

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT  
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2021 - 2022

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

MÃ ĐỀ 01

**Câu 1. (2,0 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$ .

b)  $Q = \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$  với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

**Câu 2. (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d): y = mx + 3m + 2$  và  $(d_1): y = x + 1$ . Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

**Câu 3. (2,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

b) Tìm giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

**Câu 4. (1,0 điểm)** Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ  $1kWh$  đến  $100kWh$  thì giá điện là:  $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ  $101kWh$  đến  $150kWh$  thì giá điện là:  $2000đ/kWh$

Bậc 3: Từ  $151kWh$  trở lên thì giá điện là:  $4000đ/kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng  $170kWh$  thì có  $100kWh$  tính theo giá bậc 1, có  $50kWh$  tính theo giá bậc 2 và có  $20kWh$  tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn  $A$  và nhà bạn  $B$  là  $560000đ$ . So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn  $A$  tăng  $30%$ , nhà bạn  $B$  tăng  $20%$ , do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là  $701000đ$ . Hỏi tháng 4 nhà bạn  $A$  phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu  $kWh$ ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có độ dài cạnh  $AB = 3\text{cm}$ , cạnh  $AC = 4\text{cm}$ . Gọi  $AH$  là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác  $AHC$ .

**Câu 6. (2,0 điểm)** Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ ;  $E$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $BC$ .

a) Chứng minh  $\widehat{CAE} = \widehat{BCE}$ .

b) Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $EM = EC$  ( $M$  khác  $C$ );  $N$  là giao điểm của  $BM$  với đường tròn tâm  $O$  ( $N$  khác  $B$ ). Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  với  $AE$ ;  $K$  là giao điểm của  $AC$  với  $EN$ . Chứng minh tứ giác  $EKMI$  nội tiếp.

**Câu 7. (1,0 điểm)** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a + b + c = 2021$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$ .

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1. (2,0 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}.$$

$$P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$$

$$P = \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{5}$$

$$P = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } P = 4\sqrt{5}.$$

$$b) Q = \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x} \text{ với } x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}.$$

$$Q = \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{2\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}+1}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} \cdot (1-4x) = \frac{4\sqrt{x}}{-(1-4x)} \cdot (1-4x) = -4\sqrt{x}$$

$$\text{Vậy } Q = -4\sqrt{x}, \text{ với } x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}.$$

**Câu 2. (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d): y = mx + 3m + 2$  và  $(d_1): y = x + 1$ . Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

Hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m = 1 \\ 3m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy với  $m = 1$  thì  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

**Câu 3. (2,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

Với  $m = 1$ , phương trình đã cho trở thành  $x^2 - 4x + 1 = 0$ .

Ta có  $\Delta' = 2^2 - 1 = 3 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 + \sqrt{3} \\ x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy khi  $m = 1$  tập nghiệm của phương trình là  $S = \{2 \pm \sqrt{3}\}$ .

b) Tìm giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

Ta có:  $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$ .

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thì  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$ .

Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = m^2 \end{cases}.$$

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 6 = 4x_1x_2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 6m^2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2m^2 + 8m + 10 = 0(1)$$

Ta có  $a - b + c = -2 - 8 + 10 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} m_1 = -1(ktm) \\ m_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{10}{-2} = 5(tm) \end{cases}.$$

Vậy có 1 giá trị của  $m$  thỏa mãn là  $m = 5$ .

**Câu 4. (1,0 điểm)** Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ  $1kWh$  đến  $100kWh$  thì giá điện là:  $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/kWh

Bậc 3: Từ 151kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000 đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là  $x(x > 0)$  (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là  $y(y > 0)$  (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560000 nên ta có phương trình  $x + y = 560000$  (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là  $x + 30\%x = 1,3x$  (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là:  $y + 20\%y = 1,2y$  (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701000 nên ta có phương trình:  $1,3x + 1,2y = 701000$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 1,3(560000 - y) + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 728000 - 0,1y = 701000 \end{cases}$$

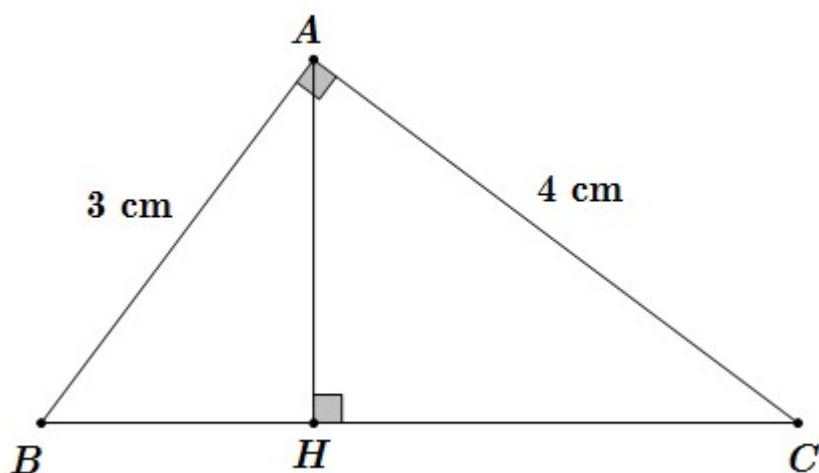
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 0,1y = 27000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

Nhận thấy:  $290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là  $100 + 50 + 10 = 160(kWh)$ .

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A, có độ dài cạnh  $AB = 3cm$ , cạnh  $AC = 4cm$ . Gọi AH là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác AHC.



