

Chuyên đề 6: Giai bài toán bằng cách lập hệ phương trình – phương trình.

Dạng 1: Bài toán về tìm số

I. Lí thuyết

Những kiến thức cần nhớ:

- + Biểu diễn số có hai chữ số : $\overline{ab} = 10a + b$ (ví i $0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$)
- + Biểu diễn số có ba chữ số : $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ (ví i $0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$)
- + Tổng hai số x, y là: $x + y$
- + Tổng bình phương hai số x, y là: $x^2 + y^2$
- + Bình phương của tổng hai số x, y là: $(x + y)^2$.
- + Tổng nghịch đảo hai số x, y là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Ví dụ 1. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 14 và nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị.

Hướng Dẫn:

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , điều kiện: $1 \leq a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$

Vì tổng hai chữ số của nó là 14 nên ta có ptinh: $a + b = 14$ (1)

Do đổi chỗ hai chữ số của số \overline{ab} thì ta được số mới nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị nên ta có phương trình: $\overline{ba} = \overline{ab} - 18 \Leftrightarrow 10b + a = 10a + b - 18$

Hay $a - b = 2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 14 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \end{cases} \text{ (Thỏa đk)}$$

Vậy số cần tìm là 86

Ví dụ 2. Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12. Nếu thêm số 0 vào giữa hai chữ số thì ta được một số mới có ba chữ số lớn hơn số ban đầu 180 đơn vị. Tìm số ban đầu.

Hướng Dẫn:

Gọi số ban đầu là \overline{ab} , điều kiện: $1 \leq a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$

Vì tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12 nên ta có phương trình: $a + 2b = 12$

Do thêm số 0 vào giữa hai chữ số của số \overline{ab} thì được số mới có ba chữ số lớn hơn số ban đầu 180 đơn vị nên ta có phương trình:

$$\overline{a0b} = \overline{ab} + 180 \Leftrightarrow 100a + b = 10a + b + 180 \Leftrightarrow a = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$



Thay $a = 2$ vào $a + 2b = 12$ ta được $2 + 2b = 12$ hay $b = 5$ (thỏa mãn)

Vậy số ban đầu là 25

Ví dụ 3. Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Biết tổng hai chữ số của nó bằng 9. Nếu lấy số đó chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 2 và dư 18. Tìm số ban đầu.

Hướng Dẫn:

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , điều kiện: $1 \leq a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a; b \in \mathbb{N}$

Vì tổng hai chữ số của nó là 9 nên ta có phương trình $a + b = 9$ (1)

Do lấy số \overline{ab} chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 2 và dư 18 nên ta có phương trình:

$$\overline{ab} = 2\overline{ba} + 18 \Leftrightarrow 10a + b = 2(10b + a) + 18$$

$$\text{Hay: } 8a - 19b = 18 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a + b = 9 \\ 8a - 19b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 72

II. Bài tập tự luyện

Bài 1 : Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị của một số có ba chữ số là 14. Nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396. Tìm số đó biết rằng chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị.

Hướng Dẫn :

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abc} ($a, c \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{Z}$)

Theo đề bài ta có:

$$\text{+) Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị là } 14 \Rightarrow a + c = 14 \Rightarrow a = 14 - c \quad (1)$$

$$\text{+) Chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị } \Rightarrow b = c - 1 \quad (2)$$

Khi viết ngược số ban đầu ta được số mới có dạng \overline{cba}

Ta có số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 396$$

$$\Leftrightarrow 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 396$$

$$\Leftrightarrow 100a - 100c + c - a = 396$$



$$\Leftrightarrow 99(a - c) = 396 \Leftrightarrow a - c = 4$$

$$\Leftrightarrow 14 - c - c = 4 \Leftrightarrow 2c = 10$$

$$\Leftrightarrow c = 5(tm) \Rightarrow a = 14 - 5 = 9(tm)$$

$$(2) \Leftrightarrow b = c - 1 = 5 - 1 = 4(tm)$$

Vậy số cần tìm là 945.

Bài 2 : Trong lúc học nhóm, bạn Nam yêu cầu bạn Linh và bạn Mai mỗi người chọn một số tự nhiên sao cho hai số này hơn kém nhau là 6 và tích của chúng bằng 280. Vậy hai bạn Linh và Mai phải chọn những số nào.

Hướng Dẫn :

Gọi x là số tự nhiên ($x \in \mathbb{N}^*$), sẽ có $|x - 6| \mid x + 6$.

$$\text{Theo đề bài: } x(x + 6) = 280 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 280 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 (\text{chẵn}) \\ x = -20 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy 2 số Linh và Mai cần chọn là 14 và 20

Dạng 2: Toán có nội dung hình học:

I. Lý thuyết

Kiến thức cần nhớ:

- Diện tích hình chữ nhật $S = x.y$ (x là chiều rộng; y là chiều dài)

- Diện tích tam giác $S = \frac{1}{2}x.y$ (x là chiều cao, y là cạnh đáy tương ứng)

- Độ dài cạnh huyền: $c^2 = a^2 + b^2$ (c là cạnh huyền; a, b là các cạnh góc vuông)

Ví dụ 1. Một khu vườn hình chữ nhật. Nếu tăng mỗi cạnh thêm 4m thì diện tích của mảnh vườn tăng thêm 216 m². Nếu chiều rộng tăng thêm 2m và chiều dài giảm đi 5 m thì diện tích mảnh vườn sẽ giảm đi 50 m². Tính độ dài các cạnh của khu vườn.

Hướng Dẫn:

	Chiều rộng	Chiều dài	Diện tích
Khu vườn	x	y	xy
Trường hợp 1	$x + 4$	$y + 4$	$(x + 4)(y + 4)$
Trường hợp 2	$x + 2$	$y - 5$	$(x + 2)(y - 5)$

Gọi chiều rộng và chiều dài của khu vườn lần lượt là x và y (m)

Điều kiện: $x > 0$; $y > 5$ và $x < y$

Trường hợp 1:

Chiều rộng là $x + 4$ (m), chiều dài là $y + 4$ (m)

Suy ra diện tích trong trường hợp 1 là: $(x + 4)(y + 4)$ (m²)



Do diện tích tăng thêm 216 m^2 nên ta có phương trình
 $(x + 4)(y + 4) = xy + 216$ hay $x + y = 50$ (1)

Trường hợp 2:

Chiều rộng là $x + 2$ (m), chiều dài là $y - 5$ (m)

Suy ra diện tích trong trường hợp 2 là: $(x + 2)(y - 5)$ (m^2)

Do diện tích tăng thêm 50 m^2 nên ta có phương trình

$(x + 2)(y - 5) = xy - 50$ hay $-5x + 2y = -40$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} x + y = 50 \\ -5x + 2y = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)

Vậy chiều dài và chiều rộng của khu vườn lần lượt là 20m và 30m

Ví dụ 2. Trong một phòng họp hình chữ nhật, ghế được sắp theo hàng và số ghế trong mỗi hàng là như nhau. Nếu kê bớt đi 2 hàng và mỗi hàng bớt đi 2 ghế thì tổng số ghế trong phòng họp đó giảm đi 80 ghế so với ban đầu. Nếu kê thêm 1 hàng và mỗi hàng kê thêm 2 ghế thì tổng số ghế trong phòng họp đó tăng thêm 68 ghế so với ban đầu. Tính số hàng ghế và số ghế trong phòng họp đó lúc ban đầu.

Hướng Dẫn:

	Số hàng ghế	Số ghế / hàng	Tổng số ghế
Ban đầu	x	y	xy
Trường hợp 1	x - 2	y - 2	(x - 2)(y - 2)
Trường hợp 2	x + 1	y + 2	(x + 1)(y + 2)

Gọi số hàng ghế và số ghế trong một hàng lúc đầu lần lượt là x (hàng) và y (ghế)

Điều kiện: $x > 2$, $y > 2$ và y là số tự nhiên

Tổng số ghế lúc đầu là: xy (ghế)

Trường hợp 1: số ghế là x - 2 (ghế), số ghế trong một hàng là: y - 2 (ghế)

Suy ra tổng số ghế trong trường hợp 1 là: $(x - 2)(y - 2)$ (ghế)

Do tổng số ghế trong trường hợp 1 giảm đi 80 ghế so với ban đầu nên ta có phương trình:

$(x - 2)(y - 2) = xy - 80$ hay $x + y = 42$ (1)

Trường hợp 2: số ghế là x + 1 (ghế), số ghế trong một hàng là: y + 2 (ghế)

Suy ra tổng số ghế trong trường hợp 2 là: $(x + 1)(y + 2)$ (ghế)

Do tổng số ghế trong trường hợp 2 tăng thêm 68 ghế so với ban đầu nên ta có phương trình:

$(x + 1)(y + 2) = xy + 68$ hay $2x + y = 66$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 42 \\ 2x + y = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 18 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)



Vậy trong phòng họp lúc ban đầu có 24 (hàng ghế) và có tổng số ghế là: 432 (ghế)

Ví dụ 3. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và một đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài chiều rộng mảnh đất đó theo đơn vị là mét.)

Hướng Dẫn:

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó lần lượt là x, y (m)

Điều kiện $x > 0; y > 0; x > y$

Do chu vi mảnh đất là 28m nên ta có phương trình:

$$2(x + y) = 28 \text{ suy ra } y = 14 - x \quad (1)$$

Vì độ dài đường chéo bằng 10m nên theo định lý Pitago,

$$\text{ta có: } x^2 + y^2 = 10 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được : $x^2 - 14x + 48 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 6$ (thỏa mãn); $x = 8$ (thỏa mãn)

Khi $x = 6$ suy ra : $y = 8$

Khi $x = 8$ suy ra: $y = 6$

Kết hợp với điều kiện $x > y$ ta được: $x = 8 ; y = 6$

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó lần lượt là 8m và 6m.

Ví dụ 4. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 200 m. Sau khi người ta làm một lối đi rộng 2m xung quanh vườn (thuộc đất của vườn) thì phần đất còn lại để trồng cây là một hình chữ nhật có diện tích là 2016 m². Tính các kích thước của khu vườn lúc đầu.

Hướng Dẫn:

	Chiều rộng	Chiều dài	Diện tích
Ban đầu	x	y	xy
Sau	$x - 4$	$y - 4$	$(x-4)(y-4)$

Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn lần lượt là x, y (m)

Điều kiện: $x > 0; y > 0; x > y$

Do khu vườn lúc đầu có chu vi là 200m nên ta có phương trình

$$2(x + y) = 200 \text{ hay } y = 100 - x \quad (1)$$

Sau khi làm lối đi rộng 2m xung quanh vườn thì chiều rộng là: $x - 4$ (m)

và chiều dài là: $y - 4$ (m) nên diện tích là: $(x - 4)(y - 4) = 2016 \quad (2)$

thay (1) vào (2) ta được: $x^2 - 100x + 2400 = 0$



Giải phương trình trên ta được: $x = 40$ hoặc $x = 60$

Khi $x = 40$ suy ra: $y = 60$

Khi $x = 60$ suy ra: $y = 40$

Kết hợp điều kiện $x > y$, ta được: $x = 60$; $y = 40$

Vậy khu vườn lúc ban đầu có chiều rộng và chiều dài lần lượt là 40m và 60m

II. Bài tập tự luyện

Bài 1 : Cho vườn hoa hình chữ nhật có diện tích bằng $91m^2$ và chiều dài lớn hơn chiều rộng $6m$. Tìm chu vi của vườn hoa?

Hướng Dẫn :

Gọi $x(m)$ là chiều rộng của vườn hoa, $x > 0$.

Chiều dài của vườn hoa là $x + 6 (m)$.

Theo đề bài ta có phương trình:

$$x(x+6) = 91 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 91 = 0 \Leftrightarrow (x-7)(x+13) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 & (\text{nhận}) \\ x = -13 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy chu vi vườn hoa hình chữ nhật là $40m$.

Bài 2 : Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 24 m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $1 m^2$. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi $x (m)$ là cạnh thứ nhất của mảnh đất hình chữ nhật.

$y (m)$ là cạnh thứ hai của mảnh đất hình chữ nhật.

Điều kiện: $0 < x < 12, 1 < y < 12$.

