

Câu 1. (1,0 điểm)

a) Cho $a \geq 0$ và $b < 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$

b) Thực hiện phép tính $(\sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3}$

Câu 2. (2 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau

a) $2x^2 - 9x - 5 = 0$

b)
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 6061 \end{cases}$$

Câu 3. (2 điểm) Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2x - 3$.

a) Vẽ đồ thị của (P) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phương pháp đại số.

Câu 4. (1,5 điểm) Trong thời gian bị ảnh hưởng bởi đại dịch COVID – 19, một công ty may mặc đã chuyển sang sản xuất khẩu trang với hợp đồng là 1000000 cái. Biết công ty có 2 xưởng may khác nhau là xưởng X1 và xưởng X2. Người quản lí cho biết: nếu cả hai xưởng cùng sản xuất thì trong 3 ngày sẽ đạt được 437500 cái khẩu trang; còn nếu để mỗi xưởng tự sản xuất số lượng 1000000 cái khẩu trang thì xưởng X1 sẽ hoàn thành sớm hơn xưởng X2 là 4 ngày. Do tình hình dịch bệnh diễn biến phức tạp nên xưởng X1 buộc phải đóng cửa không sản xuất. Hỏi khi chỉ còn xưởng X2 hoạt động thì sau bao nhiêu ngày công ty sẽ sản xuất đủ số lượng khẩu trang theo hợp đồng nêu trên?

Câu 5. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm AC và O là trung điểm của MC. Vẽ đường tròn tâm O, bán kính OC. Kẻ BM cắt (O) tại D, đường thẳng AD cắt (O) tại E.

a) Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\triangle MAB \sim \triangle MDC$ và tính tích $MB \cdot MD$ theo AC

c) Gọi F là giao điểm của CE với BD và N là giao điểm của BE với AC.

Chứng minh $MB \cdot NE \cdot CF = MF \cdot NB \cdot CE$

Câu 6. (0,5 điểm) Chiếc nón lá (hình bên) có dạng hình nón.

Biết khoảng cách từ đỉnh của nón đến một đỉnh trên vành nón là 30 cm, đường kính của vành nón là 40cm. Tính diện tích xung quanh của chiếc nón đó



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,0 điểm)

a) Cho $a \geq 0$ và $b < 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$

b) Thực hiện phép tính $(\sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3}$

Lời giải

a) Với $a \geq 0$ và $b < 0$, ta có: $P = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = |a| - |b| = a - (-b) = a + b$

Vậy $a \geq 0$ và $b < 0$ thì $P = a + b$

b) $(\sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3} = (\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3})\sqrt{3} = (2\sqrt{3} + 5\sqrt{3})\sqrt{3}$
 $= 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 7 \cdot 3 = 21$

Câu 2. (2 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau

a) $2x^2 - 9x - 5 = 0$

b)
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 6061 \end{cases}$$

Lời giải

a) $2x^2 - 9x - 5 = 0$

Ta có: $\Delta(-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 81 + 40 = 121 > 0$

\Rightarrow Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{9 + \sqrt{121}}{2 \cdot 2} = \frac{9 + 11}{4} = 5 \\ x_2 = \frac{9 - \sqrt{121}}{2 \cdot 2} = \frac{9 - 11}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{ 5; -\frac{1}{2} \right\}$

b)
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 6061 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 6061 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6060 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2020 \\ y = 2021 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2020; 2021)$

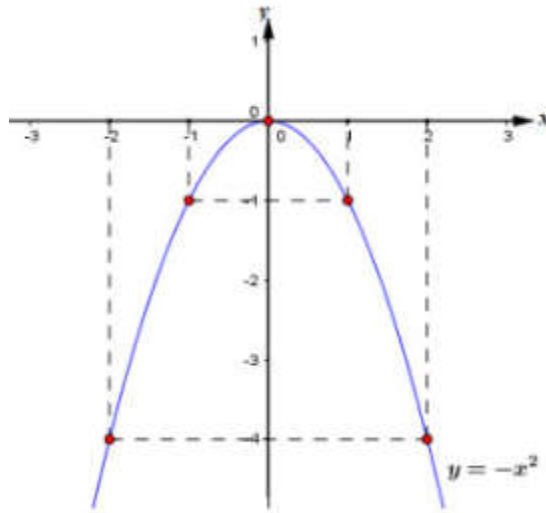
Câu 3. (2 điểm) Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2x - 3$.

a) Vẽ đồ thị của (P) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Ta có bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

+ Đồ thị



b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) bằng phương pháp đại số.

