

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (2,0 điểm)

- Thực hiện phép tính: $16\sqrt{9} - 9\sqrt{16}$
- Cho hàm số $y = ax^2$ với a là tham số.
 - Tìm a để đồ thị của hàm số qua điểm $M(2;8)$.
 - Vẽ đồ thị của hàm số ứng với giá trị a tìm được.

Bài 2. (2 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau:
 - $x^2 - 5x + 4 = 0$
 - $$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$
- Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$, với m là tham số.
 - Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
 - Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Chứng minh giá trị biểu thức $A = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc m .

Bài 3. (1,5 điểm)

Đề chuẩn bị vào năm học mới, bạn An muốn mua một cái cặp và một đôi giày. Bạn đã tìm hiểu, theo giá niêm yết thì tổng số tiền mua hai vật dụng trên là 850.000 đồng. Khi bạn An đến mua thì cửa hàng có chương trình giảm giá: cái cặp được giảm 15.000 đồng, đôi giày được giảm 10% so với giá niêm yết. Do đó bạn An mua hai vật dụng trên chỉ với số tiền 785.000 đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi vật dụng trên là bao nhiêu?

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn đường tâm O , đường kính AB và một điểm M bất kì trên nửa đường tròn đó (M khác A, B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn người ta vẽ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt tia Ax tại I ; tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E , cắt tia BM tại F ; tia BE cắt Ax tại H , cắt AM tại K .

- Chứng minh tứ giác $EFMK$ nội tiếp.
- Chứng minh tam giác BAF cân.
- Chứng minh tứ giác $AKFH$ là hình thoi.
- Xác định vị trí M để tứ giác $AKFI$ nội tiếp được đường tròn.

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 5$ và $xy = -2$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{x^2} + 2020$$

----- HẾT -----

Chú ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

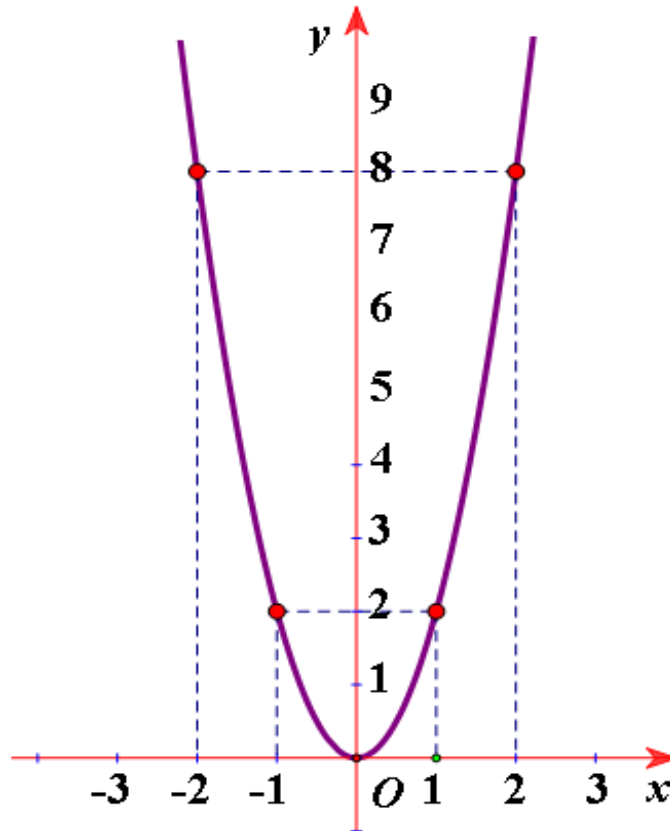
ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $16\sqrt{9} - 9\sqrt{16}$
2. Cho hàm số $y = ax^2$ với a là tham số.
 - a) Tìm a để đồ thị của hàm số qua điểm $M(2;8)$.
 - b) Vẽ đồ thị của hàm số ứng với giá trị a tìm được.

Tóm tắt cách giải	Điểm
1) Ta có $16\sqrt{9} - 9\sqrt{16} = 16.3 - 9.4 = 48 - 36 = 12$	0,5đ
2. a) Thay $x = 2; y = 8$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được: $8 = a.2^2 \Leftrightarrow a = 2$ Vậy $a = 2$	0,25đ 0,25đ
2. b) Theo câu a, ta có hàm số: $y = 2x^2$	đ



Bài 2. (2 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:
 - a) $x^2 - 5x + 4 = 0$
 - b) $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$
2. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$, với m là tham số.

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
 b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Chứng minh giá trị biểu thức $A = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc m .

Tóm tắt cách giải	Điểm
1. a) $x^2 - 5x + 4 = 0$ Ta có: $1 + (-5) + 4 = 0$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1; x = 4$.	0,25 đ 0,25 đ
1. b) $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$	0,25 đ 0,25 đ
2. a) $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0(1)$ $\Delta' = (m+1)^2 - m + 4 = m^2 + m + 5 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} > 0$ với mọi m . Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m .	0,25 đ 0,25 đ
2. b) Theo câu a, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 4 \end{cases}$ Ta có $A = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1) = x_1 + x_2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2m + 2 - 2m + 8 = 10$ Vậy A không phụ thuộc vào m .	0,25 đ 0,25 đ

Bài 3. (1,5 điểm)

Để chuẩn bị vào năm học mới, bạn An muốn mua một cái cặp và một đôi giày. Bạn đã tìm hiểu, theo giá niêm yết thì tổng số tiền mua hai vật dụng trên là 850.000 đồng. Khi bạn An đến mua thì cửa hàng có chương trình giảm giá: cái cặp được giảm 15.000 đồng, đôi giày được giảm 10% so với giá niêm yết. Do đó bạn An mua hai vật dụng trên chỉ với số tiền 785.000 đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi vật dụng trên là bao nhiêu?