Diện tích mảnh đất ban đầu: $x.y (m^2)$.

Theo đề ta có phương trình: $2(x+y) = 24 (m)$. (1)

Giả sử tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m.

Độ dài cạnh thứ nhất khi tăng 2 m: $x+2 (m)$.

Độ dài cạnh còn lại khi giảm 1 m: $y-1 (m)$.

Diện tích mảnh đất khi thay đổi: $(x+2)(y-1) (m^2)$.

Theo đề ta có phương trình: $(x+2)(y-1) - xy = 1$. (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2(x+y) = 24 \\ (x+2)(y-1) - xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 12 \\ -x+2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy kích thước mảnh đất lúc đầu là: 7 m; 5 m.

Bài 3 : Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật. Biết rằng nếu tăng cả chiều dài và chiều rộng lên 4 cm thì ta được hình chữ nhật có diện tích tăng thêm $80 cm^2$ so với diện



tích hình chữ nhật ban đầu, còn nếu tăng chiều dài lên 5 cm và giảm chiều rộng xuống 2 cm thì ta được một hình chữ nhật có diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi x ; y (cm) lần lượt là chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật ban đầu.

ĐK: $x \geq y > 2$.

Diện tích hình chữ nhật sau khi tăng hai kích thước là: $(x+4)(y+4)$ (cm²).

Diện tích hình chữ nhật sau khi tăng chiều dài và giảm chiều rộng là:

$$(x+5)(y-2) \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Theo đề ta có hệ: } \begin{cases} (x+4)(y+4) - xy = 80 \\ (x+5)(y-2) - xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=16 \\ -2x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=6 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn).}$$

Vậy chiều dài và chiều rộng lần lượt là 10cm và 6cm.

Bài 4 : Một miếng đất HCN có chu vi 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài là 40 cm.

Hướng Dẫn :

Gọi x là chiều dài hình chữ nhật ($x > 0, m$)

y là chiều rộng hình chữ nhật ($y > 0, m$)

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x+y=50 \\ 5y-2x=40 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} x=30 \\ y=20 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 30 m, chiều rộng hình chữ nhật là 20 m.

Bài 5 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15 m. Nếu giảm chiều dài 2 m và tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 44 m². Tính diện tích mảnh vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn

điều kiện $x > 0, y > 0$ suy ra diện tích mảnh vườn là: xy (m²).

Do chiều dài lớn hơn chiều rộng của mảnh vườn là 15 m nên ta có phương trình:

$$x - y = 15 \quad (1).$$

Khi giảm chiều dài 2 m, tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng 44 m² nên ta có phương trình: $(x-2)(y+3) = xy + 44 \Leftrightarrow 3x - 2y = 50$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x - y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases}$$



Giải hệ phương trình ta được : $x = 20, y = 5$ (TMĐK).

Vậy diện tích của mảnh vườn là: $S = xy = 100 m^2$.

Bài 6 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $300m^2$. Nếu giảm chiều dài đi $2m$ và tăng chiều rộng thêm $3m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài là $x(m)$, chiều rộng là $y(m)$ ($x, y > 0$) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} xy = 300 \\ x - 2 = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases} (TM) \text{ hoặc } \begin{cases} x = -15 \\ y = -20 \end{cases} (KTM).$$

Bài 7 : Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $6m$ và độ dài đường chéo bằng $\frac{\sqrt{65}}{4}$ lần chiều rộng . Tính diện tích của mảnh đất hình chữ nhật đã cho.

Hướng Dẫn :

Bài 8 : Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $5cm$ và diện tích bằng $6cm^2$. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Hướng Dẫn :

Gọi $x(cm)$ là độ dài một cạnh góc vuông ($x > 0$). Khi đó cạnh góc vuông kia là:

$$\frac{12}{x} (cm)$$

Theo đề bài ta có phương trình: $x^2 + \left(\frac{12}{x}\right)^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

Đặt $x^2 = t, t > 0$, phương trình trở thành: $t^2 - 25t + 144 = 0$

Giải phương trình bậc 2 theo biến t ta được: $t_1 = 16$ (thỏa điều kiện); $t_2 = 9$ (thỏa điều kiện)

Với $t = 16 \Rightarrow x = 4$ (vì $x > 0$)

Với $t = 9 \Rightarrow x = 3$ (vì $x > 0$)

Vậy hai cạnh góc vuông cần tìm là $3cm$ và $4cm$.

Cách 2: Gọi hai cạnh góc vuông của tam giác là $x(cm), y(cm)$ (ĐK: $x, y > 0$).

Theo định lí Py-ta-go, ta có: $x^2 + y^2 = 25$.

Diện tích tam giác là $6cm^2$ nên: $\frac{1}{2}xy = 6 \Rightarrow xy = 12$

Ta có: $x^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow (x + y)^2 - 2xy = 25 \Leftrightarrow (x + y)^2 = 49 \Leftrightarrow x + y = 7$



$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy 2 cạnh góc vuông cần tìm là: 3cm và 4cm.

Bài 9 : Cho tam giác vuông cạnh huyền bằng 13cm. Tính các cạnh góc vuông của tam giác, biết hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 7cm

Hướng Dẫn :

Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ của tam giác đã cho là $x(cm)$, ($0 < x < 13$)

Độ dài các cạnh góc vuông hơn kém nhau 7cm \Rightarrow độ dài cạnh góc vuông lớn là $x+7(cm)$

Áp dụng định lý Pytago ta có phương trình:

$$x^2 + (x+7)^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 12x - 60 = 0 \Leftrightarrow x(x-5) + 12(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+12)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5(tm) \\ x=-12(ktm) \end{cases}$$

Vậy độ dài cạnh góc vuông nhỏ của tam giác là 5cm, độ dài cạnh góc vuông lớn của tam giác là $5+7=12cm$

Bài 10 : Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 10m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tìm kích thước của mảnh đất

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (mét) ($x > 3$)

Chiều dài của mảnh đất là y mét ($y > x > 3$)

Diện tích mảnh đất là $80m^2$ nên ta có phương trình $xy = 80(1)$

Nếu giảm chiều rộng đi 3m thì chiều rộng mới là $x-3(m)$

Nếu tăng chiều dài lên 10m thì chiều dài mới là $y+10(m)$

Diện tích mảnh đất mới là $80+20=100(m^2)$ nên ta có phương trình:

$$(x-3)(y+10) = 100(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:



$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x-3)(y+10) = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ xy - 3y + 10x - 30 - 100 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ 80 + 10x - 3y - 130 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10xy = 800 \\ 10x + 3y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3y+50)y = 800 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 50y - 800 = 0 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10(tm) \\ y = -\frac{80}{3}(ktm) \\ x = \frac{80}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài mảnh đất là $10m$ và chiều rộng mảnh đất là $8m$

Bài 11 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $1200m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó, biết rằng chiều dài hơn chiều rộng $10m$.

Hướng Dẫn :

Gọi $x(m)$ là chiều dài ($x > 10$) \Rightarrow Chiều rộng là: $x - 10$

Theo bài ta có phương trình:

$$x(x-10) = 1200 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -30(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều dài là $40m$, chiều rộng là $30m$

Bài 12 : Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $2m$ thì diện tích thửa ruộng đó tăng thêm $30m^2$; và nếu chiều rộng giảm đi $2m$, chiều dài tăng thêm $5m$ thì diện tích thửa ruộng giảm đi $20m^2$. Tính diện tích thửa ruộng trên.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài của thửa ruộng là $x(m)$ ($x > 2$)

Chiều rộng của thửa ruộng là $y(m)$ ($y > 2$)

Diện tích của thửa ruộng là $xy(m^2)$

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} (x-2)(y+2) = xy + 30 \\ (x+5)(y-2) = xy - 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 34 \\ -2x + 5y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ y = 8(tm) \end{cases}$$

Vậy thửa ruộng có chiều dài $25m$, chiều rộng là $8m$

Diện tích thửa ruộng là $25.8 = 200(m^2)$

Bài 13 : Ông Khôi sở hữu một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $100m$. Ông ta định bán mảnh đất đó với giá thị trường là 15 triệu đồng cho một mét vuông. Hãy xác định giá tiền của mảnh đất đó biết rằng chiều dài mảnh đất gấp bốn lần chiều rộng

Hướng Dẫn :



Nửa chu vi mảnh đất là : $100 : 2 = 50m$

Gọi chiều rộng của mảnh đất là $x(m)$ ($0 < x < 50$) \Rightarrow Chiều dài của mảnh đất là:
 $50 - x(m)$

Vì chiều dài mảnh đất gấp 4 lần chiều rộng nên ta có phương trình:

$$50 - x = 4x \Leftrightarrow 5x = 50 \Leftrightarrow x = 10(m)$$

$$\Rightarrow \text{Chiều dài của mảnh đất là: } 4.10 = 40m$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích của mảnh đất là: } 10.40 = 400m^2$$

Số tiền ông Khôi thu được khi bán mảnh đất với giá 15 triệu cho một mét vuông là:
 $15.400 = 6.000$ (triệu đồng) = 6 tỉ đồng

Bài 14 : Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $58m$ và diện tích là $190m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là $x(m)$

Chiều dài mảnh đất hình chữ nhật là $y(m)$

Điều kiện : $y > x > 0$

Nửa chu vi mảnh đất hình chữ nhật là: $58 : 2 = 29(m)$ nên $x + y = 29$

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là $190m^2$ nên $xy = 190$

Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 29 \\ xy = 190 \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 29X + 190 = 0$$

$$\Leftrightarrow (X - 19)(X - 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X = 19(tm) \\ X = 10(tm) \end{cases}$$

Vì $x < y \Rightarrow x = 10; y = 19$

Vậy chiều rộng mảnh đất là $10m$, chiều dài mảnh đất là $19m$.

Bài 15 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $150m^2$. Biết rằng, chiều dài mảnh vườn hơn chiều rộng mảnh vườn là $5m$. Tính chiều rộng mảnh vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật là $x(m)$ $x > 0$

Khi đó chiều dài mảnh vườn là $x + 5(m)$

Diện tích mảnh vườn là: $x + 5(m)$

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là $150m^2$ nên ta có phương trình:



$$x(x+5) = 150$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 15x - 10x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+15) - 10(x+15) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-10)(x+15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -15(ktm) \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là $10m$

Bài 16 : Một sân trường hình chữ nhật có chu vi là 220 m. Ba lần chiều dài hơn 4 lần chiều rộng là 50 m. Tính diện tích sân trường.

Hướng Dẫn :

Gọi x (m) là chiều dài sân trường ($0 < x < 110$).

Thì chiều rộng sân trường là $110 - x$ (m).

Vì 3 lần chiều dài hơn 4 lần chiều rộng là 50 m nên ta có phương trình

$$3x - 50 = 4(110 - x) \Leftrightarrow 3x - 50 = 440 - 4x \Leftrightarrow 7x = 490 \Leftrightarrow x = 70.$$

Vậy diện tích sân trường là $70 \cdot 40 = 2800$ (m²).

Bài 17 : Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7 cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Hướng Dẫn :

Gọi độ dài một cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông là x (cm), ($7 < x < 17$).

Khi đó độ dài cạnh góc vuông còn lại của tam giác vuông đó là: $x - 7$ (cm).

Áp dụng định lí Pi – ta – go cho tam giác vuông này ta có phương trình:

$$x^2 + (x - 7)^2 = 17^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 49 = 289$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x - 240 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 15)(x + 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 15 = 0 \\ x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 & (tm) \\ x = -8 & (ktm) \end{cases}$$

\Rightarrow độ dài cạnh còn lại của tam giác vuông là: $15 - 7 = 8$ cm.



Vậy diện tích của tam giác vuông đó là: $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60 \text{ cm}^2$.

Bài 18 : Một hình chữ nhật có diện tích bằng $360 \text{ (m}^2\text{)}$. Nếu tăng chiều rộng lên 3m và giảm chiều dài đi 10m thì được một hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu. Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi $a \text{ (m)}$ là chiều dài ($a > 0$), suy ra chiều rộng là $\frac{360}{a}$.

