giá trị x tìm được với điều kiện } (*))$$

\* **Cách 2:** Chia khoảng xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối:

$$\text{Nếu } a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$$

$$\text{Nếu } a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

Ta giải như sau:  $|A(x)| = B(x) \quad (1)$

- Nếu  $A(x) \geq 0$  thì (1) trở thành:  $A(x) = B(x)$  ( Đổi chiếu giá trị x tìm được với điều kiện )
- Nếu  $A(x) < 0$  thì (1) trở thành:  $-A(x) = B(x)$  ( Đổi chiếu giá trị x tìm được với điều kiện )

VD1:

Giải :

$$\text{a0) Tìm } x \in \mathbb{Q} \text{ biết } \left| x + \frac{2}{5} \right| = 2x$$

$$* \text{ Xét } x + \frac{2}{5} \geq 0 \text{ ta có } x + \frac{2}{5} = 2x$$

$$* \text{ Xét } x + \frac{2}{5} < 0 \text{ ta có } x + \frac{2}{5} = -2x$$

**Bài 3.1:** Tìm x, biết:

$$\text{a) } \left| \frac{1}{2}x \right| = 3 - 2x \quad \text{b) } |x - 1| = 3x + 2 \quad \text{c) } |5x| = x - 12 \quad \text{d) } |7 - x| = 5x + 1$$

**Bài 3.2:** Tìm x, biết:

$$\text{a) } |9 + x| = 2x \quad \text{b) } |5x| - 3x = 2 \quad \text{c) } |x + 6| - 9 = 2x \quad \text{d) } |2x - 3| + x = 21$$

**Bài 3.3:** Tìm x, biết:

$$\text{a) } |4 + 2x| = -4x \quad \text{b) } |3x - 1| + 2 = x \quad \text{c) } |x + 15| + 1 = 3x \quad \text{d) } |2x - 5| + x = 2$$

**Bài 3.4:** Tìm x, biết:

a)  $|2x-5|=x+1$     b)  $|3x-2|-1=x$     c)  $|3x-7|=2x+1$     d)  $|2x-1|+1=x$

**Bài 3.5:** Tìm x, biết:

a)  $|x-5|+5=x$     b)  $|x+7|-x=7$     c)  $|3x-4|+4=3x$     d)  $|7-2x|+7=2x$

#### 4. Dạng 4: Đẳng thức chứa nhiều dấu giá trị tuyệt đối:

\* **Cách giải:** Lập bảng xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối:

$$|A(x)|+|B(x)|+|C(x)|=m$$

Căn cứ bảng trên xét từng khoảng giải bài toán ( Đối chiếu điều kiện tương ứng )

**Ví dụ 1 :** Tìm x biết rằng  $|x-1|+|x-3|=2x-1$  (1)

❖ **Nhận xét:** Như trên chúng ta đã biến đổi được biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối thành các biểu thức không chứa dấu giá trị tuyệt đối. Vậy ta sẽ biến đổi biểu thức ở vế trái của đẳng thức trên. Từ đó sẽ tìm được x

Giải

Xét  $x-1=0 \Leftrightarrow x=1; x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1; x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

$x-3=0 \Leftrightarrow x=3; x-3 < 0 \Leftrightarrow x < 3; x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

Ta có bảng xét dấu các đa thức x- 1 và x- 3 dưới đây:

x	1	3
x-1	- 0 +	+
x-3	-	- 0 +

Xét khoảng  $x < 1$  ta có: (1)  $\Leftrightarrow (1-x) + (3-x) = 2x-1$

$$\Leftrightarrow -2x+4 = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4} \text{ (giá trị này không thuộc khoảng đang xét)}$$

Xét khoảng  $1 \leq x \leq 3$  ta có:

$$(1) \Leftrightarrow (x-1) + (3-x) = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow 2 = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ ( giá trị này thuộc khoảng đang xét)}$$

Xét khoảng  $x > 3$  ta có: (1)  $\Leftrightarrow (x-1) + (x-3) = 2x-1$

$$\Leftrightarrow -4 = -1 \text{ ( Vô lí)}$$

Kết luận: Vậy  $x = \frac{3}{2}$ .

VD2 : Tìm x

$$|x+1| + |x-1| = 0$$

Nhận xét  $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

Ta lập bảng xét dấu

x	-1	1
x+1	- 0 +	+

x-1	-	-	0	+
-----	---	---	---	---

Căn cứ vào bảng xét dấu ta có ba trường hợp

Nếu  $x < -1$

Nếu  $-1 \leq x \leq 1$

Nếu  $x > 1$

**Bài 4.1:** Tìm x, biết:

a)  $4|3x-1|+|x|-2|x-5|+7|x-3|=12$       b)  $3|x+4|-|2x+1|-5|x+3|+|x-9|=5$

c)  $\left|2\frac{1}{5}-x\right|+\left|x-\frac{1}{5}\right|+8\frac{1}{5}=1,2$       d)  $2\left|x+3\frac{1}{2}\right|+|x|-3\frac{1}{2}=\left|2\frac{1}{5}-x\right|$