Tóm tắt cách giải	Điểm
Gọi giá niêm yết của một cái cặp bạn An muốn mua là: x (đồng), ($15.000 < x < 850.000$) Gọi giá niêm yết của một đôi giày bạn An muốn mua là: y (đồng), ($0 < y < 850.000$)	0,25đ
Giá niêm yết của một cái cặp và một đôi giày là 850.000 đồng nên ta có phương trình: $x + y = 850.000 \quad (1)$	0,25đ
Giá của một cái cặp sau khi giảm giá là: $x - 15.000$ (đồng). Giá của một đôi giày sau khi giảm giá là: $y - 10\%y = \frac{9}{10}y$ (đồng).	0,25đ
Giá tiền sau khi giảm giá bạn An đã mua một cái cặp và một đôi giày là 785.000 đồng nên ta có phương trình: $x - 15.000 + \frac{9}{10}y = 785.000 \Leftrightarrow 10x + 9y = 8.000.000 \quad (2)$	0,25đ

<p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x + y = 850.000 \\ 10x + 9y = 8.000.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 10y = 8.500.000 \\ 10x + 9y = 8.000.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 500.000 \\ x + 500 = 850.000 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 350.000 \\ y = 500.000 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$	0,25đ
<p>Vậy giá niêm yết của một cái cặp bạn An muốn mua là: 350.000 đồng Vậy giá niêm yết của một đôi giày bạn An muốn mua là: 500.000 đồng</p>	0,25đ

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn đường tâm O, đường kính AB và một điểm M bất kì trên nửa đường tròn đó (M khác A, B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn người ta vẽ tiếp tuyến Ax. Tia BM cắt tia Ax tại I; tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E, cắt tia BM tại F; tia BE cắt Ax tại H, cắt AM tại K.

- Chứng minh tứ giác EFMK nội tiếp.
- Chứng minh tam giác BAF cân.
- Chứng minh tứ giác AKFH là hình thoi.
- Xác định vị trí M để tứ giác AKFI nội tiếp được đường tròn.

Tóm tắt cách giải	Điểm
	0,5đ
<p>a) Ta có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{KMF} = 90^\circ$ Ta có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{KEF} = 90^\circ$ Tứ giác EFMK có $\widehat{KMF} + \widehat{KEF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Vậy tứ giác EFMK nội tiếp đường tròn.</p>	0,25đ
<p>b) Ta có $\widehat{MBE} = \widehat{MAE}$ (cùng chắn cung ME) hay $\widehat{FBE} = \widehat{MAF}$ Mà $\widehat{MAF} = \widehat{FAI}$ (AF là phân giác \widehat{IAM}) $\Rightarrow \widehat{FAI} = \widehat{FBE}$</p>	0,25đ

<p>Mặt khác, ta có $\begin{cases} \widehat{FBE} + \widehat{BFE} = 90^\circ \\ \widehat{FAI} + \widehat{BAF} = 90^\circ \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BFE} = \widehat{BAE}$ hay $\Rightarrow \widehat{BFA} = \widehat{BAF}$</p> <p>Vậy tam giác ABF cân tại B.</p>	0,25đ
<p>c) Tam giác ABF cân tại B, có BE là đường cao nên BE cũng là đường trung tuyến</p> <p>$\Rightarrow E$ là trung điểm của AF (1)</p> <p>Tam giác AHK có AE vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên tam giác AHK cân tại A.</p> <p>$\Rightarrow AE$ cũng là đường trung tuyến của tam giác</p> <p>$\Rightarrow E$ là trung điểm HK (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra tứ giác AKFH có hai đường chéo AF và HK cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên AKFH là hình bình hành.</p> <p>Mà $AF \perp HK$ nên AKFH là hình thoi.</p>	0,25đ
<p>d) Theo câu c, AKFH là hình thoi</p> <p>$\Rightarrow AH // FK$</p> <p>$\Rightarrow AKFI$ là hình thang</p> <p>Để AKFI nội tiếp thì AKFI là hình thang cân</p> <p>$\Rightarrow \widehat{FIA} = \widehat{KAI}$</p> <p>$\Rightarrow$ Tam giác MIA vuông cân tại M</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MAI} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MAB} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MOB} = 90^\circ$</p> <p>Vậy M nằm chính giữa cung AB.</p>	0,25đ

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 5$ và $xy = -2$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{x^2} + 2020$$

Tóm tắt cách giải	Điểm
<p>Ta có $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 5^2 - 2 \cdot (-2) = 29$</p> <p>$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 5^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 5 = 155$</p> <p>$P = \frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{x^2} + 2020 = \frac{x^5 + y^5}{x^2 y^2} + 2020$</p> <p>$= \frac{(x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - (x^2 y^3 + x^3 y^2)}{x^2 y^2} + 2020$</p> <p>$= \frac{(x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2 y^2 (x + y)}{x^2 y^2} + 2020$</p> <p>$= \frac{29 \cdot 155 - (-2)^2 \cdot 5}{(-2)^2} + 2020 = \frac{12555}{4}$</p> <p>Vậy $P = \frac{12555}{4}$</p>	0,5đ
	0,25đ
	0,25đ

Ghi chú:

- + Mỗi bài toán có thể có nhiều cách giải, học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa. Tổ chấm thảo luận thống nhất biểu điểm chi tiết cho các tình huống làm bài của học sinh.
- + Bài hình học, nếu không có hình vẽ nhưng học sinh thực hiện các bước giải có logic và đúng thì cho nửa số điểm tối đa của phần đó. Vẽ hình sai (về mặt bản chất) nhưng lời giải đúng thì không cho điểm.
- + Điểm từng câu và toàn bài tính đến 0,25 không làm tròn số.