Nếu tăng chiều rộng lên 3m và giảm chiều dài đi 10m thì diện tích không đổi nên ta có phương trình:

$$(a - 10) \left(\frac{360}{a} + 3 \right) = 360 \Rightarrow (a - 10)(360 + 3a) = 360a$$

$$\Leftrightarrow 360a + 3a^2 - 3600 - 30a = 360a$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 30a - 3600 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 10a - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 & (n) \\ a = -30 & (l) \end{cases}$$

Vậy chiều dài là 40m và chiều rộng là $360 : 40 = 9 \text{ (m)}$.

Chu vi hình chữ nhật ban đầu là $(40 + 9) \cdot 2 = 98 \text{ (m)}$.

Bài 19 : Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Hướng Dẫn :

Nửa chu vi là: $28 : 2 = 14 \text{ (m)}$

Gọi chiều dài mảnh đất là $x \text{ (mét)}$. Điều kiện: $0 < x < 14$.

Suy ra chiều rộng mảnh đất là $14 - x \text{ (mét)}$.

Ta có chiều dài lớn hơn chiều rộng nên $x > 14 - x \Rightarrow x > 7$.

Vì độ dài đường chéo là 10 mét nên ta có phương trình

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 28x + 196 = 100$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 > 7 \text{ (TM)} \\ x = 6 < 7 \text{ (L)} \end{cases}$$



Vậy chiều dài mảnh đất là 8 mét, chiều rộng là $14 - 8 = 6$ (mét).

Bài 20 : Một tam giác vuông có chu vi bằng 24 cm. Độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2 cm. Tính diện tích tam giác vuông đó.

Hướng Dẫn :

Gọi x (cm) và $x+2$ (cm) là hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó ($0 < x < 24$)

Khi đó độ dài cạnh huyền của tam giác vuông là: $24 - x - x - 2 = 22 - 2x$ (cm)

Mặt khác, theo định lý Pitago ta có:

$$x^2 (x+2)^2 = (22-2x)^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 92x + 480 = 0 \quad (1)$$

Giải phương trình (1) ta được: $\begin{cases} x_1 = 40 \\ x_2 = 6 \end{cases}$ Với $x = 6$ (thỏa mãn điều kiện đề bài)

Độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó là 6 cm và 8 cm

Diện tích của hình vuông là: $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (cm²)

Bài 21 : Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28cm. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 1 cm và tăng chiều rộng thêm 2 cm thì diện tích của hình chữ nhật đó tăng thêm 25 cm².

Hướng Dẫn :

Nửa chu vi hình chữ nhật là: $28 : 2 = 14$ (cm)

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x (cm, $0 < x < 14$)

Thì chiều dài của hình chữ nhật là $14 - x$ (cm)

Theo bài ra ta có phương trình: $(x+2)(14-x+1) = x(14-x) + 25$

$$\Leftrightarrow (x+2)(15-x) = 14x - x^2 + 25$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 13x + 30 = 14x - x^2 + 25$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (thỏa mãn } \textcircled{k})$$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 5 (cm)

chiều dài của hình chữ nhật là $14 - 5 = 9$ (cm)

Bài 22 : Nhà bạn Dũng được ông bà nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Dũng chơi, Dũng đã Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi biết: mảnh đất có chiều dài gấp 4 lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2m, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm 20 m². Các em hãy giúp bạn Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Dũng đó.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (m) (điều kiện: $x > 2$)

Khi đó chiều dài của mảnh đất là: $4x$ (m)

Diện tích mảnh đất nhà bạn Dũng là: $4x^2$ (m²)

Diện tích mảnh đất sau khi giảm chiều rộng 2m và tăng chiều dài lên gấp đôi là:



$$8x.(x - 2) (m^2)$$

Theo bài ra ta có phương trình:

$$8x.(x - 2) - 4x^2 = 20$$

Giải phương trình ta được $x = 5$ và $x = -1$.

Đổi chiều với điều kiện ta được $x = 5$.

Vậy chiều rộng mảnh đất là 5m và chiều dài mảnh đất là 20m.

Bài 23 : Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m. Đường chéo của hình chữ nhật dài 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là a (m) ($0 < a < 28$)

Chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là b (m) ($0 < a < b$)

Chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là 28 m nên : $(a + b).2 = 28$

$$\Leftrightarrow a + b = 14 \quad (1)$$

Đường chéo của hình chữ nhật 10 m nên :

$$a^2 + b^2 = 10^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 100 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ PT $\begin{cases} a + b = 14 \\ a^2 + b^2 = 100 \end{cases}$

Từ (1) $\Rightarrow b = 14 - a$ thay vào (2) được :

$$a^2 + (14 - a)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 196 - 28a + a^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 28a + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 14a + 48 = 0$$

$$\Delta' = 49 - 48 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 7 - 1 = 6 \Rightarrow b = 8(\text{loại}) \\ a = 7 + 1 = 8 \Rightarrow b = 6(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy chiều dài của HCN là 8m

Chiều rộng của HCN là 6m

Bài 24 : Cho mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 360 m². Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 6m thì diện tích không thay đổi. Tính chu vi của mảnh vườn lúc ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật ($x > 0$)

Chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật : $\frac{360}{x}$ (m)

Theo đề bài ta có pt: $(x+2)\left(\frac{360}{x}-6\right)=360$

$$\Leftrightarrow -6x^2 - 12x + 720 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(TM) \\ x = -12(L) \end{cases}$$

Với $x=10 \Rightarrow \frac{360}{x} = 36$. Chu vi của mảnh vườn : $2(10+36) = 92 \text{ (m}^2\text{)}$

Bài 25 : Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu cả chiều dài và chiều rộng cùng tăng thêm 5 cm thì được một hình chữ nhật mới có diện tích bằng 153 cm^2 . Tìm chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi x là chiều rộng hình chữ nhật lúc đầu ($x > 0$) (cm)

Chiều dài hình chữ nhật lúc đầu: $3x$ (cm)

Chiều rộng hình chữ nhật lúc sau: $x + 5$ (cm)

Chiều dài hình chữ nhật lúc sau: $3x + 5$ (cm)

Theo đề bài ta có phương trình: $(x + 5)(3x + 5) = 153$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 20x - 128 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn) hay } x = \frac{-32}{3} < 0(L)$$

Vậy chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật ban đầu là: 12 cm và 4 cm.

Bài 26 : Một miếng bìa hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{3}{5}$ chiều dài. Nếu chiều rộng giảm đi 1cm và chiều dài giảm đi 4cm thì diện tích của nó bằng nửa diện tích ban đầu. Tính chu vi miếng bìa đó.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài của hình chữ nhật đó là x (cm) ($x > 4$)

Vì chiều rộng bằng $\frac{3}{5}$ chiều dài nên chiều rộng của hình chữ nhật là $\frac{3}{5}x$ (cm)

Diện tích của hình chữ nhật ban đầu là $\frac{3}{5}x^2$ (cm²)

Khi giảm chiều rộng 1cm và giảm chiều dài 4cm thì diện tích của hình chữ nhật mới là $(\frac{3}{5}x - 1)(x - 4)$ (cm²)

Diện tích hình chữ nhật mới bằng một nửa diện tích ban đầu nên ta có phương trình:

$$(\frac{3}{5}x - 1)(x - 4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}x^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{10}x^2 - \frac{17}{5}x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(TM) \\ x = \frac{4}{3}(L) \end{cases}$$



Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu lần lượt là 10cm và $\frac{3}{5} \cdot 10 = 6$ cm

Chu vi miếng bìa là $2 \cdot (10 + 6) = 32$ (cm)

Bài 27 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m^2 . Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x ($x > 0$; đơn vị: m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật là 720 m^2 nên chiều dài là: $\frac{720}{x}$ (m)

Sau khi thay đổi kích thước:

Chiều rộng của của mảnh vườn hình chữ nhật là: $x - 6$ (m)

Chiều dài của của mảnh vườn hình chữ nhật là: $\frac{720}{x} + 10$ (m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật không đổi nên ta có phương trình:

$$(x-6) \cdot \left(\frac{720}{x} + 10 \right) = 720$$

$$\Rightarrow (x-6)(72+x) = 72x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 432 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 24$ (thỏa mãn điều kiện); $x_2 = -18$ (loại)

Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật đó là 24 m; chiều dài mảnh đất hình chữ nhật đó là: $720 : 24 = 30$ (m)

Bài 28 : Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 3m và diện tích bằng 270 m^2 . Tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x (m) ($x > 0$)

Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng 3m nên chiều dài của hình chữ nhật là $x + 3$ (m)

Lại có diện tích hình chữ nhật là 270 m^2 nên ta có phương trình:

$$x(x+3) = 270$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 270 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-15)(x+18) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 15 \text{ (TMDK } x > 0) \text{ hoặc } x = -18 \text{ (loại vì } x > 0)$$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 15m

chiều dài của hình chữ nhật là $15 + 3 = 18$ (m)

Bài 29 : Cho tam giác vuông có cạnh huyền bằng 20 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 4cm. Tính độ dài mỗi cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Hướng Dẫn :

Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ hơn của tam giác vuông đó là x (cm) ($x > 0$)

Cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông đó dài là $x + 4$ (cm)

Theo Pitago, cạnh huyền của tam giác vuông đó dài là $\sqrt{x^2 + (x+4)^2}$ (cm)



Vì cạnh huyền bằng 20cm nên $\sqrt{x^2 + (x+4)^2} = 20$

$$\Leftrightarrow x^2 + (x+4)^2 = 400$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 384 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (tm) hoặc } x = -16 \text{ (loại)}$$

Vậy độ dài 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông đó lần lượt là 12cm và $12 + 4 = 16$ cm.

Bài 30 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 12m . Nếu tăng chiều dài thêm 12m và chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn đó tăng gấp đôi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x (m) ĐK : $x > 0$

Thì chiều dài của khu vườn hình chữ nhật là : $x + 12$ (m)

Diện tích của khu vườn khi đó là: $x(x + 12)$ (m^2)

Nếu tăng chiều dài 12m và chiều rộng lên 2m thì :

Chiều dài mới là : $x + 12 + 12 = x + 24$ (m)

Chiều rộng mới là : $x + 2$ (m)

Diện tích của hình chữ nhật mới là : $(x + 2)(x + 24)$ (m^2)

Vì diện tích sau khi thay đổi gấp đôi diện tích ban đầu nên :

$$(x + 2)(x + 24) = 2x(x + 12)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (-1)^2 - 1(-48) = 49 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật là 8(m), chiều dài của khu vườn là 20m

Bài 31 : Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5m. Tính kích thước của mảnh đất, biết rằng diện tích mảnh đất là $150m^2$.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều rộng của mảnh đất là a (m), $a > 0$

Khi đó ta có chiều dài của mảnh đất là $a + 5$ (m)

Theo bài ra ta có diện tích của mảnh đất là $150 m^2$ nên:

$$a(a-15)=150 \Rightarrow a=10 \text{ (tm) ; } a=-15 \text{ (loại)}$$

Vậy chiều rộng là 10m, chiều dài là 15m

Bài 32 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 100 m. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh vườn giảm $2 m^2$. Tính diện tích của mảnh vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh vườn ($0 < x < 25$)

Chiều dài của mảnh vườn là: $50 - x$.

Diện tích của mảnh vườn là: $x(50 - x)$.



Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $x+3$; giảm chiều dài 4 m thì chiều dài mới là $46-x$.

Diện tích mới của mảnh vườn là: $(x+3)(46-x)$

Theo bài ra ta có phương trình: $x(50-x)-(x+3)(46-x)=2$

$$\Leftrightarrow 50x-x^2-43x+x^2-138=2 \Leftrightarrow 7x=140 \Leftrightarrow x=20 \text{ (TM)}$$

Vậy diện tích của mảnh vườn là $20(50-20)=600 \text{ m}^2$.

Bài 33 : Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 8m. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 90 m^2 . Tính diện tích thửa ruộng đã cho ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi hình chiều của thửa ruộng đã cho ban đầu là x (đơn vị: m, đk: $x > 0$) (0.25 đ)

Khi đó chiều dài của thửa ruộng đã cho ban đầu là $x + 8$

Diện tích của thửa ruộng đã cho ban đầu là $x(x + 8)$ (0.25 đ)

Chiều rộng của thửa ruộng khi tăng thêm 3m là $x + 3$.

