CHƯƠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

CHUYÊN ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

I.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Phương trình tích (một ẩn) là phương trình có dạng $A(x).B(x)...=0$. *(1)*

Trong đó $A(x),B(x),...$ *là các đa thức.*

Để giải (1), ta chỉ cần giải từng phương trình $A(x)=0,B(x)=0,...$ *rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.*

Các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử có vai trò quan trọng trong việc đưa phương trình về dạng phương trình tích. Cách đặt ẩn phụ cũng hay được sử dụng để trình bày cho lời giải gọn gàng hơn.

II.BÀI TẬP

A.DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Vận dụng các phương pháp phân tích thành nhân tử và cách giải phương trình tích đưa phương trình đã cho về các phương trình bậc nhất đã biết cách giải.

Ví dụ 1. Giải phương trình: $y(y-16)-297=0$.

Ví dụ 2. Giải phương trình: $(2x-3)(4-x)(x+3)=0$.

Ví dụ 3. Giải phương trình: $(4x^2-9)(x^2-25)=0$.

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a. $x^2-7x+6=0$;

b. $x^2+6x+5=0$.

Ví dụ 6. Giải các phương trình sau:

a. $4x^2+4x+1=x^2$;

b. $4x^2-1=(2x+1)(3x-5)$.

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau:

a. $(x^2+2x+1)-9=0$;

b. $x^3-7x^2=3x^2-12x$.

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau:

a. $\left(2x-5\right)^2=\left(x+2\right)^2$;

b. $\left(x+1\right)^2=4\left(x^2-2x+1\right)$.

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau:

a. $\left(x^2-5x\right)^2+10\left(x^2-5x\right)+24=0$;

b. $x\left(x+1\right)\left(x^2+x+1\right)=42$.

Ví dụ 10. Giải phương trình: $\left(2x+5\right)^2=\left(x+3\right)^2$

Ví dụ 11. Giải phương trình: $\left(x^4-16\right)\left(x^3-1\right)\left(x+3\right)=0$.

LỜI GIẢI VÍ DỤ

Ví dụ 1. Giải phương trình: $y\left(y-16\right)-297=0$.

Lời giải. Ta có

$y\left(y-16\right)-297=0$

$\Leftrightarrow y^2-16y-297=0$

$\Leftrightarrow y^2-27y+11y-297=0$

$\Leftrightarrow y\left(y-27\right)+11\left(y-27\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(y-27\right)\left(y+11\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y-27=0 \\ y+11=0 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm y=27 và y= -11.

Ví dụ 2. Giải phương trình: $\left(2x-3\right)\left(4-x\right)\left(x+3\right)=0$.

Lời giải.

Nghiệm số của phương trình đã cho là nghiệm số của:

$\left(2x-3\right)=0\Rightarrow x=\frac{3}{2}$;

Hoặc $4-x=0\Rightarrow x=4$;

Hoặc $x+3=0\Rightarrow x=-3$.

Vậy phương trình có ba nghiệm $x=\frac{3}{2}$, $x=4$ và $x=-3$.

Ví dụ 3. Giải phương trình: $\left(4x^2-9\right)\left(x^2-25\right)=0$.

Lời giải.

Ta có thể viết:

$4x^2-9=\left(2x-3\right)\left(2x+3\right)$,

$x^2-25=\left(x+5\right)\left(x-5\right)$.

Do đó: $\left(2x-3\right)\left(2x+3\right)\left(x+5\right)\left(x-5\right)=0$.

Từ đó: $x=\pm\frac{3}{2}$ và $x=\pm5$.

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

a. $0,5x\left(x-3\right)=\left(x-3\right)\left(2,5x-4\right)$;

b. $\frac{3}{7}x-1=\frac{1}{7}x\left(3x-7\right)$.

Lời giải

a. $0,5x\left(x-3\right)=\left(x-3\right)\left(2,5x-4\right)$.

Phương trình đã cho tương đương với

$\left(x-3\right)\left(2,5x-4\right)-0,5x\left(x-3\right)=0$.

$\Leftrightarrow\left(x-3\right)\left(2,5x-4-0,5x\right)=0\Leftrightarrow\left(x-3\right)\left(2x-4\right)=0$.

Hoặc $x-3=0$, hoặc $2x-4=0$. Từ đó ta tìm được $x=3$ hoặc $x=2$.

