

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $(\sqrt{2} + 1)x - \sqrt{2} = 0.$

b) $x^4 + x^2 - 6 = 0.$

c) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases}.$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hai hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m - 4 = 0$ (m là tham số, x là ẩn số).

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Đặt $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$. Tính A theo m và tìm m để $A = 18$.

Câu 4. (2,0 điểm)

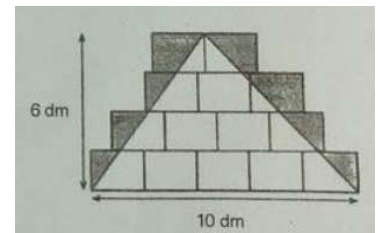
Cho bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự lần lượt nằm trên nửa đường tròn đường kính AD . Gọi E là giao điểm của AC và BD . Kẻ EF vuông góc với BD .

a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh BD là tia phân giác của góc CBF .

Câu 5. (1,0 điểm)

Một bức tường được xây bằng các viên gạch hình chữ nhật bằng nhau và được bố trí như hình vẽ bên. Phần sơn màu (tô đậm), là phần ngoài của một hình tam giác đáy là 10 dm và chiều cao 6 dm. Tính diện tích phần tô đậm.



-----HẾT-----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $(\sqrt{2} + 1)x - \sqrt{2} = 0.$

b) $x^4 + x^2 - 6 = 0.$

c) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases}.$

Lời giải

a) Ta có:

$$(\sqrt{2} + 1)x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} \Leftrightarrow x = 2 - \sqrt{2}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 2 - \sqrt{2}.$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 - 6 = 0 &\Leftrightarrow x^4 + 3x^2 - 2x^2 - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2(x^2 + 3) - 2(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2)(x^2 + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}.$

c) Ta có:

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + x - y = 11 + 4 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (5; 1).$

Câu 2. (2,0 điểm)

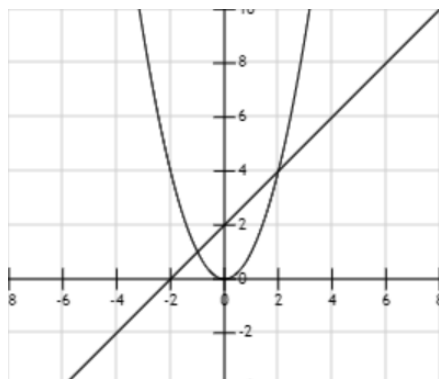
Cho hai hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng $(d).$

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của (P) và $(d).$

Lời giải

a) Đồ thị hàm số (P) và (d) :



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(2; 4)$.

Vậy (P) cắt (d) tại hai điểm $A(-1; 1)$, $B(2; 4)$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m - 4 = 0$ (m là tham số, x là ẩn số).

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Đặt $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$. Tính A theo m và tìm m để $A = 18$.

Lời giải

a) Phương trình đã cho có: $\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m - 4) = m + 5$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$.

Vậy $m > -5$ là giá trị cần tìm.

b) Theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m^2 - 3m - 4 \end{cases}.$$

Ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = [2(m-1)]^2 - 3(m^2 - 3m - 4) = m^2 + m + 16$.

Khi đó: $A = 18 \Leftrightarrow m^2 + m + 16 = 18 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$

So với điều kiện $m > -5$ thấy thỏa mãn.

Vậy $m = 1, m = -2$ là các giá trị cần tìm.

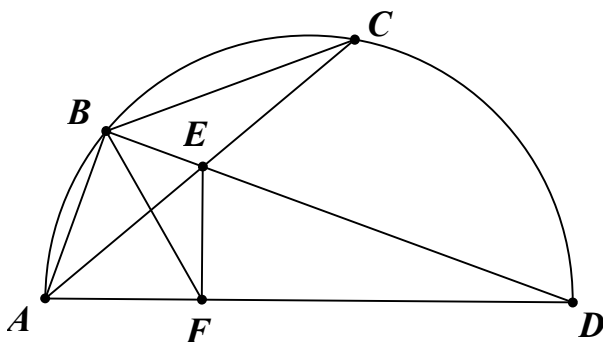
Câu 4. (2,0 điểm)

Cho bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự lần lượt nằm trên nửa đường tròn đường kính AD . Gọi E là giao điểm của AC và BD . Kẻ EF vuông góc với BD .

a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh BD là tia phân giác của góc CBF .

Lời giải



a) Ta có: $\angle ABD = 90^\circ \Rightarrow \angle ABE = 90^\circ$ do $E \in BD$.

Mặt khác $EF \perp AD \Rightarrow \angle EFA = 90^\circ$.

Khi đó: $\angle ABE + \angle EFA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Suy ra tứ giác $ABEF$ nội tiếp.

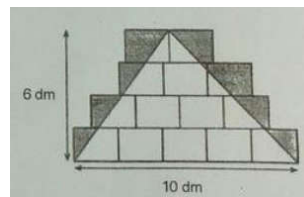
b) Ta có tứ giác $ABEF$ nội tiếp nên $\angle FBD = \angle FBE = \angle EAF = \angle CAD$.

Mà $\angle CAD = \angle CBD$ do cùng nhìn cung CD .

Suy ra: $\angle FBD = \angle CBD$ hay BD là tia phân giác của góc CBF .

Câu 5. (1,0 điểm)

Một bức tường được xây bằng các viên gạch hình chữ nhật bằng nhau và được bố trí như hình vẽ bên. Phần sơn màu (tô đậm), là phần ngoài của một hình tam giác đáy là 10 dm và chiều cao 6 dm. Tính diện tích phần tô đậm.



Lời giải

Chiều dài của một viên gạch: $10 : 5 = 2$ dm.

Chiều rộng của viên gạch: $6 : 4 = 1,5$ dm.

Do đó diện tích mỗi viên gạch: $2 \times 1,5 = 3$ dm.

Diện tích của bức tường là: $3 \times 2 + 3 \times 3 + 3 \times 4 + 3 \times 5 = 42$ dm².

Diện tích của phần không được tô là: $\frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 30 \text{ dm}^2$.

Diện tích của phần tô đậm là: $42 - 30 = 12 \text{ dm}^2$.