Chiều dài của thửa ruộng khi tăng thêm 2m là $x + 10$.

Diện tích của thửa ruộng sau khi tăng chiều dài và chiều rộng là $(x + 3)(x + 10)$

Theo đề bài ta có phương trình: $(x+3)(x+10) - x(x+8) = 90$ (0.25 đ)

$$\Leftrightarrow x^2 + 13x + 30 - (x^2 + 8x) = 90$$

$$\Leftrightarrow 5x = 60$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (TM)} \quad (0,25\text{đ})$$

Vậy diện tích của thửa ruộng ban đầu là $12(12+8)=240 \text{ (m}^2)$ (0.25 đ)

Bài 34 : Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích 100 m^2 . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5m thì diện tích của thửa ruộng tăng thêm 5 m^2 .

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài ban đầu của thửa ruộng là a (m) ($a > 0$)

Chiều rộng ban đầu của thửa ruộng là b (m) ($0 < b < a$)

Diện tích ban đầu của thửa ruộng là 100 m^2 nên ta có : $a.b=100$ (1)

Chiều rộng của thửa ruộng sau khi tăng m là : $b + 2$ (m)

Chiều dài của thửa ruộng sau khi giảm 5m là : $a - 5$ (m)

Diện tích sau của thửa ruộng là : $(b + 2)(a - 5)$

Diện tích sau của thửa ruộng tăng thêm 5 m^2 là $100 + 5 = 105 \text{ (m}^2)$

$$\Leftrightarrow (b+2)(a-5)=105 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hpt: } \begin{cases} ab = 100(1) \\ (b+2)(a-5) = 105(2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có : $ab-5b+2a-10=105$

$$\Leftrightarrow 100-5b+2a-10=105$$

$$\Leftrightarrow -5b+2a=15(*)$$



Từ (1) ta có: $a = \frac{100}{b}$ thay vào (*) ta được :

$$2 \cdot \frac{100}{b} - 5b = 15$$

$$\Leftrightarrow 5b^2 + 15b - 200 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 + 3b - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow (b + 8)(b - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -8(L) \\ b = 5(TM) \end{cases}$$

$\Rightarrow a = 20$. Vậy chiều dài là 20m, chiều rộng là 5m.

Bài 35 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $168m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$ ĐK $x > 1$.

Thì chiều rộng của mảnh vườn là $\frac{168}{x}(m)$

Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có:
chiều dài là $x-1(m)$

chiều rộng là $\frac{168}{x} + 1(m)$

Vì mảnh vườn trở thành hình vuông lên ra có phương trình $\frac{168}{x} + 1 = x - 1$

$$\Rightarrow 168 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 14)(x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 14(TM) \\ x = -12(L) \end{cases}$$

Vậy mảnh vườn có chiều dài là 14m, chiều rộng là $168:14=12m$

Bài 36 : Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $360 m^2$. Nếu tăng chiều dài thêm 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì diện tích của mảnh vườn sẽ là $400 m^2$. Xác định chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là $x(m)$;

chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là $y(m)$. (điều kiện: $x > y > 0$)

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là $360 m^2$.

Khi tăng chiều dài thêm 1 m, tăng chiều rộng thêm 1 m thì diện tích của mảnh vườn mới là $400 m^2$. Tức là: Chiều dài: $x + 1(m)$; chiều rộng: $y + 1(m)$

Khi đó diện tích của hình chữ nhật mới là: $(x + 1)(y + 1) = 400$

$$\Leftrightarrow xy + x + y + 1 = 400 \Leftrightarrow x + y = 39(2).$$



Từ (1) và (2) ta có hệ:
$$\begin{cases} x + y = 39 \\ xy = 360 \end{cases}$$

Theo Vi-et x, y là nghiệm của phương trình: $X^2 - 39X + 360 = 0$.

Giải phương trình ta được hai nghiệm: $X_1 = 15; X_2 = 24$

Vậy chiều dài hình chữ nhật ban đầu là 24 cm, chiều rộng là 15 cm.

Dạng 3: Toán năng suất - Toán làm chung công việc

Dạng 3.1: Toán năng suất (giải bằng cách lập hệ phương trình)

Những kiến thức cần nhớ:

Năng suất là lượng công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

Tổng lượng công việc = Năng suất x Thời gian.

Năng suất = Tổng lượng công việc : Thời gian.

Thời gian = Tổng lượng công việc : Năng suất.

Ví dụ 1. Để hoàn thành một công việc theo dự định thì cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định. Nếu tăng thêm 10 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 2 ngày. Nếu bớt đi 10 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày nữa mới hoàn thành công việc. Hỏi theo dự định thì cần bao nhiêu công nhân và làm trong bao nhiêu ngày?

Hướng Dẫn:

	Số công nhân	Số ngày	Lượng công việc
Dự định	x	y	xy
Trường hợp 1	$x + 10$	$y - 2$	$(x + 10)(y - 2)$
Trường hợp 2	$x - 10$	$y + 3$	$(x - 10)(y + 3)$

Gọi số công nhân và số ngày theo dự định lần lượt là x (công nhân), y (ngày)

Điều kiện: $x > 10; y > 2$, x là số tự nhiên

Lượng công việc theo dự định là xy (ngày công)

Trường hợp 1:

Số công nhân là $x + 10$ (công nhân), số ngày là $y - 2$ (ngày)

Do đó lượng công việc là $(x + 10)(y - 2)$ (ngày công)

Vì lượng công việc không đổi nên ta có phương trình:

$$(x + 10)(y - 2) = xy \text{ hay } -2x + 10y = 20 \quad (1)$$

Trường hợp 2:

Số công nhân là $x - 10$ (công nhân), số ngày là $y + 3$ (ngày)

Do đó lượng công việc là $(x - 10)(y + 3)$ (ngày công)

Vì lượng công việc không đổi nên ta có phương trình:

$$(x - 10)(y + 3) = xy \text{ hay } 3x - 10y = 30 \quad (2)$$



Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2x + 10y = 20 \\ 3x - 10y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (thỏa đk)}$$

Vậy số công nhân và số ngày theo dự định lần lượt là 50 (công nhân), 12 (ngày)

Dạng 3.2: Toán làm chung công việc (giải bằng cách lập hệ phương trình)

Những kiến thức cần nhớ:

+ Nếu một đội làm xong công việc trong x ngày thì một ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

+ Xem toàn bộ công việc là 1

Bài toán cơ bản 1 Nếu hai người làm chung thì sau k ngày (giờ, phút,...) xong công việc. Nếu người I làm một mình m ngày rồi nghỉ và người II làm tiếp n ngày (giờ, phút,...) nữa thì xong công việc. Hỏi nếu làm một mình thì để hoàn thành công việc mỗi người mất mấy ngày (giờ, phút,...)?

Phương pháp giải:

Gọi thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

1 ngày người I là làm được $\frac{1}{x}$, người II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

k ngày người I là làm được $\frac{k}{x}$, người II làm được $\frac{k}{y}$ (công việc)

Do hai người làm chung thì sau k ngày xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{k}{x} + \frac{k}{y} = 1 \quad (1)$$

m ngày người I là làm được $\frac{m}{x}$, n ngày người II làm được $\frac{n}{y}$ (công việc)

Do người I làm một mình m ngày rồi nghỉ và người II làm tiếp n ngày nữa thì xong công việc nên ta có phương trình: $\frac{m}{x} + \frac{n}{y} = 1 \quad (2)$

Giải hệ (1); (2) và đối chiếu điều kiện, trả lời bài toán

Bài toán cơ bản 2 Nếu hai người làm chung thì sau k ngày (giờ, phút,...) xong công việc. Làm chung được m ngày thì người I nghỉ và người II làm tiếp n ngày (giờ, phút,...) nữa thì xong công việc. Hỏi nếu làm một mình thì để hoàn thành công việc mỗi người mất mấy ngày (giờ, phút,...)?

Phương pháp giải:

Gọi thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày)

Điều kiện: $x > 0, y > 0$

1 ngày người I là làm được $\frac{1}{x}$, người II làm được $\frac{1}{y}$ (lượng công việc)

k ngày người I là làm được $\frac{k}{x}$, người II làm được $\frac{k}{y}$ (lượng công việc)

Do hai người làm chung thì sau k ngày xong công việc nên ta có phương trình:



$$\frac{k}{x} + \frac{k}{y} = 1 \quad (1)$$

m ngày cả hai người làm được $\frac{m}{x} + \frac{m}{y}$ (lượng công việc)

n ngày người II làm được $\frac{n}{y}$ (lượng công việc)

Do làm chung được m ngày thì người I nghỉ và người II làm tiếp n ngày nữa thì xong công việc nên ta có phương trình: $\left(\frac{m}{x} + \frac{m}{y}\right) + \frac{n}{y} = 1 \quad (2)$

Giải hệ (1); (2) và đối chiếu điều kiện, trả lời bài toán

Ví dụ 1. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 2 giờ thì tổng số họ làm được 50% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình thì trong bao lâu sẽ xong?

Hướng Dẫn:

Đổi 4 giờ 30 phút = $\frac{9}{2}$ giờ

Gọi thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (giờ)

Điều kiện : $x > 0; y > 0$

Suy ra 1 giờ người I và người II lần lượt làm được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (lượng công việc)

4 giờ 30 phút cả hai người làm được: $\frac{9}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (lượng công việc)

Do cả hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong nên ta có phương trình: $\frac{9}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \quad (1)$

+ 3 giờ người thứ I làm được: $\frac{3}{x}$ (lượng công việc)

+ 2 giờ người thứ II làm được: $\frac{2}{y}$ (lượng công việc)

Vì người I làm một mình trong 3 giờ và người II làm một mình trong 2 giờ thì tổng số họ làm được 50% công việc nên ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{18} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 6 \end{cases}$ (thỏa đk)

Vậy nếu làm một mình xong công việc, người I cần 18 giờ, người II cần 6 giờ



Ví dụ 2. Hai người thợ cùng làm một công việc thì sau 2 giờ 40 phút sẽ hoàn thành. Nếu người thứ nhất làm một mình và 3 giờ sau người thứ hai cùng vào làm thì mất 40 phút nữa mới hoàn thành. Hỏi mỗi người đó làm một mình thì trong mấy giờ sẽ xong?

Hướng Dẫn:

Đổi 2 giờ 40 phút = $\frac{8}{3}$ giờ; 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ

Gọi thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (giờ)

Điều kiện : $x > 0; y > 0$

Suy ra 1 giờ người I và người II lần lượt làm được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (lượng công việc)

+ 2 giờ 40 phút cả hai người làm được: $\frac{8}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (lượng công việc)

Do cả hai người thợ cùng làm một công việc trong 2 giờ 40 phút thì xong nên ta có phương trình : $\frac{8}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}$ (1)

+ 3 giờ người thứ I làm được: $\frac{3}{x}$ (lượng công việc)

+ 40 phút cả hai người làm được: $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (lượng công việc)

Vì người thứ nhất làm một mình và 3 giờ sau người thứ hai cùng vào làm thì mất 40 phút nữa mới hoàn thành nên ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{x} = \frac{9}{4} \\ \frac{11}{x} + \frac{2}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa đk)}$$

Vậy nếu làm một mình xong công việc, người I cần 4 giờ, người II cần 8 giờ

Ví dụ 3. Hai vòi nước cùng chảy vào bể cạn thì sau 2 giờ đầy bể. Nếu mở vòi I trong 45 phút rồi khóa lại và mở vòi II trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{3}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng đầy bể trong bao lâu?

Hướng Dẫn:

Đổi 45 phút = 0,75 giờ; 30 phút = 0,5 giờ

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)

Điều kiện : $x > 0; y > 0$

Suy ra 1 giờ vòi I và vòi II lần lượt chảy được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (bể)



+ 1 giờ cả hai vòi chảy được: $2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (bể)

Do cả hai vòi cùng chảy thì sau 2 giờ đầy bể nên ta có phương trình:

$$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

+ 45 phút vòi 1 chảy được: $\frac{0,75}{x}$ (bể)

+ 30 phút vòi 2 chảy được: $\frac{0,5}{y}$ (bể)

Vì mở vòi I trong 45 phút rồi khóa lại và mở vòi II trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{3}$ bể nên ta có phương trình: $\frac{0,75}{x} + \frac{0,5}{y} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{4}{3} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases} \text{ (thỏa đk)}$$

Vậy nếu chảy riêng để đầy bể thì vòi 1 cần 3 giờ, vòi 2 cần 6 giờ.