Vậy nghiệm của phương trình ban đầu là $x=3$ và $x=2$.

b. $\frac{3}{7}x-1=\frac{1}{7}x\left(3x-7\right)$.

Phương trình đã cho tương đương với

$\frac{1}{7}x\left(3x-7\right)-\frac{1}{7}\left(3x-7\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(3x-7\right)\left(\frac{1}{7}x-1\right)=0$.

Hoặc $3x-7=0$, hoặc $\frac{1}{7}x-1=0$. Từ đó ta tìm được $x=\frac{7}{3}$ hoặc $x=7$.

Vậy nghiệm của phương trình ban đầu là $x=\frac{7}{3}$ và $x=7$.

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a. $x^2-7x+6=0$;

b. $x^2+6x+5=0$.

Lời giải

a. Phương trình đã cho tương đương với

$x^2-x-6x+6=0$, hay $x(x-1)-6(x-1)=0$.

Tức là $(x-1)(x-6)=0$. Từ đó ta tìm được $x=1$ hoặc $x=6$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$ hoặc $x=6$.

b. Phương trình đã cho tương đương với

$x^2+x+5x+5=0$, hay $x(x+1)+5(x+1)=0$.

Tức là $(x+1)(x+5)=0$. Từ đó ta tìm được $x=-1$ hoặc $x=-5$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=-5$.

Ví dụ 6. Giải các phương trình sau:

a. $4x^2+4x+1=x^2$;

b. $4x^2-1=(2x+1)(3x-5)$.

Lời giải

a. Phương trình đã cho tương đương với

$(2x+1)^2=x^2$, hay $(2x+1)^2-x^2=0$.

Tức là $(x+1)(3x+1)=0$. Từ đó ta tìm được $x=-1$ hoặc $x=-\frac{1}{3}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$ và $x=-\frac{1}{3}$.

b. Phương trình đã cho tương đương với

$(2x-1)(2x+1)=(2x+1)(3x-5)$, hay $(2x+1)(3x-5-2x+1)=0$.

Tức là $(2x+1)(x-4)=0$. Từ đó ta tìm được $x=4$ hoặc $x=-\frac{1}{2}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=4$ và $x=-\frac{1}{2}$.

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau:

a. $\left(x^2+2x+1\right)-9=0$;

b. $x^3-7x^2=3x^2-12x$.

Lời giải

a. Xét phương trình $\left(x^2+2x+1\right)-9=0$.

Phương trình đã cho tương đương với $\left(x+1\right)^2-9=0$, hay $\left(x+1-3\right)\left(x+1+3\right)=0$, tức là $\left(x-2\right)\left(x+4\right)=0$.

Từ đó ta tìm được $x=2$, hoặc $x=-4$.

Vậy nghiệm của phương trình ban đầu là $x=2$ và $x=-4$.

b. Xét phương trình $x^3-7x^2=3x^2-12x$.

Phương trình đã cho tương đương với

$x^3-7x^2-3x^2+12x=0$

$\Leftrightarrow x\left(x^2-10x+12\right)=0$ hay $x\left(x-4\right)\left(x-3\right)=0$.

Từ đó ta tìm được $x=0$ hoặc $x=3$ hoặc $x=4$.

Vậy nghiệm của phương trình ban đầu là $x=0, x=3$ và $x=4$.

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau:

a. $\left(2x-5\right)^2=\left(x+2\right)^2$;

b. $\left(x+1\right)^2=4\left(x^2-2x+1\right)$.

Lời giải

a. Phương trình đã chô tương đương với

$\left(2x-5\right)^2-\left(x+2\right)^2=0$, hay $\left(2x-5-x-2\right)\left(2x-5+x+2\right)=0$.

Tức là $\left(x-7\right)\left(3x-3\right)=0$. Từ đó ta tìm được $x=1$ hoặc $x=7$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$ và $x=7$.

b. Phương trình đã cho tương đương với

$\left(2\left(x-1\right)\right)^2-\left(x+1\right)^2=0$, hay $\left(2x-2+x+1\right)\left(2x-2-x-1\right)=0$.

Tức là $\left(3x-1\right)\left(x-3\right)=0$. Từ đó ta tìm được $x=3$ hoặc $x=\frac{1}{3}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=3$ và $x=\frac{1}{3}$.

Chú ý: với hai phương trình này có thể giải bằng cách chuyển về phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối (sẽ trình bày ở cuối chương). Chẳng hạn như:

Phương trình $(2x-5)^2=(x+2)^2$ có thể đưa về dạng $|2x-5|=|x+2|$.