**Bài 4.2:** Tìm x, biết:

a)  $|2x-6|+|x+3|=8$

c)  $|x+5|+|x-3|=9$

d)  $|x-2|+|x-3|+|x-4|=2$

e)  $|x+1|+|x-2|+|x+3|=6$

f)  $2|x+2|+|4-x|=11$

**Bài 4.3:** Tìm x, biết:

a)  $|x-2|+|x-3|+|2x-8|=9$

b)  $3x|x+1|-2x|x+2|=12$

c)  $|x-1|+3|x-3|-2|x-2|=4$

d)  $|x+5|-|1-2x|=x$

e)  $|x|-|2x+3|=x-1$

f)  $|x|+|1-x|=x+|x-3|$

**Bài 4.4:** Tìm x, biết:

a)  $|x-2|+|x-5|=3$

b)  $|x-3|+|x+5|=8$

c)  $|2x-1|+|2x-5|=4$

d)  $|x-3|+|3x+4|=|2x+1|$

**5. Dạng 5: Xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối hàng loạt:**

$|A(x)|+|B(x)|+|C(x)|=D(x)$  (1)

Điều kiện:  $D(x) \geq 0$  kéo theo  $A(x) \geq 0; B(x) \geq 0; C(x) \geq 0$

Do vậy (1) trở thành:  $A(x) + B(x) + C(x) = D(x)$

**Bài 5.1:** Tìm x, biết:

a)  $|x+1|+|x+2|+|x+3|=4x$

b)  $|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|=5x-1$

c)  $|x+2|+\left|x+\frac{3}{5}\right|+\left|x+\frac{1}{2}\right|=4x$

d)  $|x+1,1|+|x+1,2|+|x+1,3|+|x+1,4|=5x$

**Bài 5.2:** Tìm x, biết:

a)  $\left|x+\frac{1}{101}\right|+\left|x+\frac{2}{101}\right|+\left|x+\frac{3}{101}\right|+\dots+\left|x+\frac{100}{101}\right|=101x$

b)  $\left|x+\frac{1}{1.2}\right|+\left|x+\frac{1}{2.3}\right|+\left|x+\frac{1}{3.4}\right|+\dots+\left|x+\frac{1}{99.100}\right|=100x$

c)  $\left|x+\frac{1}{1.3}\right|+\left|x+\frac{1}{3.5}\right|+\left|x+\frac{1}{5.7}\right|+\dots+\left|x+\frac{1}{97.99}\right|=50x$

$$d) \left| x + \frac{1}{1.5} \right| + \left| x + \frac{1}{5.9} \right| + \left| x + \frac{1}{9.13} \right| + \dots + \left| x + \frac{1}{397.401} \right| = 101x$$

## **6. Dạng 6: Dạng hỗn hợp:**

**Bài 6.1:** Tìm x, biết:

$$a) \left| 2x - 1 \right| + \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$$

$$b) \left| x^2 + 2 \right| \left| x - \frac{1}{2} \right| = x^2 + 2$$

$$c) \left| x^2 \right| \left| x + \frac{3}{4} \right| = x^2$$

**Bài 6.2:** Tìm x, biết:

$$a) \left| 2x - 1 \right| - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

$$b) \left| \frac{1}{2}x + 1 \right| - \frac{3}{4} = \frac{2}{5}$$

$$c) \left| x \right| \left| x^2 + \frac{3}{4} \right| = x$$

**Bài 6.3:** Tìm x, biết:

$$a) \left| x \right| \left| x^2 - \frac{3}{4} \right| = x$$

$$b) \left| \left( x + \frac{1}{2} \right) \right| \left| 2x - \frac{3}{4} \right| = 2x - \frac{3}{4}$$

$$c) \left| x - \frac{1}{2} \right| \left| 2x - \frac{3}{4} \right| = 2x - \frac{3}{4}$$

**Bài 6.4:** Tìm x, biết:

$$a) \left| 2x - 3 \right| - x + 1 = 4x - 1$$

$$b) \left| x - 1 \right| - 1 = 2$$

$$c) \left| 3x + 1 \right| - 5 = 2$$

## **7. Dạng 7: $|A| + |B| = 0$**

Vận dụng tính chất không âm của giá trị tuyệt đối dẫn đến phương pháp bất đẳng thức.

\* Nhận xét: Tổng của các số không âm là một số không âm và tổng đó bằng 0 khi và chỉ khi các số hạng của tổng đồng thời bằng 0.

\* Cách giải chung:  $|A| + |B| = 0$

$$B1: \text{đánh giá: } \left. \begin{array}{l} |A| \geq 0 \\ |B| \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow |A| + |B| \geq 0$$

$$B2: \text{Khẳng định: } |A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

**Bài 7.1:** Tìm x, y thoả mãn:

$$a) |3x - 4| + |3y + 5| = 0$$

$$b) |x - y| + \left| y + \frac{9}{25} \right| = 0$$

$$c) |3 - 2x| + |4y + 5| = 0$$

**Bài 7.2:** Tìm x, y thoả mãn:

$$a) \left| 5 - \frac{3}{4}x \right| + \left| \frac{2}{7}y - 3 \right| = 0$$

$$b) \left| \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x \right| + \left| 1,5 - \frac{11}{17} + \frac{23}{13}y \right| = 0$$

$$c) |x - 2007| + |y - 2008| = 0$$

\* **Chú ý 1:** Bài toán có thể cho dưới dạng  $|A| + |B| \leq 0$  nhưng kết quả không thay đổi

\* Cách giải:  $|A| + |B| \leq 0$  (1)

$$\left. \begin{array}{l} |A| \geq 0 \\ |B| \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow |A| + |B| \geq 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow |A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

**Bài 7.3:** Tìm x, y thoả mãn:

a)  $|5x+1|+|6y-8|\leq 0$       b)  $|x+2y|+|4y-3|\leq 0$       c)  $|x-y+2|+|2y+1|\leq 0$

**Bài 7.4:** Tìm x, y thoả mãn:

a)  $|12x+8|+|11y-5|\leq 0$       b)  $|3x+2y|+|4y-1|\leq 0$       c)  $|x+y-7|+|xy-10|\leq 0$

\* **Chú ý 2:** Do tính chất không âm của giá trị tuyệt đối tương tự như tính chất không âm của lũy thừa bậc chẵn nên có thể kết hợp hai kiến thức ta cũng có các bài tương tự.