Ví dụ 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 6 giờ đầy bể. Cùng chảy được 2 giờ thì khóa vòi I lại và vòi II phải chảy thêm 12 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng đầy bể trong bao lâu?

Hướng Dẫn:

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

Suy ra 1 giờ vòi I và vòi II lần lượt chảy được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (bể)

+ 6 giờ cả hai vòi chảy được: $6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (bể)

Do cả hai vòi cùng chảy thì sau 6 giờ đầy bể nên ta có phương trình:

$$6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

+ 2 giờ cả hai vòi chảy được: $2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (bể)

+ 12 giờ vòi II chảy được: $\frac{12}{y}$ (bể)

Vì cùng chảy được 2 giờ thì khóa vòi I lại và vòi II phải chảy thêm 12 giờ nữa mới đầy bể nên ta có phương trình: $2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{12}{y} = 1 \quad (2)$



Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{12}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{9} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 18 \end{cases} \text{ (thỏa đk)}$$

Vậy nếu chảy riêng để đầy bể thì vòi 1 cần 9 giờ, vòi 2 cần 18 giờ.

Dạng 3.3: Toán Năng Suất (giải bằng cách lập phương trình)

Năng suất là lượng công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

Tổng lượng công việc = Năng suất x thời gian

Năng suất = Tổng lượng công việc : Thời gian

Thời gian = Tổng lượng công việc : Năng suất

Ví dụ 1: Một phân xưởng theo kế hoạch cần sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định là 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch thì mỗi ngày phân xưởng đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn:

	Số sản phẩm / ngày	Số ngày	Tổng số sản phẩm
Kế hoạch	x	$\frac{1100}{x}$	1100
Thực tế	x + 5	$\frac{1100}{x+5}$	1100

Gọi số sản phẩm mỗi ngày xưởng đó cần làm theo kế hoạch là x (sản phẩm)

Điều kiện: $x > 0$

Số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng đó làm được trong thực tế là: x + 5 (sản phẩm)

Số ngày phân xưởng đó cần làm theo kế hoạch là: $\frac{1100}{x}$ (ngày)

Số ngày phân xưởng đó cần làm trong thực tế là: $\frac{1100}{x+5}$ (ngày)

Vì phân xưởng đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1100}{x} - \frac{1100}{x+5} = 2 \Leftrightarrow \frac{2750}{x^2 + 5x} = 1$$

Hay: $x^2 + 5x - 2750 = 0$

Giai phương trình ta được: x = 50 (thỏa mãn)

x = - 55 (loại)

Chúc các em chăm ngoan – học giỏi !!



vậy theo kế hoạch thì mỗi ngày phân xưởng đó cần làm 50 (sản phẩm)

Ví dụ 2. Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở 60 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành có 3 xe phải điều đi làm việc khác nên không thể tham gia chở hàng. Vì vậy, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Tính số xe theo dự định của đội đó, biết mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau.

Hướng Dẫn:

	Số hàng/ xe	Số xe	Tổng số hàng
Dự định	$60/x$	x	60
Thực tế	$60/(x-3)$	$x-3$	60

Gọi số xe theo dự định của đội là x (xe). Điều kiện : $x > 3$

Thực tế số xe là : $x - 3$ (xe)

Số hàng trên mỗi xe theo dự định và trong thực tế lần lượt là: $\frac{60}{x}$ và $\frac{60}{x-3}$ (tấn)

Vì mỗi xe thực tế phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-3} - \frac{60}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{180}{x(x-3)} = 1$$

Hay: $x^2 - 3x - 180 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = -12$ (loại)

$$x = 15 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số xe dự định của đội là 15 (xe)

Ví dụ 3. Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.

Hướng Dẫn:



	Số sản phẩm/ngày	Số ngày	Tổng số sản phẩm
Dự kiến	x	$\frac{600}{x}$	600
Thực tế	x	$\frac{400}{x}$	400
	$x+10$	$\frac{200}{x+10}$	200

Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là x (sản phẩm)

Điều kiện: $x > 0$

Thời gian dự kiến là: $\frac{600}{x}$ (ngày)

Thời gian làm 400 sản phẩm đầu là: $\frac{400}{x}$ (ngày)

Thời gian làm $600 - 400 = 200$ sản phẩm sau là: $\frac{200}{x+10}$ (ngày)

Vì thực tế công việc hoàn thành sớm hơn dự kiến 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$$

Hay: $x^2 + 10x - 2000 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 40$ (thỏa mãn)

$x = -50$ (loại)

Vậy số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là 40 (sản phẩm)

Ví dụ 4. Một người thợ làm 120 sản phẩm trong một thời gian và năng suất dự định. Khi làm được 50 sản phẩm, người thợ đó nhận thấy làm với năng suất như vậy sẽ thấp hơn năng suất dự định là 2 sản phẩm một ngày. Do đó, để hoàn thành đúng thời gian đã định, người thợ đó tăng năng suất thêm 2 sản phẩm một ngày so với dự định. Tính năng suất dự định của người thợ đó.

Hướng Dẫn:



	Số sản phẩm/ngày	Số ngày	Tổng số sản phẩm
Dự định	x	$\frac{120}{x}$	120
Thực tế	$x - 2$	$\frac{50}{x - 2}$	50
	$x + 2$	$\frac{70}{x + 2}$	70

Gọi số sản phẩm mỗi ngày người thợ đó cần làm theo dự định là x (sản phẩm)

Điều kiện: $x > 2$

Số ngày theo dự định là: $\frac{120}{x}$ (ngày)

Trong 50 sản phẩm, mỗi ngày người thợ đó làm được: $x - 2$ (sản phẩm)

Nên số ngày làm 50 sản phẩm đầu là: $\frac{50}{x - 2}$ (ngày)

Trong $120 - 50 = 70$ sản phẩm sau, mỗi ngày người thợ đó làm được $x + 2$ (sản phẩm) nên số ngày làm 70 sản phẩm đầu là: $\frac{70}{x + 2}$ (ngày)

Do thực tế người đó hoàn thành đúng như dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{50}{x - 2} + \frac{70}{x + 2} = \frac{120}{x} \Leftrightarrow \frac{120x - 40}{x^2 - 4} = \frac{120}{x}$$

Hay: $120x^2 - 40x = 120x^2 - 480$

Giải phương trình ta được: $x = 12$ (thỏa mãn)

Vậy số sản phẩm mỗi ngày người thợ đó cần làm theo dự định là 12 (sản phẩm)

Dạng 3.4: Dạng toán làm chung công việc (giải bằng cách lập phương trình)

Bài toán cơ bản: Nếu hai người làm chung thì sau k ngày (giờ, phút, ...) xong công việc. Nếu làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc sớm hơn người thứ hai là m ngày (giờ, phút, ...). Hỏi nếu làm một mình thì để hoàn thành công việc mỗi người mất mấy ngày (giờ, phút, ...)?

Phương pháp giải:

Gọi thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$



1 ngày người I là làm được $\frac{1}{x}$, người II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

k ngày người I là làm được $\frac{k}{x}$, người II làm được $\frac{k}{y}$ (công việc)

Do hai người làm chung thì sau k ngày xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{k}{x} + \frac{k}{y} = 1 \quad (1)$$

Vì làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc nhanh hơn người thứ hai là m ngày nên ta có phương trình: $y = x + m$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được phương trình: $\frac{k}{x} + \frac{k}{x+m} = 1$ (3)

Đưa (3) về phương trình bậc hai, giải x, đối chiếu điều kiện và trả lời bài toán.

Ví dụ 1. Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu họ làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc nhanh hơn người thứ hai là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người cần bao nhiêu giờ để xong công việc đó?

Hướng Dẫn:

Gọi thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (giờ)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

1 giờ người I là làm được $\frac{1}{x}$, người II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

6 giờ cả hai người làm được $6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc)

Do hai người làm chung thì sau 6 giờ xong công việc nên ta có phương trình:

$$6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

Vì làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc nhanh hơn người thứ hai là 5 giờ nên ta có phương trình: $y = x + 5$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{2x+5}{x^2+5x} = \frac{1}{6}$

Hay : $x^2 - 7x - 30 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = -3$ (loại)

$x = 10$ (thỏa mãn) suy ra: $y = 15$ (thỏa mãn)

Vậy, nếu làm một mình để xong công việc, thì người I cần làm 10 giờ, người II cần làm 15 giờ.

Ví dụ 2. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 1 giờ 20 phút đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Hãy tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Hướng Dẫn:

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)



Điều kiện: $x > 0; y > 0$

+1 giờ vòi I là chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

+ 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ cả hai vòi chảy được $\frac{4}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (bể)

Do cả hai vòi cùng chảy thì sau 1 giờ 20 phút sẽ đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

Vì chảy một mình cho đến khi đầy bể thì vòi I nhanh hơn vòi II là 2 giờ nên ta có phương trình: $y = x + 2$ (2)

$$\text{Thay (2) vào (1) ta được: } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Hay: } 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x = -4/3$ (loại)

$$x = 2 \text{ suy ra } y = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy nếu chảy một mình thì để đầy bể, vòi I cần 2 giờ, vòi II cần 4 giờ

II. Bài tập tự luyện

Bài 1 : Một xưởng mỹ nghệ dự định sản xuất thủ công một lô hàng gồm 300 cái giỏ tre. Trước khi tiến hành, xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân nên số giỏ tre phải làm của mỗi người giảm 3 cái so với dự định. Hỏi lúc dự định, xưởng có bao nhiêu công nhân? Biết năng suất làm việc của mỗi người như nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi x là số công nhân ban đầu của xưởng. (điều kiện $x \in N^*$)

Khi đó, theo dự định mỗi công nhân phải làm $\frac{300}{x}$ cái giỏ.

Sau khi xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân thì số giỏ mỗi người phải làm là $\frac{300}{x+5}$.

$$\text{Theo đề bài ta có phương trình: } \frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3 \Leftrightarrow 300(x+5-x) = 3x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow x(x+5) = 500 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -25 \end{cases}$$

Kiểm tra điều kiện ta chọn $x = 20$

Vậy lúc dự định xưởng có 20 công nhân.

Bài 2 : Tháng đầu hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Hướng Dẫn :

Gọi tháng đầu tổ I sản xuất được x chi tiết máy, tổ II sản xuất được y chi tiết máy.



ĐK: $x, y \in N^*$.

Theo giả thiết ta có: $x + y = 900$ (1)

Sau khi cải tiến kỹ thuật, trong tháng thứ hai:

Tổ I sản xuất được $1,1x$ chi tiết máy, tổ II sản xuất được $1,12y$ chi tiết máy

Theo giả thiết ta có: $1,1x + 1,12y = 1000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,1x + 1,12y = 1000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được
$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

Vậy trong tháng đầu tổ I sản xuất được 400 chi tiết, tổ II sản xuất được 500 chi tiết.

Bài 3 : Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ) ($x > 6$)

thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ) ($y > 6$)

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể $\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

Đổi chiếu với điều kiện, giá trị $x = 10$; $y = 15$ thỏa mãn.

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là 10 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là 15 giờ.



Bài 4 : Hai đội công nhân đắp đê ngăn triều cường. Nếu hai đội cùng làm thì trong 6 ngày là xong việc. Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội đắp xong đê trong bao nhiêu ngày?

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian đội I làm riêng đắp xong đê là x (ngày). Điều kiện : $x > 6$.

Gọi thời gian đội II làm riêng đắp xong đê là y (ngày). Điều kiện: $x > y > 6$.

Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày nên ta có phương trình: $x - y = 9$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x - y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6y + 6x = xy \\ x = 9 + y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6y + 6(9 + y) = (9 + y)y \\ x = 9 + y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 3y - 54 = 0(3) \\ x = 9 + y \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3)} \Leftrightarrow y^2 - 3y - 54 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = (-3)^2 - 4.1.(-54) = 225 > 0$$

$$\text{Suy ra } y_1 = 9(\text{nhận}), y_2 = -6(\text{loại}).$$

$$\text{Thay } y = 9 \text{ vào (4) ta được } x = 9 + 9 = 18.$$

Vậy thời gian đội I làm riêng đắp xong đê là 18 ngày.