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau:

a. $(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0$;

b. $x(x+1)(x^2+x+1)=42$.

Lời giải

a. Đặt $t=(x^2-5x)$ phương tình trở thành

$t^2+10t+24=0\Leftrightarrow(t+4)(t+6)=0\Leftrightarrow t=-4;t=-6$.

Với $t=-4$, ta có phương trình $x^2-5x=-4\Leftrightarrow x^2-5x+4=0$.

Phương trình có hai nghiệm $x=1;x=4$.

Với $t=-6$, ta có phương trình $x^2-5x=-6\Leftrightarrow x^2-5x+6=0$.

Phương trình có hai nghiệm $x=2;x=3$.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm $x=1;x=4;x=2;x=3$.

b. Xét phương trình $x(x+1)(x^2+x+1)=42$.

Phương trình đã cho có thể viết thành $(x^2+x)(x^2+x+1)=42$.

Đặt $t=x^2+x$, ta được phương trình

$t(t+1)=42\Leftrightarrow t^2+t-42=0\Leftrightarrow(t-6)(t+7)=0\Leftrightarrow t=6;t=-7$.

Với $t=6$, ta có phương trình $x^2+x=6\Leftrightarrow x^2+x-6=0$.

Phương trình có hai nghiệm $x=2;x=-3$.

Với $t=-7$, ta có phương trình $x^2+x=-7\Leftrightarrow x^2+x+7=0$.

Phương trình này vô nghiệm do $x^2+x+7=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{27}{4}>0$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=2;x=-3$.

Ví dụ 10. Giải phương trình: $(2x+5)^2=(x+3)^2$

Lời giải. Chuyển các số hàng về vế trái: $(2x+5)^2-(x+3)^2=0$.

Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ta được:

$[(2x+5)+(x+3)][(2x+5)-(x+3)]=0$,

Hay $(3x+8)(x+2)=0$.

Phương trình tích này cho ta:

$x=-\frac{8}{3}$ và $x=-2$.

Ví dụ 11. Giải phương trình: $(x^4-16)(x^3-1)(x+3)=0$.

Lời giải. Để ý rằng:

$x^4-16=(x^2)^2-(4)^2=(x^2-4)(x^2+4)=(x-2)(x+2)(x^2+4)$,

$(x^3-1)=(x-1)(x^2+x+1)$

Phương trình đã cho trở thành:

$(x-2)(x+2)(x^2+4)(x-1)(x^2+x+1)(x+3)=0$

Vì x^2+4 và $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$ là hai số dương, nên ta có thể viết:

$(x-2)(x+2)(x-1)(x+3)=0$

Phương trình tích này cho ta: $x=\pm 2$; $x=1$ và $x=-3$.

B.DẠNG BÀI TẬP NÂNG CAO

Ví dụ 1. Giải phương trình: $(2x^2+x-6)+3(2x^2+x-3)-9=0$.

Ví dụ 2. Giải phương trình:

$(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)=31(x^2-8x+12)+128$ (1)

Ví dụ 3. Giải các phương trình:

a) $3y^3-7y^2-7y+3=0$ (1)

b) $2y^4-9y^3+14y^2-9y+2=0$ (2)

Ví dụ 4. Giải phương trình $(4x+7)(4x+5)(x+1)(2x+1)=9$.

Ví dụ 5. Giải các phương trình:

a) $(4x+3)^3-(2x-5)^3=(2x+8)^3$

b) $(3x+2016)^3+(3x-2019)^3=(6x-3)^3$

c) $(2x-7)^3+(9-2x)^3=152$

LỜI GIẢI DẠNG NÂNG CAO

Ví dụ 1. Giải phương trình: $(2x^2+x-6)+3(2x^2+x-3)-9=0$.

Giải

Đặt $2x^2+x-6=y$ thì $2x^2+x-3=y+3$ phương trình trở thành

$$y^2+3(y+3)-9=0\Leftrightarrow y(y+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\y+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2+x-6=0\\2x^2+x-3=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(2x-3)(x+2)=0\quad(*)\\(2x+3)(x-1)=0\quad(**)\end{array}\right.$$

Từ $(*)\Rightarrow x=1,5;x=-2$

Từ $(**)\Rightarrow x=-1,5;x=1$.

