

Phần I: Trắc nghiệm (2.0 điểm). Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $2020\sqrt{3-x}$ có nghĩa là

- A. $x \geq 3$ B. $x \neq 3$ C. $x \leq 3$ D. $x < 3$

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -5x + 3$ B. $y = 5$ C. $y = 5x - 1$ D. $y = -5$

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y = 5 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là

- A. $(3; 5)$ B. $(5; 3)$ C. $(-5; 3)$ D. $(3; -5)$

Câu 4. Tìm a , biết đồ thị của hàm số $y = 2x - a$ đi qua điểm $(0; 1)$.

- A. $a = 2$ B. $a = -1$ C. $a = 1$ D. $a = -2$

Câu 5. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm kép?

- A. $x^2 + 8x + 7 = 0$ B. $x^2 = 9$ C. $x^2 - 7x + 4 = 0$ D. $x^2 - 6x + 9 = 0$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại B , biết $AC = 10cm, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài đoạn AB là

- A. $5\sqrt{3}cm$ B. $10\sqrt{3}cm$ C. $5cm$ D. $\frac{10\sqrt{3}}{3}cm$

Câu 7. Cho đường tròn $(O; 5cm)$ và đường tròn $(O'; 7cm)$, biết $OO' = 2cm$. Vị trí tương đối của hai đường tròn đó là

- A. Cắt nhau B. Tiếp xúc trong C. Tiếp xúc ngoài D. Đụng nhau

Câu 8. Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy $5cm$, chiều cao $2cm$ là

- A. $20\pi cm^2$ B. $10\pi cm^2$ C. $20cm^2$ D. $10cm^2$

Phần II: Tự luận (8.0 điểm)

Bài 1. (1.5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{20} = 4$.

2) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) : \frac{2}{x-2\sqrt{x}}$, với $x > 0, x \neq 4$.

Bài 2. (1.5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ (với m là tham số).

1) Giải phương trình khi $m = 4$.

- 2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm m để x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = -17$.

Bài 3. (1.0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x-2)^2 + \frac{1}{\sqrt{y+5}} = 3 \\ (x-2)^2 - \frac{2}{\sqrt{y+5}} = -1 \end{cases}$$

Bài 4. (3.0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Hai đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Các tia BD, CE cắt đường tròn (O;R) lần lượt tại điểm thứ hai là P, Q.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác BCDE nội tiếp và cung AP bằng cung AQ.
- 2) Chứng minh E là trung điểm của HQ và $OA \perp DE$.
- 3) Cho góc CAB bằng 60° , $R = 6\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AED.

Bài 5. (1.0 điểm)

- 1) Giải phương trình $\sqrt{2}\sqrt{2x^2 + x + 1} - \sqrt{4x - 1} + 2x^2 + 3x - 3 = 0$.
- 2) Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn $ab + bc + ca = 3$.

Chứng minh $\frac{a^3}{b+2c} + \frac{b^3}{c+2a} + \frac{c^3}{a+2b} \geq 1$.

---HẾT---

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021**

Bài thi: TOÁN

*Thời gian làm bài: 120 phút
(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)*

A. Hướng dẫn chung

1. Nếu thí sinh làm bài theo cách khác trong hướng dẫn mà đúng thì cho điểm các phần tương ứng như trong hướng dẫn chấm.
2. Tổng điểm toàn bài tính đến 0.25 điểm (không làm tròn)

B. Đáp án và hướng dẫn chấm

Phần I: Trắc nghiệm (2.0 điểm). Mỗi đáp án đúng được 0.25 điểm

| | | | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Đáp án | C | C | A | B | D | C | B | A |

Phần II: Tự luận (8.0 điểm)

Bài 1. (1.5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{20} = 4$.

2) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2}{x-2\sqrt{x}}$, với $x > 0, x \neq 4$.

| Ý | Nội dung | Điểm |
|-----------------|--|-----------|
| 1 (0.5 điểm) | Ta có $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - \sqrt{5} + \sqrt{20} = 4 - \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{20}$ | 0.25 điểm |
| | $= 4 - \sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 4$ | 0.25 điểm |
| 2 (1.0 điểm) | $P = \left(\frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) : \frac{2}{x-2\sqrt{x}}$ | 0.25 điểm |
| | $= \left(\frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{2}$ | 0.25 điểm |
| | $= \left(\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{2}$ | 0.25 điểm |
| | $= \frac{x}{\sqrt{x}+2}$ | 0.25 điểm |

Bài 2. (1.5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ (với m là tham số).