**Bài 7.5:** Tìm x, y thoả mãn đẳng thức:

a)  $|x-y-2|+|y+3|=0$       b)  $|x-3y|^{2007}+|y+4|^{2008}=0$   
c)  $(x+y)^{2006}+2007|y-1|=0$       d)  $|x-y-5|+2007(y-3)^{2008}=0$

**Bài 7.6:** Tìm x, y thoả mãn :

a)  $(x-1)^2+(y+3)^2=0$       b)  $2(x-5)^4+5|2y-7|^5=0$   
c)  $3(x-2y)^{2004}+4\left|y+\frac{1}{2}\right|=0$       d)  $|x+3y-1|+\left(2y-\frac{1}{2}\right)^{2000}=0$

**Bài 7.7:** Tìm x, y thoả mãn:

a)  $|x-2007|+|y-2008|\leq 0$       b)  $3|x-y|^5+10\left|y+\frac{2}{3}\right|^7\leq 0$   
c)  $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)^{2006}+\frac{2007}{2008}\left|\frac{4}{5}y+\frac{6}{25}\right|\leq 0$       d)  $2007|2x-y|^{2008}+2008|y-4|^{2007}\leq 0$

**8. Dạng 8:**  $|A|+|B|=|A+B|$

\* **Cách giải:** Sử dụng tính chất:  $|a|+|b|\geq|a+b|$

Từ đó ta có:  $|a|+|b|=|a+b|\Leftrightarrow ab\geq 0$

**Bài 8.1:** Tìm x, biết:

a)  $|x+5|+|3-x|=8$       b)  $|x-2|+|x-5|=3$       c)  $|3x-5|+|3x+1|=6$   
d)  $2|x-3|+|2x+5|=11$       e)  $|x+1|+|2x-3|=|3x-2|$       f)  $|x-3|+|5-x|+2|x-4|=2$

**Bài 8.2:** Tìm x, biết:

a)  $|x-4|+|x-6|=2$       b)  $|x+1|+|x+5|=4$       c)  $|3x+7|+3|2-x|=13$   
d)  $|5x+1|+|3-2x|=|4+3x|$       e)  $|x+2|+|3x-1|+|x-1|=3$       f)  $|x-2|+|x-7|=4$

**1 - Lập bảng xét dấu để bỏ dấu giá trị tuyệt đối**

**Bài 1:** Tìm x, biết:

a)  $|2x-6|+|x+3|=8$

Ta lập bảng xét dấu

x	-3	3
x+3	-	+
2x-6	-	+



Căn cứ vào bảng xét dấu ta có ba trường hợp

\* Nếu  $x < -3$

Khi đó phương trình trở thành

$$6 - 2x - x - 3 = 8$$

$$-3x = 8 - 3$$

$$-3x = 5$$

$$x = -\frac{5}{3} \text{ (không thỏa mãn } x < -3)$$

\* Nếu  $-3 \leq x \leq 3$

$$6 - 2x + x + 3 = 8$$

$$-x = -1$$

$$x = 1 \text{ (thỏa mãn } -3 \leq x \leq 3)$$

\* Nếu  $x > 3$

$$2x - 6 + x + 3 = 8$$

$$3x = 11$$

$$x = \frac{11}{3} \text{ (thỏa mãn } x > 3)$$

## 2- Bỏ dấu giá trị tuyệt đối theo nguyên tắc từ ngoài vào trong

**Bài 1:** Tìm x, biết:

$$a) \left| 2x - 1 \right| + \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$$

$$* |2x-1| + \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$$

$$|2x-1| = \frac{4}{5} - \frac{1}{2}$$

$$|2x-1| = \frac{3}{10}$$

$$2x-1 = \frac{3}{10}$$

$$2x = \frac{3}{10} + 1$$

$$x = \frac{13}{20}$$

$$\left[ \Leftrightarrow \right] \left[ \Leftrightarrow \right]$$

$$2x-1 = -\frac{3}{10}$$

$$2x = -\frac{3}{10} + 1$$

$$x = \frac{7}{20}$$

$$* |2x-1| + \frac{1}{2} = -\frac{4}{5}$$

$$|2x-1| = -\frac{4}{5} - \frac{1}{2} \text{ (không thỏa mãn)}$$

## 3 - Sử dụng phương pháp bất đẳng thức:

**Bài 1:** Tìm x, y thoả mãn đẳng thức:

a)  $|x - y - 2| + |y + 3| = 0$

$x - y - 2 = 0$                        $x = -1$

$\left\{ \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \end{array} \right\}$

$y + 3 = 0$                        $y = -3$

**Bài 2:** Tìm x, y thoả mãn :

a)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 0$

**Bài 3:** Tìm x, y thoả mãn:

a)  $|x - 2007| + |y - 2008| \leq 0$

**Bài 4:** Tìm x thoả mãn:

a)  $|x + 5| + |3 - x| = 8$

## II – Tìm cặp giá trị ( x; y ) nguyên thoả mãn đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối:

**1. Dạng 1:**  $|A| + |B| = m$  với  $m \geq 0$

\* **Cách giải:**

\* Nếu  $m = 0$  thì ta có  $|A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

\* Nếu  $m > 0$  ta giải như sau:

$|A| + |B| = m$  (1)

Do  $|A| \geq 0$  nên từ (1) ta có:  $0 \leq |B| \leq m$  từ đó tìm giá trị của  $|B|$  và  $|A|$  tương ứng .