Tập nghiệm của phương trình là $\Leftrightarrow S=\{-2;-1,5;1;1,5\}$.

Ví dụ 2. Giải phương trình:

$(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)=31(x^2-8x+12)+128$ (1)

Giải

$(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)=31(x^2-8x+12)+128$

$\Leftrightarrow \left(x^2-8x+12\right)\left(x^2-8x+15\right)=31\left(x^2-8x+12\right)+128 \quad (2)$

Đặt $x^2-8x+12=y$ thì $x^2-8x+15=y+3$

Khi ấy phương trình (2) trở thành $y\left(y+3\right)=31y+128$

$\Leftrightarrow y^2+3y-31y-128=0 \Leftrightarrow y^2+4y-32y-128=0$

$\Leftrightarrow y\left(y+4\right)-32\left(y+4\right)=0 \Leftrightarrow \left(y+4\right)\left(y-32\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y+4=0 \\ y-32=0 \end{array}\right.$

Với $y+4=0 \Leftrightarrow x^2-8x+16=0 \Leftrightarrow \left(x-4\right)^2=0 \Leftrightarrow x=4$

Với $y-32=0 \Leftrightarrow x^2-8x-20=0 \Leftrightarrow x^2-10x+2x-20=0$

$\Leftrightarrow \left(x-10\right)\left(x+2\right)=0 \Leftrightarrow x=10$ hoặc $x=-2$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-2;4;10\right\}$

Ví dụ 3. Giải các phương trình:

c) $3y^3-7y^2-7y+3=0$ (1)

d) $2y^4-9y^3+14y^2-9y+2=0$ (2)

Giải

a) $\left(1\right) \Leftrightarrow 3y^3+3y^2-10y^2-10y+3y+3=0$

$\Leftrightarrow 3y^2\left(y+1\right)-10y\left(y+1\right)+3\left(y+1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(y+1\right)\left(3y^2-10y+3\right)=0 \Leftrightarrow \left(y+1\right)\left(3y-1\right)\left(y-3\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y+1=0 \\ 3y-1=0 \\ y-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=\dfrac{1}{3} \\ y=3 \end{array}\right.$ .Vậy tập nghiệm của (8) là $S=\left\{-1;\dfrac{1}{3};3\right\}$

b) Với y = 0 từ (2) ta có $VT=2\neq 0$ nên y = 0 không là nghiệm của (2)

Do y = 0 không phải là nghiệm của phương trình $\Rightarrow y \neq 0$. Do đó chia hai vế của phương trình cho y^2 ta có $(2) \Leftrightarrow 2\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)-9\left(y+\frac{1}{y}\right)+14=0$

Đặt $t=y+\frac{1}{y}$ thì $t^2-2=y^2+\frac{1}{y^2}$. Do đó ta có $2\left(t^2-2\right)-9t+14=0$

$\Leftrightarrow 2t^2-9t+10=0 \Leftrightarrow 2t^2-5t-4t+10=0 \Leftrightarrow (t-2)(2t-5)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t-2=0 \\ 2t-5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y^2-2y+1=0 \\ 2y^2+2-5y=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (y-1)^2=0 \\ (y-2)(2y-1)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=2 \\ y=\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là $S=\left\{\frac{1}{2};1;2\right\}$

Nhận xét: Trong phương trình đối xứng, nếu a là nghiệm thì $\frac{1}{a}$ cũng là nghiệm,

Ví dụ 4. Giải phương trình $(4x+7)(4x+5)(x+1)(2x+1)=9$.

Giải

Ta có: $(4x+7)(4x+5)(x+1)(2x+1)=9$

$\Leftrightarrow (4x+7)(4x+5)(4x+4)(4x+2)=72$

$\Leftrightarrow (16x^2+36x+14)(16x^2+36x+20)=72$

Đặt $16x^2+36x+17=y$, ta có:

$(y-3)(y+3)=72 \Leftrightarrow y^2-9=72 \Leftrightarrow y^2=81 \Leftrightarrow y=\pm 9$

Với $16x^2+36x+17=9 \Leftrightarrow 4x^2+9x+2=0 \Leftrightarrow 4x^2+8x+x+2=0$

$\Leftrightarrow 4x^2+8x+x+2=0 \Leftrightarrow 4x(x+2)+(x+2)=0$

$$\Leftrightarrow (x+2)(4x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ 4x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-0,25 \end{array}\right.$$