- 1) Giải phương trình khi $m = 4$.

- 2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm m để x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = -17$.

| Ý | Nội dung | Điểm |
|-----------------|---|-----------|
| 1 (0.5 điểm) | Với $m=4$ phương trình đã cho trở thành $x^2 - 9x + 20 = 0$ | 0.25 điểm |
| | Ta có $\Delta = 81 - 80 = 1 > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5, x_2 = 4$ | 0.25 điểm |
| 2 (1.0 điểm) | Phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1 > 0 \forall m \in \mathbb{R}$ suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m | 0.25 điểm |
| | Tính được hai nghiệm là $m, m+1$ | 0.25 điểm |
| | Do đó $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = -17 \Leftrightarrow m^2 + (m+1)^2 - 5m(m+1) = -17$ $\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$ | 0.25 điểm |
| | Giải phương trình ta được $m=-3; m=2$ | 0.25 điểm |

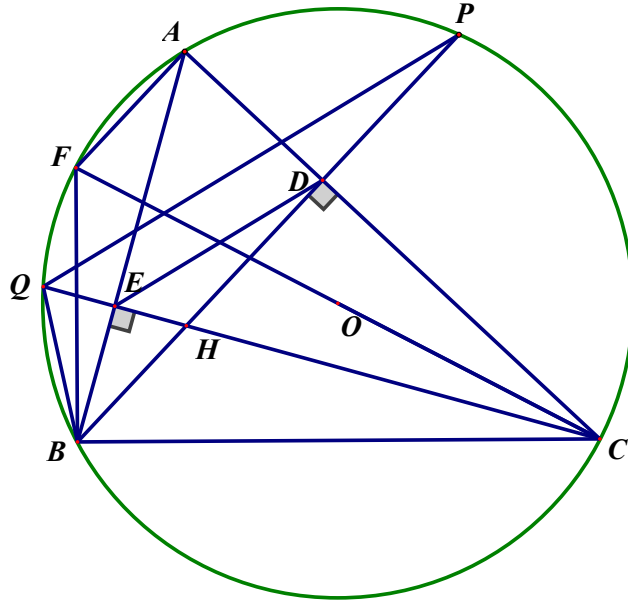
Bài 3. (1.0 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x-2)^2 + \frac{1}{\sqrt{y+5}} = 3 \\ (x-2)^2 - \frac{2}{\sqrt{y+5}} = -1 \end{cases}$$

| Nội dung | Điểm |
|--|-----------|
| Điều kiện $y > -5, x \in \mathbb{R}$ | 0.25 điểm |
| Đặt $u = (x-2)^2, v = \frac{1}{\sqrt{y+5}}$. Ta có hệ $\begin{cases} 2u + v = 3 \\ u - 2v = -1 \end{cases}$ | 0.25 điểm |
| Giải hệ ta được $\begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases}$ | 0.25 điểm |
| Suy ra $\begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ \sqrt{y+5} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = \pm 1 \\ y+5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ | 0.25 điểm |

Bài 4. (3.0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Hai đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Các tia BD, CE cắt đường tròn (O;R) lần lượt tại điểm thứ hai là P, Q.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác BCDE nội tiếp và cung AP bằng cung AQ.
- 2) Chứng minh E là trung điểm của HQ và $OA \perp DE$.
- 3) Cho góc CAB bằng 60° , $R = 6\text{cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AED.