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $ABC$  ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{144}{25}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $AHC$  ta có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$\Rightarrow 4^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + HC^2$$

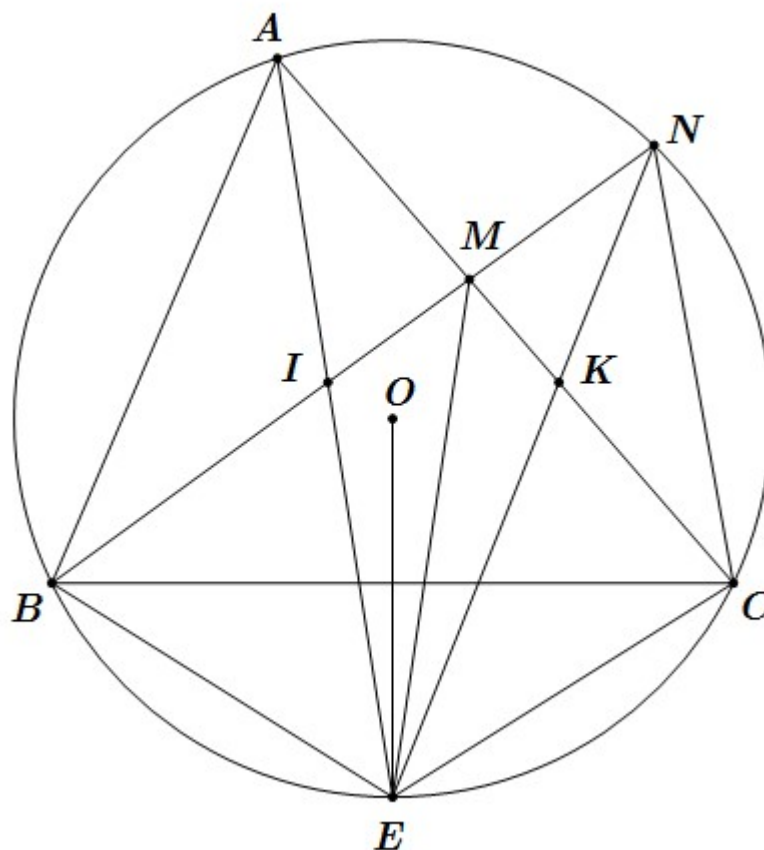
$$\Rightarrow HC^2 = 16 - \frac{144}{25}$$

$$\Rightarrow HC^2 = \frac{256}{25}$$

$$\Rightarrow HC = \frac{16}{5}(\text{cm})$$

Vì tam giác  $AHC$  vuông tại  $H$  nên  $S_{\Delta AHC} = \frac{1}{2}AH.HC = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{16}{5} = \frac{96}{25}(\text{cm}^2)$ .

**Câu 6. (2, 0 điểm)** Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ ;  $E$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $BC$ .



a) Chứng minh  $\widehat{CAE} = \widehat{BCE}$ .

Vì  $E$  là điểm chính giữa của cung nhỏ  $BC$  nên  $sdcBE = sdcCE$ .

$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{BCE}$  (trong một đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

b) Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $EM = EC$  ( $M$  khác  $C$ );  $N$  là giao điểm của  $BM$  với đường tròn tâm  $O$  ( $N$  khác  $B$ ). Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  với  $AE$ ;  $K$  là giao điểm của  $AC$  với  $EN$ . Chứng minh tứ giác  $EKMI$  nội tiếp.

Vì  $EM = EC(gt)$ , mà  $EB = EC$  (do  $sdcEB = sdcEC$ )  $\Rightarrow EB = EM$ .

$\Rightarrow \triangle EBM$  cân tại  $M \Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{EMB}$  (2 góc ở đáy).

Ta có:  $\widehat{EBM} + \widehat{ECN} = 180^\circ$  (2 góc đối diện của tứ giác nội tiếp  $BECN$ )

$\widehat{EMB} + \widehat{EMN} = 180^\circ$  (kề bù)

$\Rightarrow \widehat{ECN} = \widehat{EMN}$ .

Lại có  $\widehat{ENC} = \widehat{ENM}$  (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{ECN} + \widehat{ENC} = \widehat{EMN} + \widehat{ENM}$

$\Rightarrow 180^\circ - \widehat{CEN} = 180^\circ - \widehat{MEN}$

$\Rightarrow \widehat{CEN} = \widehat{MEN}$

$\Rightarrow EK$  là phân giác của  $\widehat{MEC}$ .

Mà tam giác  $EMC$  cân tại  $E$  ( $EM = EC$ ) nên  $EK$  đồng thời là đường cao  $\Rightarrow EK \perp MC$ .

$\Rightarrow \widehat{EKM} = 90^\circ$ .

$\Rightarrow \widehat{EAK} + \widehat{AEK} = 90^\circ$ .

Mà  $\widehat{EAK} = \widehat{EAC} = \widehat{BNE}$  (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{BNE} + \widehat{AEK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BNI} + \widehat{IEN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EIN}$  vuông tại  $I$ .

$\Rightarrow \widehat{EIN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EIM} = 90^\circ$ .

Xét tứ giác  $EKMI$  có:  $\widehat{EKM} + \widehat{EIM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ .

Vậy  $EKMI$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ).

**Câu 7. (1,0 điểm)** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a + b + c = 2021$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$ .

Ta có:  $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$

$\Rightarrow P^2 = (\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a})^2 \leq 3(a+b+b+c+c+a) = 6 \cdot 2021 = 12126$  (BĐT

Buniacopxki)

$\Rightarrow P^2 \leq 12126 \Leftrightarrow P \leq \sqrt{12126}$



$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 2021 - c = 2021 - a = a + c \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ 2021 - a = 2a \end{cases} \Leftrightarrow a = c = \frac{2021}{3} = b.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \sqrt{12126} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2021}{3}.$$