Với $16x^2+36x+17=-9 \Leftrightarrow 16x^2+36x+26=0$ vô nghiệm vì

$$16x^2+36x+26=\left(4x+\frac{9}{2}\right)^2+\frac{23}{4}>0,\forall x$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-2;-0,25\}$

Ví dụ 5. Giải các phương trình:

d) $(4x+3)^3-(2x-5)^3=(2x+8)^3$

e) $(3x+2016)^3+(3x-2019)^3=(6x-3)^3$

f) $(2x-7)^3+(9-2x)^3=152$

Hướng dẫn giải – đáp số

Trong các bài toán xuất hiện các dạng $(a+b)^3;(a-b)^3$ và $a^3\pm b^3$

Lưu ý: $(a\pm b)^3=a^3\pm b^3\pm 3ab(a\pm b)$ và $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

a) Đặt $y=4x+3;z=2x-5$ thì $y-z=2x+8$. Ta có:

$$y^3-z^3=(y-z)^3 \Leftrightarrow y^3-z^3=y^3-z^3-3yz(y-z) \Leftrightarrow 3yz(y-z)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ z=0 \\ y-z=0 \end{array}\right. \text{ hay } \left[\begin{array}{l} 4x+3=0 \\ 2x-5=0 \\ 2x+8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-0,75 \\ x=2,5 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

Tập nghiệm của phương trình là $S=\{-4;-0,75;2;5\}$

b) Đặt $u=3x+2016;v=3x-2019$ thì $u+v=6x-3$.

Phương trình trên trở thành $u^3+v^3-(u+v)^3=0$ hay

$$u^3+v^3-\left[u^3+v^3+3uv(u+v)\right]=0 \Leftrightarrow -3uv(u+v)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=0 \\ v=0 \\ u+v=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+2016=0 \\ 3x-2019=0 \\ 6x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-672 \\ x=673 \\ x=0,5 \end{array}\right.$$

Tập nghiệm của phương trình là $S=\{-672;0,5;673\}$

c) $(2x-7)^3+(9-2x)^3=152$.

Đặt $2x-8=y$ thì $2x-7=y+1; 9-2x=1-y$.

Do đó phương trình trở thành $(y+1)^3+(1-y)^3=152$

Khai triển, rút gọn (hoặc dùng hằng đẳng thức a^3+b^3, ta được

$6y^2+2=152 \Leftrightarrow 6y^2-150=0 \Leftrightarrow 6(y+5)(y-5)=0$

- Với $y+5=0$ thì $2x-8+5=0 \Leftrightarrow x=1,5$
- Với $y-5=0$ thì $2x-8-5=0 \Leftrightarrow x=6,5$

Tập nghiệm của phương trình là $S=\{1,5;6,5\}$

C.PHIẾU BÀI TỰ LUYỆN

1.Giải các phương trình:

a. $(2x-7)(x+3)=x^2-9$;

b. $(3x+4)(x-4)=(x-4)^2$;

c. $(3x-1)^2=(x+3)^2$;

d. $(5x^2+3x-2)^2=(4x^2-3x-2)^2$;

e. $(4x+3)(x^2-9)=(x+3)(16x^2-9)$.

2.Giải phương trình: $y^2(y-1)(y+1)=72$.

3.Giải các phương trình sau:

a. $(x+2)(x^2-3x+5)=(x+2)x^2$;

b. $2x^2-x=3-6x$.

1. Cho phương trình $4x^2-25+k^2+4kx=0$, ở đó k là tham số.

a. Giải phương trình khi $k=0$;

b. Giải phương trình khi $k=-3$;

c. Với giá trị bào của k phương trình nhận $x=-2$ là nghiệm.

4.Giải các phương trình sau:

a. $x^3+2x^2+x+2=0$;

b. $x^3+2x^2-x-2=0$.

5.Giải các phương trình sau:

a. $3x^2+7x-20=0$;

b. $3x^2-5x-2=0$.

6.Giải các phương trinh sau:

a. $\left(x^2+x\right)^2+4\left(x^2+x\right)=12$;

b. $x\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x+2\right)=24$.

7.Giải phương trình: $\left(x^2-6x+9\right)^2-15\left(x^2-6x+10\right)=1$.