**Bài 1.1:** Tìm cặp số nguyên ( x, y ) thoả mãn:

a)  $|x - 2007| + |x - 2008| = 0$     b)  $|x - y - 2| + |y + 3| = 0$     c)  $(x + y)^2 + 2|y - 1| = 0$

**Bài 1.2:** Tìm cặp số nguyên ( x, y ) thoả mãn:

a)  $|x - 3y|^5 + |y + 4| = 0$     b)  $|x - y - 5| + (y - 3)^4 = 0$     c)  $|x + 3y - 1| + 3|y + 2| = 0$

**Bài 1.3:** Tìm cặp số nguyên (x, y) thoả mãn:

a)  $|x + 4| + |y - 2| = 3$     b)  $|2x + 1| + |y - 1| = 4$     c)  $|3x| + |y + 5| = 5$     d)  $|5x| + |2y + 3| = 7$

**Bài 1.4:** Tìm cặp số nguyên ( x, y ) thoả mãn:

a)  $3|x - 5| + |y + 4| = 5$     b)  $|x + 6| + 4|2y - 1| = 12$     c)  $2|3x| + |y + 3| = 10$     d)  $3|4x| + |y + 3| = 21$

**Bài 1.5:** Tìm các cặp số nguyên ( x, y ) thoả mãn:

a)  $y^2 = 3 - |2x - 3|$     b)  $y^2 = 5 - |x - 1|$     c)  $2y^2 = 3 - |x + 4|$     d)  $3y^2 = 12 - |x - 2|$

**2. Dạng 2:**  $|A| + |B| < m$  với  $m > 0$ .

\* **Cách giải:** Đánh giá

$|A| + |B| < m$  (1)

$$\begin{cases} |A| \geq 0 \\ |B| \geq 0 \end{cases} \Rightarrow |A| + |B| \geq 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow 0 \leq |A| + |B| < m$  từ đó giải bài toán  $|A| + |B| = k$  như dạng 1 với  $0 \leq k < m$

**Bài 2.1:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn:

a)  $|x| + |y| \leq 3$  b)  $|x+5| + |y-2| \leq 4$  c)  $|2x+1| + |y-4| \leq 3$  d)  $|3x| + |y+5| \leq 4$

**Bài 2.2:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn:

a)  $5|x+1| + |y-2| \leq 7$  b)  $4|2x+5| + |y+3| \leq 5$  c)  $3|x+5| + 2|y-1| \leq 3$  d)  $3|2x+1| + 4|2y-1| \leq 7$

### 3. Dạng 3: Sử dụng bất đẳng thức: $|a| + |b| \geq |a+b|$ xét khoảng giá trị của ẩn số.

**Bài 3.1:** Tìm các số nguyên  $x$  thoả mãn:

a)  $|x-1| + |4-x| = 3$  b)  $|x+2| + |x-3| = 5$  c)  $|x+1| + |x-6| = 7$  d)  $|2x+5| + |2x-3| = 8$

**Bài 3.2:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn đồng thời các điều kiện sau.

a)  $x + y = 4$  và  $|x+2| + |y| = 6$  b)  $x + y = 4$  và  $|2x+1| + |y-x| = 5$   
 c)  $x - y = 3$  và  $|x| + |y| = 3$  d)  $x - 2y = 5$  và  $|x| + |2y-1| = 6$

**Bài 3.3:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn đồng thời:

a)  $x + y = 5$  và  $|x+1| + |y-2| = 4$  b)  $x - y = 3$  và  $|x-6| + |y-1| = 4$   
 c)  $x - y = 2$  và  $|2x+1| + |2y+1| = 4$  d)  $2x + y = 3$  và  $|2x+3| + |y+2| = 8$

### 4. Dạng 4: Kết hợp tính chất không âm của giá trị tuyệt đối và dấu của một tích:

\* **Cách giải:**  $A(x).B(x) = |A(y)|$

Đánh giá:  $|A(y)| \geq 0 \Rightarrow A(x).B(x) \geq 0 \Rightarrow n \leq x \leq m$  tìm được giá trị của  $x$ .

**Bài 4.1:** Tìm các số nguyên  $x$  thoả mãn:

a)  $(x+2)(x-3) < 0$  b)  $(2x-1)(2x-5) < 0$  c)  $(3-2x)(x+2) > 0$  d)  $(3x+1)(5-2x) > 0$

**Bài 4.2:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn:

a)  $(2-x)(x+1) = |y+1|$  b)  $(x+3)(1-x) = |y|$  c)  $(x-2)(5-x) = |2y+1| + 2$

**Bài 4.3:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn:

a)  $(x+1)(3-x) = 2|y| + 1$  b)  $(x-2)(5-x) - |y+1| = 1$  c)  $(x-3)(x-5) + |y-2| = 0$

### 5. Dạng 5: Sử dụng phương pháp đối lập hai vế của đẳng thức:

\* **Cách giải:** Tìm  $x, y$  thoả mãn đẳng thức:  $A = B$

Đánh giá:  $A \geq m$  (1)

Đánh giá:  $B \leq m$  (2)

Từ (1) và (2) ta có:  $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A = m \\ B = m \end{cases}$