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

Ta có: $a + b + c = 1 + 2 + (-3) = 0$ do đó: $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a} = -3$

+ Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1^2 = -1$

+ Với $x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = -(-3)^2 = -9$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $(1; -1); (-3; -9)$

Câu 4. (1,5 điểm) Trong thời gian bị ảnh hưởng bởi đại dịch COVID – 19, một công ty may mặc đã chuyển sang sản xuất khẩu trang với hợp đồng là 1000000 cái. Biết công ty có 2 xưởng may khác nhau là xưởng X1 và xưởng X2. Người quản lí cho biết: nếu cả hai xưởng cùng sản xuất thì trong 3 ngày sẽ đạt được 437500 cái khẩu trang; còn nếu để mỗi xưởng tự sản xuất số lượng 1000000 cái khẩu trang thì xưởng X1 sẽ hoàn thành sớm hơn xưởng X2 là 4 ngày. Do tình hình dịch bệnh diễn biến phức tạp nên xưởng X1 buộc phải đóng cửa không sản xuất. Hỏi khi chỉ còn xưởng X2 hoạt động thì sau bao nhiêu ngày công ty sẽ sản xuất đủ số lượng khẩu trang theo hợp đồng nêu trên?

Lời giải

Gọi x là thời gian một mình xưởng X2 hoạt động để sx đủ 1000000 khẩu trang theo hợp đồng ($x > 4$)

\Rightarrow Mỗi ngày xưởng X2 sản xuất được số khẩu trang là $\frac{1000000}{x}$ chiếc

Nếu để mỗi xưởng tự sản xuất số lượng 1000000 cái khẩu trang thì xưởng X1 hoàn thành sớm hơn xưởng X2 là 4 ngày, nên thời gian một mình xưởng X1 hoạt động để sản xuất được 1000000 khẩu trang là $x - 4$ (ngày)

\Rightarrow Mỗi ngày xưởng X1 sx được số khẩu trang là $\frac{1000000}{x - 4}$ (chiếc)

\Rightarrow Mỗi ngày cả 2 xưởng sx được số khẩu trang là $\frac{1000000}{x} + \frac{1000000}{x-4}$ (chiếc)

Nếu cả 2 cùng sx trong 3 ngày sẽ đạt được 437500 cái khẩu trang, ta có phương trình

$$3\left(\frac{1000000}{x} + \frac{1000000}{x-4}\right) = 437500$$

$$\Leftrightarrow 3000000\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4}\right) = 437500$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{7}{48}$$

$$\Leftrightarrow 48(x-4) + 48x = 7x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 48x - 192 + 48x = 7x^2 - 28x$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 124x + 192 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 112x - 12x + 192 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x(x-16) - 12(x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-16)(7x-12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-16=0 \\ 7x-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16(tm) \\ x=\frac{12}{7}(ktm) \end{cases}$$

Vậy khi chỉ còn xưởng X2 hoạt động thì sau 16 ngày công ty sẽ sản xuất đủ số lượng khẩu trang theo hợp đồng