8. Cho phương trình

a) $\left(2x-5\right)^4+\left(2x-3\right)^4=16$

b) $\left(4x-19\right)^4+\left(4x-20\right)^4=\left(39-8x\right)^4$

c) $\left(5x+2,5\right)^4-\left(5x-1,5\right)^4=80$

Lời giải phiếu bài tự luyện

1.

a.Ta có thể viết: $\left(2x-7\right)\left(x+3\right)=\left(x+3\right)\left(x-3\right)$ hay

$$\left(2x-7\right)\left(x+3\right)-\left(x+3\right)\left(x-3\right)=0.$$

Đặt $x+3$ làm thừa số chung:

$$\left(x+3\right)\left[\left(2x-7\right)-\left(x-3\right)\right]=0 \text{ hay } \left(x+3\right)\left(x-4\right)=0.$$

Suy ra $x=-3$ và $x=4$.

b. Đưa về phương trình tích số: $\left(x-4\right)\left(x+4\right)=0$.

Ta có: $x=\pm4$

c. Đáp số: $x=-\frac{1}{2}$ và $x=2$.

d. Đưa về phương trình tích số:

$$x\left(3x-2\right)\left(3x+2\right)\left(x+6\right)=0.$$

Đáp số: $x=0$; $x=\pm\frac{2}{3}$ và $x=-6$.

e.Đáp số: $x=0$; $x=-\frac{3}{4}$ và $x=-3$.

2. $y^2(y-1)(y+1)=72 \Leftrightarrow y^4-y^2-72=0$

$\Leftrightarrow (y^2-9)(y^2+9)-(y^2-9)=0 \Leftrightarrow (y^2-9)(y^2+8)=0$.

Vì $y^2+8>0$ với mọi y, nên $y^2-9=0 \Leftrightarrow (y-3)(y+3)=0 \Leftrightarrow y=\pm 3$.

3.

a.Phương trình đã cho biến đổi thành $(x+2)(x^2-3x+5-x^2)=0$, hay $(x+2)(5-3x)=0$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-2$ và $x=\frac{5}{3}$.

b.Phương trình đã cho biến đổi thành $x(2x-1)=-3(2x-1)$, hay $(2x-1)(x+3)=0$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-3$ và $x=\frac{1}{2}$.

4.

a. khi $k=0$, ta có phương trình $4x^2-25=0$, hay $(2x-5)(2x+5)=0$.

Vậy khi $k=0$ phương trình có nghiệm là $x=\frac{5}{2}$ và $x=-\frac{5}{2}$.

b.Khi $k=-3$, ta có phương trình $4x^2-112x-16=0$, hay $(x+1)(x-4)=0$.

Vậy khi $k=-3$ phương trình có nghiệm là $x=-1$ và $x=4$.

c.Thay giá trị $x=-2$ vào phương trình, ta được $k^2-8k-9=0$.
Coi đây là phương trình ẩn k, ta có $(k+1)(k-9)=0$.

Từ đó ta có $k=-1$ và $k=9$ là các giá trị cần tìm.

Vậy với $k=-1$ và $k=9$ phương trình có nghiệm là $x=-2$

5.

a.Biến đổi phương trình đã cho, ta có

$x^2(x+2)+(x+2)=0$, hay $(x+2)(x^2+1)=0$.

Ta thấy $x^2+1>0$ với mọi giá trị x, nên phương trình trở thành $x+2=0$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-2$.

b.Biến đổi phương trình đã cho, ta có

$x^2(x+2)-(x+2)=0$, hay $(x+2)(x^2-1)=0$.

Tức là $(x+2)(x-1)(x+1)=0$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-2$ và $x=\pm 1$.

6.

a.Biến đổi phương trình đã cho, ta có

$3x^2+12x-5x-20=0$, hay $3x(x+4)-5(x+4)=0$.

Tức là $(x+4)(3x-5)=0$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-4$ và $x=\frac{5}{3}$.

b.Biến đổi phương trình đã cho, ta có

$3x^2-6x+x-2=0$, hay $3x(x-2)+(x-2)=0$.

Tức là $(x-2)(3x+1)=0$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-\frac{1}{3}$ và $x=2$.

7.

a. đặt $x^2+x=y$, ta có phương trình $y^2+4y-12=0$.

Biến đổi phương trình đã cho, ta có $(y+6)(y-2)=0$.

Phương trình có nghiệm $y=-6$ và $y=2$.

Với $y=-6$, ta có $x^2+x=-6$, hay $x^2+x+6=0$.

Phương trình có thể viết dưới dạng $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{21}{4}=0$, nên phương trình vô nghiệm.