Thời gian đội II làm riêng đắp xong đê là 9 ngày.

Bài 5 : Một đội xe dự định chở 120 tấn hàng. Để tăng sự an toàn nên đến khi thực hiện, đội xe được bổ sung thêm 4 chiếc xe, lúc này số tấn hàng của mỗi xe chở ít hơn số tấn hàng của mỗi xe dự định chở là 1 tấn. Tính số tấn hàng của mỗi xe dự định chở, biết số tấn hàng của mỗi xe chở khi dự định là bằng nhau, khi thực hiện là bằng nhau.

Hướng Dẫn :

Cách 1: Gọi x (xe) là số xe của đội lúc đầu (x nguyên dương)



Số tấn hàng mỗi xe dự định chở $\frac{120}{x}$ (tấn)

$x+4$ (xe) là số xe của đội lúc sau

Số tấn hàng mỗi xe khi thực hiện chở $\frac{120}{x+4}$ (tấn)

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1$

Giải phương trình ta được $x=20$ (thỏa đk); $x=-24$ (không thỏa đk)

Vậy số tấn hàng mỗi xe dự định chở là $120:20=6$ (tấn)

Cách 2:

Gọi x là số tấn hàng của mỗi xe ban đầu dự định chở (x nguyên dương, $x > 1$)

Số tấn hàng của mỗi xe lúc sau chở: $x - 1$ (tấn)

Số xe dự định ban đầu : $\frac{120}{x}$ (xe)

Số xe lúc sau : $\frac{120}{x-1}$ (xe)

Theo đề bài ta có phương trình : $\frac{120}{x-1} - \frac{120}{x} = 4$

Giải pt ta được : $x_1 = 6$ (nhận); $x_2 = -5$ (loại)

Vậy số tấn hàng của mỗi xe ban đầu dự định chở là : 6(tấn)

Bài 6 : Để đặt Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc ?

Hướng Dẫn :

Gọi x (xe) là số xe ban đầu (điều kiện x nguyên dương)

Lượng gạo mỗi xe phải chở lúc đầu là $\frac{160}{x}$ (tấn)

Số xe sau khi bổ sung 4 chiếc là: $x+4$

Lượng gạo mỗi xe phải chở sau khi bổ sung là: $\frac{160}{x+4}$

Vì sau khi bổ sung 4 xe thì mỗi xe chở ít hơn dự định 2 tấn nên ta có phương trình:



$$\frac{160}{x} - \frac{160}{x+4} = 2$$

$$\Leftrightarrow 160(x+4) - 160x = 2x(x+4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 320 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 16(tm) \\ x = -20(ktm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu có 16 chiếc xe.

Bài 7 : Một đội xe dự định chở 120 tấn hàng. Để tăng sự an toàn nên đến khi thực hiện, đội xe được bổ sung thêm 4 chiếc xe, lúc này số tấn hàng của mỗi xe chở ít hơn số tấn hàng của mỗi xe dự định chở là 1 tấn. Tính số tấn hàng của mỗi xe dự định chở, biết số tấn hàng của mỗi xe dự định chở là bằng nhau, khi thực hiện là bằng nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi x (xe) là số xe chuẩn bị theo dự định (điều kiện $x > 0$)

Khi đó:

Theo dự định mỗi xe cần chở $\frac{120}{x}$ (tấn)

Nhưng thực tế bổ sung thêm 4 xe nên số xe là: $x + 4$ (xe).

Vì vậy mà mỗi xe cần chở: $\frac{120}{x+4}$ (tấn)

Vì theo thực tế mỗi xe chở ít hơn so với dự định 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1$$

$$\Leftrightarrow 120(x+4) - 120x = (x+4)x \Leftrightarrow x^2 + 4x - 480 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 20 \text{ (nhận) hoặc } x = -24 \text{ (loại)}$$

Vậy theo dự định có 20 xe và mỗi xe phải chở 6 tấn hàng

Bài 8 : Một tổ công nhân may lập kế hoạch may 60 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ này may nhiều hơn kế hoạch 2 bộ nên đã hoàn thành công việc ít hơn kế hoạch 1 ngày. Biết số bộ quần áo may trong mỗi ngày là như nhau. Hỏi tổ công nhân may đã lập kế hoạch để hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày?

Hướng Dẫn :

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số ngày mà tổ công nhân may đã lập kế hoạch để hoàn thành công việc.

Gọi y ($y \in \mathbb{N}^*$) là số bộ quần áo mà tổ công nhân may đã lập kế hoạch để hoàn thành công việc.

$$\text{Theo kế hoạch, tổ công nhân may 60 bộ quần áo nên } xy = 60 \quad (1)$$

Số ngày may thực tế là $x-1$.

Số bộ quần áo may được thực tế là $y+2$.

$$\text{Theo đề bài, ta có } (x-1)(y+2) = 60 \Leftrightarrow xy + 2x - y = 62.$$



Kết hợp với (1) ta được $60 + 2x - y = 62 \Leftrightarrow y = 2x - 2$.

Thế vào (1) ta được $x(2x - 2) = 60 \Leftrightarrow x^2 - x - 30 = 0$

$$\Leftrightarrow x(x - 6) + 5(x - 6) = 0 \Leftrightarrow (x - 6)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -5 \end{cases}$$

Mà $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x = 6$ thỏa mãn $\Rightarrow y = 10$ (thỏa mãn $y \in \mathbb{N}^*$).

Vậy tổ công nhân may đã lập kế hoạch để hoàn thành công việc trong 6 ngày.

Bài 9 : Một phòng họp có 240 ghế (mỗi ghế một chỗ ngồi) được xếp thành từng dãy, mỗi dãy có số ghế bằng nhau. Trong một cuộc họp có 315 người tham dự nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế và mỗi dãy tăng thêm 1 ghế so với ban đầu thì vừa đủ chỗ ngồi. Tính số ghế có trong phòng họp lúc đầu, biết rằng số dãy ghế nhỏ hơn 50.

Hướng Dẫn :

Gọi số dãy ghế ban đầu là x (dãy) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 50$).

Số ghế mỗi dãy ban đầu là: $\frac{240}{x}$ (ghế).

Trong cuộc họp:

Số dãy ghế có là: $x + 3$ (dãy)

Số ghế mỗi dãy là: $\frac{240}{x} + 1$ (ghế).

Tổng số ghế có trong phòng họp là: $(x + 3)\left(\frac{240}{x} + 1\right)$ (ghế).

Vì số ghế vừa đủ chỗ ngồi cho 315 người tham dự nên ta có:

$$(x + 3)\left(\frac{240}{x} + 1\right) = 315 \quad \hat{=} \quad x + \frac{720}{x} - 72 = 0$$

$$\hat{=} \quad x^2 - 72x + 720 = 0$$

$$\hat{=} \quad \begin{cases} x = 60 (\text{loại}) \\ x = 12 (\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy số dãy ghế có trong phòng họp lúc đầu là 12 (dãy).

Bài 10 : Một đội xe cần chở 48 tấn hàng. Trước khi đi làm việc đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu chiếc? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có trọng lượng như nhau.

Hướng Dẫn :



Gọi $x(x \in \mathbb{N}^*)$, là số xe lúc đầu, khi đó số hàng mỗi xe: $\frac{48}{x}$ (tấn).

Trên thực tế có $x+4$ (xe), khi đó số hàng mỗi xe trên thực tế: $\frac{48}{x+4}$ (tấn).

Vì mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định nên ta có pt: $\frac{48}{x} - \frac{48}{x+4} = 1$

$$\Leftrightarrow 48(x+4) - 48x = x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \vee x = -16 (\text{loại vì } x > 0)$$

Vậy số xe ban đầu là 12 xe.

Bài 11: Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

Hướng Dẫn :

Gọi $x(h)$ là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể ($x > 0$)

Gọi $y(h)$ là thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể ($y > 0$)

Suy ra trong 1h vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

trong 1h vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

cả hai vòi chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể nên 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5}$ bể

$$\text{suy ra } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

Vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì được $\frac{1}{4}$ bể

$$\text{suy ra } \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ:



$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ \frac{1}{20} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ \frac{1}{y} = \frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{20}{3} \end{cases}$$

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể trong 20 giờ.

Vòi thứ hai chảy một mình đầy bể trong $\frac{20}{3}$ giờ.

Bài 12 : Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ) ($x > 6$)

thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ) ($y > 6$)

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

Vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể $\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

Đổi chiếu với điều kiện, giá trị $x = 10; y = 15$ thỏa mãn.

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là 10 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là 15 giờ.

Bài 13 : Một phòng họp có tổng số 80 ghế ngồi, được xếp thành từng hàng, mỗi hàng có số lượng ghế bằng nhau. Nếu bớt đi 2 hàng mà không làm thay đổi số lượng ghế trong phòng thì mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế. Hỏi lúc đầu trong phòng có bao nhiêu ghế?

Hướng Dẫn :

Gọi số hàng ghế lúc đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*; x \geq 2; 80 : x$).

\Rightarrow Số ghế ở mỗi hàng lúc đầu là $\frac{80}{x}$ (chiếc).

Nếu bớt đi 2 hàng thì số hàng còn lại là $x - 2$.

Khi đó, số ghế ở mỗi hàng là $\frac{80}{x - 2}$ (chiếc).

Vì lúc đó mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế nên ta có phương trình:



$$\frac{80}{x-2} - \frac{80}{x} = 2$$

Giải phương trình được:

$$x_1 = 10 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$x_2 = -8 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy lúc đầu có 10 hàng ghế.

Bài 14 : Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc.

Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội I là x (giờ) ($x > 5$)

Vì nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất 5 giờ

Nên thời gian đội 2 làm riêng để hoàn thành công việc là $x - 5$ giờ

Trong 1 giờ đội thứ nhất làm riêng được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 4 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ (công việc)

Trong 4 giờ đội thứ hai làm được $\frac{4}{x-5}$ (công việc)

Trong 4 giờ cả hai đội làm được: $\frac{4}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{3}$ (công việc)

Giải phương trình

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} \right) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{x-5+x}{x(x-5)} = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow 12x - 30 = x^2 - 5x \Leftrightarrow x^2 - 17x + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-15) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(ktm) \\ x = 15(tm) \end{cases}$$

Vậy thời gian hoàn thành công việc của đội I là 15 giờ, của đội II là 10 giờ

Bài 15 : Một tổ công nhân theo kế hoạch phải làm 140 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện năng suất của tổ đã vượt năng suất dự định là 4 sản phẩm mỗi ngày. Do đó tổng đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 4 ngày. Hỏi thực tế mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

Hướng Dẫn :



Gọi số sản phẩm thực tế mỗi ngày tổ công nhân sản xuất được là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 4$)

\Rightarrow Thời gian thực tế mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm là $\frac{140}{x}$ ngày

Theo kế hoạch mỗi ngày tổ công nhân đó sản xuất được số sản phẩm: $x - 4$

\Rightarrow Thời gian theo kế hoạch mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm: $\frac{140}{x-4}$ (ngày)

Theo đề bài ta có thời gian thực tế hoàn thành xong sớm hơn so với thời gian dự định là 4 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{140}{x-4} - \frac{140}{x} = 4$$

$$\Rightarrow 140x - 140(x-4) = 4x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 35x - 35(x-4) = x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 10x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-14) + 10(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+10=0 \\ x-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10(ktm) \\ x=14(tm) \end{cases}$$

Vậy thực tế mỗi ngày tổ công nhân đã làm được 14 sản phẩm.

Bài 16 : Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mủ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường đã khai thác được bao nhiêu tấn mủ cao su.