**Bài 5.1:** Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn:

a)  $|x+2| + |x-1| = 3 - (y+2)^2$  b)  $|x-5| + |1-x| = \frac{12}{|y+1|+3}$

$$c) |y+3|+5 = \frac{10}{(2x-6)^2+2}$$

$$d) |x-1|+|3-x| = \frac{6}{|y+3|+3}$$

**Bài 5.2:** Tìm các cặp số nguyên ( x, y ) thoả mãn:

$$a) |2x+3|+|2x-1| = \frac{8}{2(y-5)^2+2}$$

$$b) |x+3|+|x-1| = \frac{16}{|y-2|+|y+2|}$$

$$c) |3x+1|+|3x-5| = \frac{12}{(y+3)^2+2}$$

$$d) |x-2y-1|+5 = \frac{10}{|y-4|+2}$$

**Bài 5.3:** Tìm các cặp số nguyên ( x, y ) thoả mãn:

$$a) (x+y-2)^2+7 = \frac{14}{|y-1|+|y-3|}$$

$$b) (x+2)^2+4 = \frac{20}{3|y+2|+5}$$

$$c) 2|x-2007|+3 = \frac{6}{|y-2008|+2}$$

$$d) |x+y+2|+5 = \frac{30}{3|y+5|+6}$$

### III – Rút gọn biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối:

- Cách giải chung: Xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối rồi thu gọn:

**Bài 1:** Rút gọn biểu thức sau với  $3,5 \leq x \leq 4,1$

$$a) A = |x-3,5|+|4,1-x| \quad b) B = |-x+3,5|+|x-4,1|$$

**Bài 2:** Rút gọn biểu thức sau khi  $x < -1,3$ :

$$a) A = |x+1,3|-|x-2,5| \quad b) B = |-x-1,3|+|x-2,5|$$

**Bài 3:** Rút gọn biểu thức:

$$a) A = |x-2,5|+|x-1,7| \quad b) B = \left|x+\frac{1}{5}\right|-\left|x-\frac{2}{5}\right| \quad c) C = |x+1|+|x-3|$$

**Bài 4:** Rút gọn biểu thức khi  $-\frac{3}{5} < x < \frac{1}{7}$

$$a) A = \left|x-\frac{1}{7}\right|-\left|x+\frac{3}{5}\right|+\frac{4}{5} \quad b) B = \left|-x+\frac{1}{7}\right|+\left|-x-\frac{3}{5}\right|-\frac{2}{6}$$

**Bài 5:** Rút gọn biểu thức:

$$a) A = |x+0,8|-|x-2,5|+1,9 \text{ với } x < -0,8 \quad b) B = |x-4,1|+\left|x-\frac{2}{3}\right|-9 \text{ với } \frac{2}{3} \leq x \leq 4,1$$

$$c) C = \left|2\frac{1}{5}-x\right|+\left|x-\frac{1}{5}\right|+8\frac{1}{5} \text{ với } \frac{1}{5} \leq x \leq 2\frac{1}{5} \quad d) D = \left|x+3\frac{1}{2}\right|+|x|-3\frac{1}{2} \text{ với } x > 0$$

=====&=&=&=====

### IV – Tính giá trị biểu thức:

**Bài 1:** Tính giá trị của biểu thức:

$$a) M = a + 2ab - b \text{ với } |a|=1,5; b=-0,75$$

$$b) N = \frac{a}{2} - \frac{2}{b} \text{ với } |a|=1,5; b=-0,75$$

**Bài 2:** Tính giá trị của biểu thức:

a)  $A = 2x + 2xy - y$  với  $|x| = 2,5; y = \frac{-3}{4}$     b)  $B = 3a - 3ab - b$  với  $|a| = \frac{1}{3}; |b| = 0,25$   
 c)  $C = \frac{5a}{3} - \frac{3}{b}$  với  $|a| = \frac{1}{3}; |b| = 0,25$     d)  $D = 3x^2 - 2x + 1$  với  $|x| = \frac{1}{2}$

**Bài 3:** Tính giá trị của các biểu thức:

a)  $A = 6x^3 - 3x^2 + 2|x| + 4$  với  $x = \frac{-2}{3}$     b)  $B = 2|x| - 3|y|$  với  $x = \frac{1}{2}; y = -3$   
 c)  $C = 2|x-2| - 3|1-x|$  với  $x = 4$     d)  $D = \frac{5x^2 - 7x + 1}{3x - 1}$  với  $|x| = \frac{1}{2}$

**V – Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của một biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối:**

**1. Dạng 1: Sử dụng tính chất không âm của giá trị tuyệt đối:**

\* Cách giải chủ yếu là từ tính chất không âm của giá trị tuyệt đối vận dụng tính chất của bất đẳng thức để đánh giá giá trị của biểu thức:

**Bài 1.1:** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a)  $A = 0,5 - |x - 3,5|$     b)  $B = -|1,4 - x| - 2$     c)  $C = \frac{3|x| + 2}{4|x| - 5}$     d)  $D = \frac{2|x| + 3}{3|x| - 1}$   
 e)  $E = 5,5 - |2x - 1,5|$     f)  $F = -|10,2 - 3x| - 14$     g)  $G = 4 - |5x - 2| - |3y + 12|$   
 h)  $H = \frac{5,8}{|2,5 - x| + 5,8}$     i)  $I = -|2,5 - x| - 5,8$     k)  $K = 10 - 4|x - 2|$   
 l)  $L = 5 - |2x - 1|$     m)  $M = \frac{1}{|x - 2| + 3}$     n)  $N = 2 + \frac{12}{3|x + 5| + 4}$