| Ý | Nội dung | Điểm |
|-----------------|--|-----------|
| 1 (1.0 điểm) | Chứng minh được $\widehat{CEB} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ | 0.25 điểm |
| | Suy ra 4 điểm B, E, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính CB, nên tứ giác BCDE nội tiếp | 0.25 điểm |
| | Có tứ giác BCDE nội tiếp nên $\widehat{DCE} = \widehat{DBE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DE) hay $\widehat{ACQ} = \widehat{ABP}$ | 0.25 điểm |
| | Trong đường tròn tâm (O), ta có góc ACQ là góc nội tiếp chắn cung AQ và góc ABP nội tiếp chắn cung AP, suy ra cung AQ bằng cung AP | 0.25 điểm |
| 2 (1.0 điểm) | (O) có cung AQ bằng cung AP nên góc ABP = góc ABQ hay góc HBE = góc QBE | 0.25 điểm |
| | Chứng minh BE vừa là đường cao vừa là đường phân giác của tam giác BHQ nên tam giác này cân tại B suy ra E là trung điểm HQ | 0.25 điểm |
| | Chứng minh tương tự D là trung điểm của HP, suy ra DE là đường trung bình của tam giác HPQ, suy ra DE song song với PQ. (1) | 0.25 điểm |
| | Do cung AQ bằng cung AP nên A là điểm chính giữa cung PQ suy ra OA vuông góc PQ. (2) Từ (1) (2) suy ra OA vuông góc với DE. | 0.25 điểm |
| 3 (1.0 điểm) | Kẻ đường kính CF của đường tròn tâm (O), chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn đường kính AH. | 0.25 điểm |
| | Chứng minh tứ giác AFBH là hình bình hành, suy ra BF = AH | 0.25 điểm |
| | Trong đường tròn (O) có góc CAB = góc CFB = 60° (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC). Chỉ ra tam giác BCF vuông tại B và áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc ta được BF = CF. $\cos 60^\circ = R = 6\text{cm}$ | 0.25 điểm |
| | Đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADHE cũng là đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE. Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE. Suy ra $2r = AH = BF = 6\text{cm}$. Vậy $r = 3\text{cm}$. | 0.25 điểm |

Bài 5. (1.0 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{2}\sqrt{2x^2 + x + 1} - \sqrt{4x - 1} + 2x^2 + 3x - 3 = 0$.

2) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$.

Chứng minh $\frac{a^3}{b+2c} + \frac{b^3}{c+2a} + \frac{c^3}{a+2b} \geq 1$.

| Ý | Nội dung | Điểm |
|--------------------|---|--------------|
| 1 (0.5 điểm) | <p>Điều kiện $x \geq \frac{1}{4}$</p> <p>Phương trình tương đương với</p> $\left(\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}-2\right)-\left(\sqrt{4x-1}-1\right)+2x^2+3x-2=0$ $\Leftrightarrow \frac{4x^2+2x-2}{\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}+2}-\frac{4x-2}{\sqrt{4x-1}+1}+(x+2)(2x-1)=0$ $\Leftrightarrow (2x-1)\left(\frac{2(x+1)}{\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}+2}-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}+x+2\right)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x+1)}{\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}+2}-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}+x+2=0 \end{cases}$ | 0.25 điểm |
| | <p>Với $x \geq \frac{1}{4}$ ta có</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\frac{2(x+1)}{\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}+2} > 0$ • $-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1} \geq -2$ • $x+2 > 2$ <p>Suy ra $\frac{2(x+1)}{\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}+2}-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}+x+2 > 0$</p> <p>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{2}$.</p> | 0.25 điểm |
| 2 (0.5 điểm) | <p>Đặt $P = \frac{a^3}{b+2c} + \frac{b^3}{c+2a} + \frac{c^3}{a+2b}$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương $\frac{9a^3}{b+2c}; (b+2c)a$ ta có</p> $\frac{9a^3}{b+2c} + (b+2c)a \geq 6a^2. \text{ Tương tự, } \frac{9b^3}{c+2a} + (c+2a)b \geq 6b^2, \frac{9c^3}{a+2b} + (a+2b)c \geq 6c^2$ | 0.25 điểm |
| | <p>Cộng theo vế ba bất đẳng thức cùng chiều ta có $9P + 3(ab + bc + ca) \geq 6(a^2 + b^2 + c^2)$</p> <p>Lại có $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = 3$. Vậy $P \geq 1$ ta có điều phải chứng minh.</p> | 0.25 điểm |

---HẾT---