Hướng Dẫn :

Gọi số tấn mủ cao su mỗi ngày nông trường khai thác được là x (tấn) ($0 < x < 260$)

\Rightarrow Thời gian theo dự định khai thác mủ cao su của nông trường là $\frac{260}{x}$ (ngày)

Theo thực tế mỗi ngày nông trường khai thác được số tấn mủ cao su là $x + 3$ (tấn)

\Rightarrow Thời gian theo thực tế khai thác mủ cao su của nông trường là $\frac{261}{x+3}$ (ngày)

Vì nông trường khai thác xong trước thời hạn 1 ngày nên ta có phương trình:



$$\frac{261}{x+3} + 1 = \frac{261}{x} \Rightarrow 261x + x(x+3) = 260(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x = 260x + 780$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 26x + 30x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-26) + 30(x-26) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-26)(x+30) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-26=0 \\ x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=26(tm) \\ x=-30(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày nông trường khai thác 26 tấn mùn cao su.

Bài 17 : Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm riêng xong được công việc ấy, thì đội thứ hai cần nhiều hơn đội thứ nhất là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm riêng xong công việc ấy trong bao lâu ?

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian làm riêng công việc của đội thứ nhất là x (giờ) $x > 0$

Thời gian làm riêng xong công việc của đội thứ hai là $x+6$ (giờ)

Trong 1 giờ, đội thứ nhất làm được : $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ, đội thứ hai làm được: $\frac{1}{x+6}$ (công việc)

Hai đội cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ nên ta có:

$$4 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot (x+6)}{4x(x+6)} + \frac{4x}{4x(x+6)} = \frac{x(x+6)}{4x(x+6)}$$

$$\Rightarrow 4 \cdot (x+6) + 4x = x(x+6) \Leftrightarrow 4x + 24 + 4x = x^2 + 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 4x - 24 - 4x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 4x - 24 = 0 \Leftrightarrow x(x-6) + 4(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4(ktm) \\ x = 6(tm) \end{cases}$$

Vậy đội thứ nhất làm riêng xong công việc trong 6 giờ, đội thứ hai làm riêng xong công việc trong 12 giờ.



Bài 18 : Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình trong mấy giờ thì xong .

Hướng Dẫn :

Gọi x (giờ) là thời gian xong việc của người thứ nhất ($x > 16$)

Gọi y (giờ) là thời gian xong việc của người thứ hai ($y > 16$)

$$\Rightarrow \text{1 giờ người thứ nhất làm được: } \frac{1}{x}$$

$$\text{1 giờ người thứ hai làm được: } \frac{1}{y}$$

$$\text{Theo đề bài ta có phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} \text{ (chẵn)}$$

Vậy người thứ nhất mất 24 giờ xong; người thứ hai mất 48 giờ xong

Bài 19 : Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên ?

Hướng Dẫn :

Gọi số ngày làm một mình xong công việc của đội 1 là x (ngày) ($x > 15$)

Số ngày làm một mình xong công việc của đội 2 là y (ngày) ($y > 15$)

Trong một ngày đội 1 làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong một ngày đội 2 làm được số phần công việc là $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai đội làm chung trong 15 ngày thì xong nên ta có phương trình: $\frac{15}{x} + \frac{15}{y} = 1$ (1)

Trong 3 ngày đội 1 làm được $\frac{3}{x}$ công việc, trong 5 ngày đội 2 làm được $\frac{5}{y}$ công việc

Đội 1 làm trong 3 ngày và đội hai làm trong 5 ngày được $25\% = \frac{1}{4}$ công việc nên ta có

$$\text{phương trình } \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{15}{x} + \frac{15}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x} = a \\ \frac{1}{y} = b \end{cases}$ ta được:
$$\begin{cases} 15a + 15b = 1 \\ 3a + 5b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{24} \\ b = \frac{1}{40} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(tm) \\ y = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy đội 1 mất 24 ngày làm xong, đội 2 mất 40 ngày làm xong

Bài 20 : Một đội xe vận tải được phân công chở 112 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự tính. Tính số xe ban đầu của đội xe, biết rằng mỗi xe đều chở khối lượng hàng như nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi số xe ban đầu của đội là x (xe) ($x > 2$)

Theo kế hoạch mỗi xe phải chở số hàng $\frac{112}{x}$ (tấn hàng)

Do có 2 xe đi làm nhiệm vụ nên số xe thực tế là $x - 2$ xe

Nên mỗi xe thực tế phải chở số hàng: $\frac{112}{x - 2}$ (tấn hàng)

Theo đề ta có phương trình:

$$\frac{112}{x - 2} - \frac{112}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 224 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -16(ktm) \\ x = 18(tm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu đội có 18 xe

Bài 21 : Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 360 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đã may nhiều hơn 4 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

Hướng Dẫn :

Gọi x là số bộ quần áo mà xưởng may phải may trong một ngày theo kế hoạch
($0 < x < 360, x \in \mathbb{N}$)

Suy ra số ngày mà xưởng may phải hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{360}{x}$ (ngày)

Số bộ quần áo mà xưởng thực tế đã may trong một ngày là $x + 4$ (bộ)

Số ngày thực tế mà xưởng may đã hoàn thành là $\frac{360}{x + 4}$ (ngày)



Theo bài ta có phương trình: $\frac{360}{x+4} + 1 = \frac{360}{x}$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 1440 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36(tm) \\ x = -40(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày xưởng phải may 36 bộ quần áo

Bài 22 : Bác Bình dự định trồng 300 cây cam theo nguyên tắc trồng thành các hàng, mỗi hàng có số cây bằng nhau. Nhưng khi thực hiện bác Bình đã trồng thêm 2 hàng, mỗi hàng thêm 3 cây so với dự kiến ban đầu nên đã trồng được tất cả 391 cây. Tính số cây trên một hàng mà bác Bình dự kiến trồng ban đầu

Hướng Dẫn :

Gọi x là số cây trên 1 hàng ($x \in \mathbb{N}^*, x < 300$) \Rightarrow Số hàng là: $\frac{300}{x}$

Theo đề ta có phương trình:

$$\left(\frac{300}{x} + 2\right)(x + 3) = 391$$

$$\Leftrightarrow 300 + 2x + \frac{900}{x} + 6 = 391$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 85x + 900 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{45}{2}(ktm) \\ x = 20(tm) \end{cases}$$

Vậy dự định bác Bình trồng 20 cây/ 1 hàng

Bài 23 : Một đội công nhân đặt kế hoạch sản xuất 250 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu, họ thực hiện đúng theo kế hoạch. Mỗi ngày sau đó, họ đều làm vượt mức 5 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với dự định. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm? Biết rằng năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được thực tế là $x + 5$ (sản phẩm)

Số ngày làm hết 250 sản phẩm theo kế hoạch là $\frac{250}{x}$ (ngày)

Trong 4 ngày đầu đội công nhân làm được $4x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm cần làm thêm để hoàn thành kế hoạch là $250 - 4x$ (sản phẩm)



Số ngày làm xong $250 - 4x$ sản phẩm là $\frac{250 - 4x}{x + 5}$ (ngày)

Do đội đó hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{250}{x} - 1 &= 4 + \frac{250 - 4x}{x + 5} \Leftrightarrow \frac{250}{x} - \frac{250 - 4x}{x + 5} = 5 \\ \Leftrightarrow \frac{250(x + 5) - x(250 - 4x)}{x(x + 5)} &= 5 \Rightarrow 250x + 1250 - 250x + 4x^2 = 5x^2 + 25x \\ \Leftrightarrow x^2 + 25x - 1250 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 25x + 50x - 1250 = 0 \\ \Leftrightarrow x(x - 25) + 50(x - 25) &= 0 \Leftrightarrow (x - 25)(x + 50) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ x = -50(ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân phải làm theo kế hoạch là 25 sản phẩm.

Bài 24 : Hai người thợ cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong. Mỗi ngày, lượng công việc của người thứ hai làm được nhiều gấp 3 lần lượng công việc của người thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người làm xong công việc đó trong bao nhiêu ngày.

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (ngày) ($x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (ngày) ($y > 0$)

\Rightarrow Mỗi ngày người thứ nhất làm được: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai người cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong nên mỗi ngày hai người làm chung được $\frac{1}{9}$ công việc, do đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}$ (1)

Lại có mỗi ngày, lượng công việc của người thứ hai làm được gấp ba lần lượng công việc của người thứ nhất nên ta có phương trình: $\frac{1}{y} = \frac{3}{x}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình



$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{9} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{1}{9} \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36(tm) \\ y = 12(tm) \end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 36 ngày và người thứ hai làm một mình xong công việc hết 12 ngày.

Bài 25 : Hưởng ứng ngày Chủ nhật xanh do UBND tỉnh phát động với chủ đề “Hãy hành động để Thừa Thiên Huế thêm Xanh, Sạch, Sáng”, một trường THCS đã cử học sinh của hai lớp 9A và 9B cùng tham gia làm tổng vệ sinh một con đường, sau $\frac{35}{12}$ giờ thì làm xong công việc. Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm riêng thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc ?

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian lớp 9A làm một mình xong công việc là x (giờ) $\left(x > \frac{35}{12}\right)$

Gọi thời gian lớp 9B làm một mình xong công việc là y (giờ) $(y > 2)$

\Rightarrow Mỗi giờ lớp 9A làm được phần công việc là $\frac{1}{x}$ (công việc)

\Rightarrow Mỗi giờ lớp 9B làm được phần công việc là $\frac{1}{y}$ (công việc)

Mỗi giờ thì cả hai lớp 9A và 9B làm được phần công việc là $1: \frac{35}{12} = \frac{12}{35}$ (công việc)

Theo đề bài ta có hai lớp cùng làm chung công việc trong $\frac{35}{12}$ giờ thì xong công việc nên ta

có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{12}{35}$ (1)

Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ nên ta có phương trình $y = x + 2$ (2)

Thế phương trình (2) vào phương trình (1) ta được:



$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35} \Rightarrow 35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 35x + 70 + 35x = 12x^2 + 24x$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 46x - 70 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 60x + 14x - 70 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x(x-5) + 14(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(12x+14) \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ 12x+14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5(tm) \\ x=-\frac{7}{6}(ktm) \end{cases}$$

Vậy nếu làm việc một mình thì lớp 9A làm xong công việc trong 5 giờ, lớp 9B làm xong công việc trong $5+2=7$ giờ

Bài 26 : Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để vận chuyển 20 tấn hàng hóa theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe nhỏ. Mỗi xe nhỏ vận chuyển được khối lượng ít hơn 1 tấn so với mỗi xe lớn theo dự định. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi mỗi xe nhỏ vận chuyển bao nhiêu tấn hàng hóa (Biết các xe cùng loại thì có khối lượng vận chuyển như nhau).

Hướng Dẫn :

Gọi số tấn hàng hóa mỗi xe nhỏ vận chuyển là x (tấn) ($x > 0$)

Mỗi loại xe lớn vận chuyển được số tấn hàng: $x+1$ (tấn)

Khi đó số lượng xe nhỏ dự định phải dùng để chở hết 20 tấn hàng hóa : $\frac{20}{x}$ (xe)

Số xe lớn dự định phải dùng để chở hết 20 tấn hàng hóa là: $\frac{20}{x+1}$ (xe)

Vì thực tế số xe nhỏ dùng nhiều hơn dự định là 1 xe.

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1 \Leftrightarrow \frac{20x+20-20x}{x(x+1)} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 20 \Leftrightarrow x^2 + x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5(ktm) \\ x = 4(tm) \end{cases}$$

Vậy mỗi xe nhỏ vận chuyển được 4 tấn hàng hóa.



Bài 27 : Hai người công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 16 giờ. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm hai giờ thì họ làm được $\frac{1}{6}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành việc đó trong bao lâu?

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian người công nhân A làm một mình xong công việc là x (giờ), ($x > 16$).

Thời gian người công nhân B làm một mình xong công việc là y (giờ), ($y > 16$).

Mỗi giờ A làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), B làm được $\frac{1}{y}$ (công việc), cả hai làm được $\frac{1}{16}$ (công việc).

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{16} - \frac{1}{x}$ (1)

Vì A làm 3 giờ và B làm 2 giờ thì họ làm được $\frac{1}{6}$ công việc, nên ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{6} \quad (2)$$

Từ (1) thế vào (2) ta được: $\frac{3}{x} + \frac{2}{16} - \frac{2}{x} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \Rightarrow x = 24$, thay vào (1), ta được:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{16} - \frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \Rightarrow y = 48.$$

Đối chiếu điều kiện ta có thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là 24 giờ, người thứ hai là 48 giờ.