**Bài 1.2:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = 1,7 + |3,4 - x|$     b)  $B = |x + 2,8| - 3,5$     c)  $C = 3,7 + |4,3 - x|$   
 d)  $D = |3x + 8,4| - 14,2$     e)  $E = |4x - 3| + |5y + 7,5| + 17,5$     f)  $F = |2,5 - x| + 5,8$   
 g)  $G = |4,9 + x| - 2,8$     h)  $H = \left| x - \frac{2}{5} \right| + \frac{3}{7}$     i)  $I = 1,5 + |1,9 - x|$   
 k)  $K = 2|3x - 1| - 4$     l)  $L = 2|3x - 2| + 1$     m)  $M = 5|1 - 4x| - 1$

**Bài 1.3:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a)  $A = 5 + \frac{15}{4|3x + 7| + 3}$     b)  $B = \frac{-1}{3} + \frac{21}{8|15x - 2| + 7}$     c)  $C = \frac{4}{5} + \frac{20}{|3x + 5| + |4y + 5| + 8}$   
 d)  $D = -6 + \frac{24}{2|x - 2y| + 3|2x + 1| + 6}$     e)  $E = \frac{2}{3} + \frac{21}{(x + 3y)^2 + 5|x + 5| + 14}$

**Bài 1.4:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a)  $A = \frac{2|7x + 5| + 11}{|7x + 5| + 4}$     b)  $B = \frac{|2y + 7| + 13}{2|2y + 7| + 6}$     c)  $C = \frac{15|x + 1| + 32}{6|x + 1| + 8}$

**Bài 1.5:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = 5 + \frac{-8}{4|5x + 7| + 24}$     b)  $B = \frac{6}{5} - \frac{14}{5|6y - 8| + 35}$     c)  $C = \frac{15}{12} - \frac{28}{3|x - 3y| + |2x + 1| + 35}$

**Bài 1.6:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = \frac{21|4x+6|+33}{3|4x+6|+5}$

b)  $B = \frac{6|y+5|+14}{2|y+5|+14}$

c)  $C = \frac{-15|x+7|-68}{3|x+7|+12}$

**2. Dạng 2:** Xét điều kiện bỏ dấu giá trị tuyệt đối xác định khoảng giá trị của biểu thức:

**Bài 2.1:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = |x+5|+2-x$

b)  $B = |2x-1|+2x+6$

c)  $C = |3x+5|+8-3x$

d)  $D = |4x+3|+4x-5$

e)  $E = |5x-6|+3+5x$

f)  $F = |2x+7|+5-2x$

**Bài 2.2:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = 2|x-3|+2x+5$

b)  $B = 3|x-1|+4-3x$

c)  $C = 4|x+5|+4x-1$

**Bài 2.3:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a)  $A = -|x-5|+x+4$

b)  $B = -|2x+3|+2x+4$

c)  $C = -|3x-1|+7-3x$

**Bài 2.4:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a)  $A = -2|x-5|+2x+6$

b)  $B = -3|x-4|+8-3x$

c)  $C = -5|5-x|+5x+7$

**Bài 2.5:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = |x+1|+|x-5|$

b)  $B = |x-2|+|x-6|+5$

c)  $C = |2x-4|+|2x+1|$

**3. Dạng 3:** Sử dụng bất đẳng thức  $|a|+|b| \geq |a+b|$

**Bài 3.1:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = |x+2|+|x-3|$

b)  $B = |2x-4|+|2x+5|$

c)  $C = 3|x-2|+|3x+1|$

**Bài 3.2:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = |x+5|+|x+1|+4$

b)  $B = |3x-7|+|3x+2|+8$

c)  $C = 4|x+3|+|4x-5|+12$

**Bài 3.3:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = |x+3|+|2x-5|+|x-7|$

b)  $B = |x+1|+|3x-4|+|x-1|+5$

c)  $C = |x+2|+4|2x-5|+|x-3|$

d)  $D = |x+3|+5|6x+1|+|x-1|+3$

**Bài 3.4:** Cho  $x+y=5$  tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = |x+1|+|y-2|$$

**Bài 3.5:** Cho  $x-y=3$ , tìm giá trị của biểu thức:

$$B = |x-6|+|y+1|$$

**Bài 3.6:** Cho  $x-y=2$  tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$C = |2x+1|+|2y+1|$$

**Bài 3.7:** Cho  $2x+y=3$  tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$D = |2x+3|+|y+2|+2$$

**DÃY SỐ TỰ NHIÊN VIẾT THEO QUY LUẬT,  
DÃY CÁC PHÂN SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT( tiếp)**

**Bài 1:** Tính tổng:

$$2 + 4 - 6 - 8 + 10 + 12 - 14 - 16 + 18 + 20 - 22 - 24 \dots - 2008$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 2:** Cho  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ .

- a) Tính A.
- b) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?
- c) A có bao nhiêu ước tự nhiên. Bao nhiêu ước nguyên ?

**Hướng dẫn:**

**Bài 3:** Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

- a) Biết  $A = 181$ . Hỏi A có bao nhiêu số hạng ?
- b) Biết A có n số hạng. Tính giá trị của A theo n ?

**Hướng dẫn:**

**Bài 4:** Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

- a) Biết A có 40 số hạng. Tính giá trị của A.
- b) Tìm số hạng thứ 2004 của A.