Với $y=2$, ta có $x^2+x=2$, hay $x^2+x-2=0$.

Phương trình có thể viết dưới dạng $(x-1)(x+2)=0$.

Phương trình có nghiệm là $x=1$ và $x=-2$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=1$ và $x=-2$.

b.Biến đổi phương trinhd đã cho, ta có

$(x^2+x)(x^2+x-2)=24$.

Đặt $x^2+x=y$, ta có phương trình $y(y-2)=24$, hay $y^2-2y-24=0$.

Tức là ta có $(y+4)(y-6)=0$. Phương trình có nghiệm $y=-4$ và $y=6$.

Với $y=-4$, ta có phương trình $x^2+x=-4$, hay $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}=0$, nên phương trình vô nghiệm.

Với $y=6$, ta có phương trình $x^2+x=6$, hay $(x-2)(x+3)=0$. Phương trình này có nghiệm là $x=-3$ và $x=2$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=-3$ và $x=2$.

c.Ta viết lại phương trình dưới dạng $\left(x^2-6x+9\right)^2-15\left(x^2-6x+9\right)-16=0$.

Đặt $y=x^2-6x+9=(x-3)^2\geq 0$, ta có phương trình $y^2-15y-16=0$.

Hay $(y+1)(y-16)=0$, phương trình này có nghiệm $y=-1$ và $y=16$.

Do $y=(x-3)^2\geq 0$, nên chỉ có giá trị $y=16$ thích hợp.

Với $y=16$, ta có phương trình $(x-3)^2=16$.

Hay $(x-7)(x+1)=0$, phương trình có nghiệm $x=-1$ và $x=7$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=-1$ và $x=7$.

8.

Lưu ý dạng a^4-b^4 và $(a\pm b)^4=a^4\pm 4a^3b+6a^2b^2\pm 4ab^3+b^4$

a) Đặt $2x-4=y$ phương trình trở thành $(y-1)^4+(y+1)^4=16$

$\Leftrightarrow y^4-4y^3+6y^2-4y+1+y^4+4y^3+6y^2+4y+1=16$

$\Leftrightarrow 2y^4+12y^2-14=0\Leftrightarrow y^4+6y^2-7=0\Leftrightarrow (y^2-1)(y^2+7)=0$

Do $y^2+7>0,\forall y$ nên $y^2-1=0\Leftrightarrow (2x-4)^2-1=0$

$\Leftrightarrow (2x-5)(2x-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-5=0\\2x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2,5\\x=1,5\end{array}\right.$

Tập nghiệm của phương trình là $S=\{1,5;2,5\}$.

Chú ý: Có thế đặt $2x-5=y$ và $2x-3=z$ ta có $y^4-z^4=(y-z)^4$ (bạn đọc tự giải).

b) Đặt $4x-19=y;4x-20=z$ thì $y+z=8x-39$ ta có $y^4+z^4-(y+z)^4=0$

$\Leftrightarrow y^4+z^4-y^4-4y^3z-6y^2z^2-4yz^3-z^4=0$

$\Leftrightarrow -4y^3z-6y^2z^2-4yz^3=0\Leftrightarrow 4yz\left(y^2+\frac{6}{4}yz+z^2\right)=0$

$\Leftrightarrow 4yz\left[\left(y+\frac{3}{4}z\right)^2+\frac{7}{16}z^2\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\z=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x-19=0\\4x-20=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4,75\\x=5\end{array}\right.$

Tập nghiệm của phương trinh là $S=\{4,75;5\}$

c) $(5x+2,5)^4-(4x-1,5)^4=80$

Đặt $5x+0,5=y$ phương trình trở thành $(y+2)^4-(y-2)^4=80$

Ta dùng khai triển của $(y+2)^4=y^4+8y^3+24y^2+32y+16$

$(y-2)^4=y^4-8y^3+24y^2-32y+16$

Thay vào, chuyển vế, rút gọn được phương trình $y^3+4y-5=0$

$\Leftrightarrow y^3-1+4y-4=0\Leftrightarrow(y-1)(y^2+y+1)+4(y-1)=0$

$\Leftrightarrow(y-1)(y^2+y+5)=0\Leftrightarrow y=1$ vì $y^2+y+5=\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{19}{4}>0,\forall y$

Do đó $5x+0,5=1\Leftrightarrow x=0,1$.

========== TOÁN HỌC SƠ ĐỒ ==========