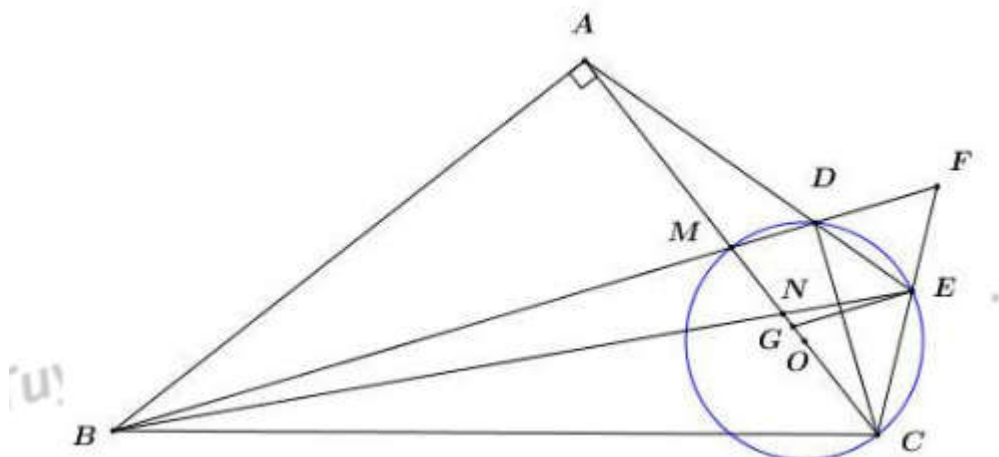
Câu 5. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm AC và O là trung điểm của MC. Vẽ đường tròn tâm O, bán kính OC. Kẻ BM cắt (O) tại D, đường thẳng AD cắt (O) tại E.

a) Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\triangle MAB \sim \triangle MDC$ và tính tích $MB \cdot MD$ theo AC

c) Gọi F là giao điểm của CE với BD và N là giao điểm của BE với AC.

Chứng minh $MB \cdot NE \cdot CF = MF \cdot NB \cdot CE$



a) Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp

Ta có: $\widehat{MDC} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$$

Suy ra tứ giác ABCD nội tiếp (có hai đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

b) Chứng minh $\triangle MAB \sim \triangle MDC$ và tính tích $MB \cdot MD$ theo AC

Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MDC$ có:

$$\widehat{AMB} = \widehat{DMC} \text{ (đối đỉnh); } \widehat{MAB} = \widehat{MDC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MDC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} \text{ (hai cạnh tương ứng)} \Rightarrow MB \cdot MD = MA \cdot MC$$

$$\text{Mà M là trung điểm AC nên } MA = MC = \frac{1}{2} AC \Rightarrow MA \cdot MC = \frac{1}{2} AC \cdot \frac{1}{2} AC = \frac{1}{4} AC^2$$

$$\text{Vậy } MB \cdot MD = \frac{1}{4} AC^2$$

c) Gọi F là giao điểm của CE với BD và N là giao điểm của BE với AC. Chứng minh

$$MB \cdot NE \cdot CF = MF \cdot NB \cdot CE$$

Kẻ $EG \parallel BF$ ($G \in AC$) ta có

$$\frac{NB}{NE} = \frac{MB}{EG} \text{ (1) và } \frac{CE}{CF} = \frac{EG}{MF} \text{ (2) (định lý Talet)}$$

Nhân vế theo vế của (1) và (2) ta được

$$\frac{NB}{NE} \cdot \frac{CE}{CF} = \frac{MB}{EG} \cdot \frac{EG}{MF}$$

$$\Leftrightarrow \frac{NB}{NE} \cdot \frac{CE}{CF} = \frac{MB}{MF}$$

$$\Leftrightarrow MB \cdot NE \cdot CF = MF \cdot NB \cdot CE \text{ (dpcm)}$$

Câu 6. (0,5 điểm) Chiếc nón lá (hình bên) có dạng hình nón.

Biết khoảng cách từ đỉnh của nón đến một đỉnh trên vành nón là 30 cm, đường kính của vành nón là 40cm. Tính diện tích xung quanh của chiếc nón đó



Lời giải

Vì khoảng cách từ đỉnh nón đến điểm trên vành nón là độ dài đường sinh của hình nón

$$\Rightarrow \text{Độ dài đường sinh hình nón là } l = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Bán kính vành nón } R = \frac{40}{2} = 20(\text{cm})$$

Diện tích xung quanh của chiếc nón là $S_y = \pi RI = \pi \cdot 20 \cdot 30 = 600\pi (\text{cm}^2)$