**Hướng dẫn:**

**Bài 5:** Tìm giá trị của x trong dãy tính sau:

$$(x + 2) + (x + 7) + (x + 12) + \dots + (x + 42) + (x + 47) = 655$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 6:** a) Tìm x biết :  $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+2009) = 2009.2010$

b) Tính  $M = 1.2+2.3+3.4+ \dots + 2009.2010$

**Hướng dẫn:**

**Bài 7:** Tính tổng:  $S = 9.11+99.101+999.1001+9999.10001+99999.100001$

**Hướng dẫn:**

**Bài 8:** Cho  $A = 3+3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100}$

Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2A + 3 = 3^n$

**Hướng dẫn:**

**Bài 9:** Cho  $A = 3+3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2004}$

a) Tính tổng A.

b) Chứng minh rằng  $A : 130$ .

c) A có phải là số chính phương không ? Vì sao ?

**Hướng dẫn:**

**Bài 10:**

a) Cho  $A = 1-3+3^2 - 3^3 + \dots - 3^{2003} + 3^{2004}$

Chứng minh rằng:  $4A - 1$  là lũy thừa của 3.

b) Chứng minh rằng A là một lũy thừa của 2 với

$$A = 4 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{2003} + 2^{2004}$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 11:**

a) Cho  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$

Chứng minh rằng A chia hết cho 3, 7 và 15.

b) Chứng minh rằng tổng  $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2003} + 2^{2004}$  chia hết cho 42

**Hướng dẫn:**

**Bài 12:**

Cho  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$

Chứng tỏ A chia hết cho 31

**Hướng dẫn:**

**Bài 13:** Cho  $S = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{96}$

a, Chứng minh:  $S : 126$

b, Tìm chữ số tận cùng của S

**Hướng dẫn:**

**Bài 14:** Cho  $A = 1.2.3 \dots 29.30$

$$B = 31.32.33 \dots 59.60$$

a) Chứng minh: B chia hết cho  $2^{30}$



b) Chứng minh: B - A chia hết cho 61.

**Hướng dẫn:**

**Bài 15:** Cho  $A = 3 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2001} + 2^{2002}$  và  $B = 2^{2003}$   
So sánh A và B.

**Hướng dẫn:**

**Bài 16:** Cho  $M = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100}$ .

a. M có chia hết cho 4, cho 12 không? vì sao?

b. Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2M + 3 = 3^n$ .

**Hướng dẫn:**

**Bài 17:** Cho biểu thức:  $M = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{118} + 3^{119}$

a) Thu gọn biểu thức M.

b) Biểu thức M có chia hết cho 5, cho 13 không? Vì sao?

**Hướng dẫn:**

**Bài 18:** Tìm số tự nhiên n biết:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{n(n+1)} = \frac{2003}{2004}$

**Hướng dẫn:**

**Bài 19:**

a) Tính:  $\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{99.101}$

b) Cho  $S = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{n(n+3)}$   $n \in \mathbb{N}^*$

Chứng minh:  $S < 1$

**Hướng dẫn:**

**Bài 20:** So sánh:  $A = \frac{2}{60.63} + \frac{2}{63.66} + \dots + \frac{2}{117.120} + \frac{2}{2003}$

và  $B = \frac{5}{40.44} + \frac{5}{44.48} + \dots + \frac{5}{76.80} + \frac{5}{2003}$

**Hướng dẫn:**

**Bài 21:**

a) Tính  $A = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238} + \frac{1}{340}$

b) Tính:  $M = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{2}{2004.2005}$

c) Tính tổng:  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{98.99.100}$

**Hướng dẫn:**

**Bài 22:** So sánh:  $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{100}}$  và  $B = 2$ .

**Hướng dẫn:**

**Bài 23:** So sánh:

$$A = \frac{2}{60.63} + \frac{2}{63.66} + \dots + \frac{2}{117.120} + \frac{2}{2006} \quad \text{và} \quad B = \frac{5}{40.44} + \frac{5}{44.48} + \dots + \frac{5}{76.80} + \frac{5}{2006}$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 24.** Tính

a.  $A = \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \frac{2}{99} + \frac{2}{143}$ .

b.  $B = 3 + \frac{3}{1+2} + \frac{3}{1+2+3} + \frac{3}{1+2+3+4} + \dots + \frac{3}{1+2+\dots+100}$ .

**Hướng dẫn:**

**Bài 25:** Tính giá trị các biểu thức:

a)  $A = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1.99} + \frac{1}{3.97} + \frac{1}{5.95} + \dots + \frac{1}{97.3} + \frac{1}{99.1}}$

b)  $B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{1}{97} + \dots + \frac{1}{99}}$

**Hướng dẫn:**

**Bài 26:** Chứng minh rằng:

$$100 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}\right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 27:** Tính  $\frac{A}{B}$  biết:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200} \quad \text{và} \quad B = \frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \frac{3}{197} + \dots + \frac{198}{2} + \frac{199}{1}$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 28:** Tìm tích của 98 số đầu tiên của dãy:

$$1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{8}; 1\frac{1}{15}; 1\frac{1}{24}; 1\frac{1}{35}; \dots$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 29:** Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy sau:

$$\frac{1}{6}; \frac{1}{66}; \frac{1}{176}; \frac{1}{336}; \dots$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 30:** Tính  $\frac{A}{B}$  biết:

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{17.18} + \frac{1}{19.20}$$

$$B = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 31:** Tìm x, biết:

$$\left( \frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \dots + \frac{1}{10.110} \right) x = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \dots + \frac{1}{100.110}$$

**Hướng dẫn:**

**Bài 32:** Tính :

a)  $S = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n$  , với  $(a \geq 2, n \in N)$

b)  $S_1 = 1 + a^2 + a^4 + a^6 + \dots + a^{2n}$  , với  $(a \geq 2, n \in N)$

c)  $S_2 = a + a^3 + a^5 + \dots + a^{2n+1}$  , với  $(a \geq 2, n \in N^*)$

**Hướng dẫn:**

**Bài 33:** Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}$  ,  $B = 4^{100}$  . Chứng minh rằng:  $A < \frac{B}{3}$  .

**Hướng dẫn:**

**Bài 34:** Tính giá trị của biểu thức:

a)  $A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{50 \text{ ch+ sè}}$

b)  $B = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{200 \text{ ch+ sè}}$

**Hướng dẫn:**

## Chuyên đề 1:

giải toán chứa dấu giá trị tuyệt đối.

### 1-Kiến thức cơ bản:

$$|x| = \begin{cases} x \Leftrightarrow x \geq 0 \\ -x \Leftrightarrow x < 0 \end{cases}$$

$$|x| \geq 0; |x| \geq x; |x| = |-x|$$

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

$$|x - y| \geq |x| - |y|$$

### 2- Các dạng toán cơ bản:

\* **Dạng toán 1: Tính  $|x|$  biết**

1)  $x = -1\frac{1}{5}$

2)  $x = -2\frac{3}{5} : \frac{3}{13}$

3)  $x + 25\frac{1}{2} = 0$

4)  $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{47.49} = \frac{1}{x}$

5)  $\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \dots + \frac{1}{97.100} = \frac{x}{2}$

6)  $\frac{4}{1.5} + \frac{4}{5.9} + \dots + \frac{4}{97.101} = \frac{2x+5}{101}$

7)  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{100}\right) + x = 2\frac{1}{5}$

8)  $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100 = 2\frac{1}{5}x - 1$

9)  $(1^2 + 2^2 + \dots + 49^2)(2 - x) = -1\frac{1}{5}$

\* **Dạng 2: Tìm  $x$  biết**

1)  $|x| = 3\frac{3}{5}$

2)  $|x| - \frac{25}{8} = 0$

3)  $5|x| - \frac{5}{23} = 0$

4)  $|2x| - \frac{1}{5} = \left| -1\frac{1}{3} \right|$

$$5) 1,75 - |2,5 - x| = 1,25 \quad 6) |2x - 5| = 13 \quad 7) 3\frac{1}{3} - \left|2x - \frac{3}{7}\right| = -\frac{2}{3}$$

$$8) 2\frac{1}{5}|3x - 7| = \frac{11}{10} \quad 9) (2x - 5)^2 = 9 \quad 10) x^2 = 4 \quad 11) (3 - 7x)^2 = \frac{1}{4}$$

**\* Dạng 3: Tìm x, y, z biết**

$$1) |x| + |y| + |z| = 0 \quad 2) |3x - 5| + |2y - 7| = 0$$

$$3) \left|x - 1\frac{1}{2}\right| + \left|2y - \frac{5}{2}\right| + \left|3\frac{1}{3} - z\right| = 0 \quad 4) (x - 1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 + (z - \frac{1}{3})^2 = 0$$

$$5) |1 - 2x| + |2 - 3y| + |3 - 4y| = 0 \quad 6) |x - 1| + |(x - 1)(x + 1)| = 0$$

**\* Dạng 4: Tính giá trị của các biểu thức sau.**

$$1) A = |x^2 - 2x + 5| \quad \text{với } x = -\frac{1}{3}$$

$$2) B = |xy - 2| + 5(x - 3)|x^2 - 2xy + y^2| \quad \text{với } x = y = 2$$

$$3) C = \left|x^2 - x + \frac{1}{4}\right| - 2|2x + 1| \quad \text{với } |x| = \frac{1}{2}$$

$$4) D = |3x^2 - 6x + 3| \quad \text{với } |x| = 1$$

$$5) E = 2x - 5y + 7xy \quad \text{với } |x| + |y - 2| = 0$$

$$6) G = 2x^2 - 3y^2 + 6xy \quad \text{với } |x - 1| + |y - 2| = 0$$

**\* Dạng 5: Rút gọn các biểu thức sau**

$$1) M = |x - 5| + |2x - 9| + |3x - 13| \quad \text{với } x \geq 6,5$$

$$2) N = |x + 1| + |x + 2| + |x - 3| \quad \text{với } -2 \leq x < -1$$

$$3) P = |2x - 5| + |3x - 7| - |5x - 15| \quad \text{với } x \geq 3$$

**\*) Dạng 6: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.**

$$1, \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của: } C = 4,5|2x - 0,5| - 0,25$$

$$2, \text{ Tìm giá trị lớn nhất của: } D = -|3x + 4,5| + 0,75$$

$$3, \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của: } E = |x - 2005| + |x - 2004|$$

### **3- Các bài toán tự học :**

Bài 1: Tính giá trị biểu thức:  $A = 2x + 2xy - y$  với  $|x| = 2,5$  và  $y = -3/4$

Bài 2: Tìm x, y biết:

$$a) 2 \cdot |2x - 3| = 1/2$$

$$b) 7,5 - 3|5 - 2x| = -4,5$$

$$c) |3x - 4| + |3y + 5| = 0$$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất:

$$a) |3x - 8,4| - 14,2$$

$$b) |4x - 3| + |5y + 7,5| + 17,5$$

Bài 4: Tìm giá trị lớn nhất:

$$F = 4 - |5x - 2| - |3y + 12|$$