Bài 28 : Do cải tiến kỹ thuật nên tổng sản lượng thu hoạch cam nhà bác Minh năm 2017 đạt 80 tấn, tăng 20% so với năm 2016. Hỏi năm 2016 nhà bác Minh thu hoạch được bao nhiêu tấn cam?

Hướng Dẫn :

Năm 2016, bác Minh thu hoạch được số cam là: $80 : 120\% = 66,67$ (tấn)

Bài 29 : Hai người cùng xây một bức tường. Sau khi làm được 4 giờ, người thứ nhất nghỉ, người thứ hai tiếp tục xây thêm 8 giờ nữa thì hoàn thành bức tường. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ một người xây thì sau bao lâu bức tường được hoàn thành, biết rằng người thứ nhất xây bức tường đó nhanh hơn người thứ hai 6 giờ ?

Hướng Dẫn :

Gọi x (giờ) là thời gian người thứ nhất xây xong bức tường.

Gọi y (giờ) là thời gian người thứ hai xây xong bức tường. ($x > 0, y > 0$)

Người thứ nhất xây bức tường đó nhanh hơn người thứ hai 6 giờ nên ta có phương trình: $-x + y = 6$ (2)



Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ -x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 12x = xy \\ y = 6 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(6+x) + 12x = (6+x)x \\ y = 6 + x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 10y - 24 = 0 \quad (3) \\ x = 6 + y \quad (4) \end{cases}$$

$$\text{Từ (3)} \Leftrightarrow y^2 - 10y - 24 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = (-5)^2 - 1 \cdot (-24) = 49 > 0$$

Suy ra $x_1 = 12$ (nhận), $x_2 = -2$ (loại).

Thay $x = 12$ vào (4) ta được $y = 12 + 6 = 18$.

Vậy nếu chỉ một người xây thì người thứ nhất hoàn thành sau 12 giờ, người thứ hai hoàn thành sau 18 giờ.

Bài 30 : Nếu mở cả hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì sau 3 giờ bể đầy nước. Nếu mở riêng từng vòi thì vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ 30 phút. Hỏi nếu mở từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu đầy bể.

Hướng Dẫn :

Phương pháp:

+ Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy 1 mình đầy bể là $x(h)$ (ĐK: $x > 0$)

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy 1 mình đầy bể là $y(h)$ (ĐK: $y > 0$)

+ Tính trong 1h mỗi vòi chảy được bao nhiêu phần của bể.

+ Dựa vào các dữ kiện đã cho lập hệ phương trình và giải hệ phương trình.

Cách giải:

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy 1 mình đầy bể là $x(h)$ (ĐK: $x > 0$)

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy 1 mình đầy bể là $y(h)$ (ĐK: $y > 0$)

Khi đó mỗi vòi giờ thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể và vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.



Vì nếu mở cả hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì sau 3 giờ bể đầy nên mỗi giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{3}$ bể, do đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ (1).

Vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ 30 phút $= \frac{5}{3}(h)$ nên ta có phương trình: $x + \frac{5}{2} = y$ (2)

Thay (2) vào (1) ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{5}{2}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\left(x + \frac{5}{2}\right) + 3x = x\left(x + \frac{5}{2}\right)$.

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{15}{2} + 3x = x^2 + \frac{5}{2}x \Leftrightarrow x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 3x - 15 = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 5) + 3(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5(tm) \\ x = -\frac{3}{2}(ktm) \end{cases} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{2} = 7,5(tm)$$

Vậy thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là 5 giờ và thời gian vòi 2 chảy 1 mình đầy bể là 7,5 giờ.

Bài 31 : Theo kế hoạch, một người công nhân phải hoàn thành 84 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm được nhiều hơn 2 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm trong một giờ theo kế hoạch. Vì vậy, người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân phải làm bao nhiêu sản phẩm ?

Hướng Dẫn :

Gọi x là số sản phẩm mỗi giờ mà người công nhân phải hoàn thành theo kế hoạch (sp/h, $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 84$)

Theo bài ra ta có:

Số sản phẩm mỗi giờ mà người công nhân phải hoàn thành theo thực tế: $x+2$ (sp/h)

Thời gian mà công nhân hoàn thành theo kế hoạch: $\frac{84}{x}(h)$

Thời gian mà công nhân hoàn thành theo thực tế: $\frac{84}{x+2}(h)$

Người công nhân đó hoàn thành công việc sớm hơn định 1h nên ta có phương trình:



$$\frac{84}{x} - \frac{84}{x+2} = 1$$

Giải phương trình ta được: $x_1 = 12$ (TMĐK) ; $x_2 = -14$ (KTMDK)

Vậy theo kế hoạch mỗi giờ người công nhân phải làm 12 sản phẩm.

Bài 32 : Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 12 giờ, nếu làm

riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi nếu làm

riêng thì thời gian để mỗi đội hoàn thành công việc là bao nhiêu?

Hướng Dẫn :

Gọi x (giờ) là thời gian đội I làm xong công việc ($x > 12$)

Thời gian đội thứ II làm xong công việc là: $x - 7$ (giờ)

Trong một giờ:

+) Đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

+) Đội II làm được $\frac{1}{x-7}$ (công việc)

+) Cả hai đội làm được $\frac{1}{12}$ (công việc)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{12}$$

$$\Leftrightarrow 12(x-7) + 12x = x(x-7)$$

$$\Leftrightarrow 12x - 84 + 12x = x^2 - 7x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 31x + 84 = 0$$

$$\Delta = (-31)^2 - 4 \cdot 84 = 625 > 0; \sqrt{\Delta} = 25$$

$$x_1 = \frac{31+25}{2} = 28(TM)$$

$$x_2 = \frac{31-25}{2} = 3(L)$$

Vậy thời gian đội I làm xong công việc là 28 giờ, thời gian đội II làm xong công việc là: $28 - 7 = 21$ (giờ).

Bài 33 : Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để chở 20 tấn rau theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe có trọng tải nhỏ hơn 1 tấn. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải của mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn?

Hướng Dẫn :

Gọi trọng tải của mỗi xe nhỏ là x (tấn) ($x > 0$)

Trọng tải của mỗi xe lớn là $x + 1$ (tấn)



Số xe (lớn) dự định phải dùng là $\frac{20}{x+1}$ (xe); số xe (nhỏ) thực tế phải dùng là $\frac{20}{x}$ (xe)

Vì số xe nhỏ thực tế phải dùng nhiều hơn dự định 1 xe nên:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1$$

$$\frac{20}{x(x+1)} = 1 \Leftrightarrow x(x+1) = 20 \Leftrightarrow (x+5)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(TM) \\ x = -5(L) \end{cases}$$

Vậy trọng tải của mỗi xe nhỏ là 4 tấn.

Bài 34 : Một xưởng có kế hoạch in xong 6000 quyển sách giống nhau trong một thời gian quy định, biết số quyển sách in được trong một ngày là bằng nhau. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xưởng đã in nhiều hơn 300 quyển sách so với số quyển sách phải in trong kế hoạch, nên xưởng in xong 6000 quyển sách nói trên sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Tính số quyển sách xưởng in được trong 1 ngày theo kế hoạch.

Hướng Dẫn :

Gọi x là số quyển sách xưởng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch (x nguyên dương)

Số ngày in theo kế hoạch: $\frac{6000}{x}$ (ngày)

Số quyển sách xưởng in được thực tế trong mỗi ngày : $x+300$ (quyển sách)

Số ngày in thực tế: $\frac{6000}{x+300}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{6000}{x} - \frac{6000}{x+300} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + 300x - 1800000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 1200(\text{nhận}); x_2 = -1500(\text{loại})$$

Vậy số quyển sách xưởng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch là: 1200 (quyển sách)

Bài 35 : Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng Dẫn :

Gọi x là sản phẩm xưởng sản xuất trong 1 ngày theo kế hoạch ($x > 0$)

\Rightarrow Số ngày theo kế hoạch là: $\frac{1100}{x}$

Số ngày thực tế là $\frac{1100}{x+5}$ Theo giả thiết của bài toán ta có :



$$\frac{1100}{x} - \frac{1100}{x+5} = 2$$

$$\Leftrightarrow 1100(x+5) - 1100x = 2x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 5500 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 50 \text{ hay } x = -55 (\text{loại})$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất là 50 sản phẩm.

Bài 36 : Một đội xe nhận vận chuyển 72 tấn hàng nhưng khi sắp khởi hành thì có 3 xe bị hỏng, do đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 2 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc, biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi số xe lúc đầu của đoàn xe là x chiếc ($x > 3$, x nguyên dương)

Số hàng mỗi xe phải chở theo dự định là $\frac{72}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế chở hàng là: $x - 3$ (chiếc)

Số hàng mỗi xe thực tế phải chở là: $(\frac{72}{x} + 2)$ (tấn)

Theo bài ra ta có pt:

$$(x-3)(\frac{72}{x} + 2) = 72$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(72+2x) = 72x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 108 = 0 \Leftrightarrow x = -9 \text{ hoặc } x = 12. \text{ Đối chiếu đk, ta có : } x = 12.$$

Vậy đoàn xe lúc đầu có 12 chiếc.

Bài 37 : Một đội xe phải chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau

Hướng Dẫn :

Gọi số xe của đội lúc đầu là x (xe), ($x > 0$)

Sau khi bổ sung thêm 3 xe thì số xe của đội là: $x + 3$ (xe)

Theo dự định thì mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{36}{x}$ (tấn)

Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{36}{x+3}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$$

$$\Leftrightarrow 36(x+3) - 36x = x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 36x + 108 - 36x - x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$



$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-108) = 441 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{441}}{2} = -12 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{441}}{2} = 9(TM) \end{cases}$$

Vậy số xe lúc đầu của đội là 9 xe.

Bài 38 : Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần (mỗi tuần trồng được diện tích bằng nhau). Thực tế, mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên cuối cùng đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn dự định một tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

Hướng Dẫn :

Gọi diện tích rừng mà mỗi tuần lâm trường dự định trồng là x (ha). (Điều kiện: $x > 0$)

Theo dự định, thời gian trồng hết 75 ha rừng là: $\frac{75}{x}$ (tuần)

Vì mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên thực tế mỗi tuần lâm trường trồng được $x + 5$ (ha)

Do đó thời gian thực tế lâm trường trồng hết 80 ha rừng là $\frac{80}{x+5}$ (tuần)

Vì thực tế, lâm trường trồng xong sớm so với dự định là 1 tuần nên ta có phương trình:

$$\frac{75}{x} - \frac{80}{x+5} = 1$$

Giải ra ta được: $x = 15$ (thỏa mãn điều kiện); $x = -20$ (loại)

Vậy mỗi tuần lâm trường dự định trồng 15 ha rừng.

Bài 39 : Có hai can đựng dầu, can thứ nhất đang chứa 38 lít và can thứ hai đang chứa 22 lít. Nếu rót từ can thứ nhất sang cho đầy can thứ hai thì lượng dầu trong can thứ nhất chỉ còn lại một nửa thể tích của nó. Nếu rót từ can thứ hai sang cho đầy can thứ nhất thì lượng dầu trong can thứ hai chỉ còn lại một phần ba thể tích của nó. Tính thể tích của mỗi can.

Hướng Dẫn :

Gọi thể tích của can thứ nhất và can thứ hai lần lượt là x và y (lít) ($x > 38$, $y > 22$)

Rót từ can 1 sang cho đầy can 2, thì lượng rót là $y - 22$ (lít), nên can 1 còn $38 - (y - 22) = 60 - y$ (lít), bằng 1 nửa thể tích can 1 do đó $x = 2(60 - y) \Leftrightarrow x + 2y = 120$ (1)

Rót từ can 2 sang cho đầy can 1, thì lượng rót là $x - 38$ (lít), nên can 2 còn $22 - (x - 38) = 60 - x$ (lít), bằng một phần ba thể tích can 2 do đó $y = 3(60 - x) \Leftrightarrow 3x + y = 180$ (2)

Từ (1) và (2), giải hệ ta có $x = 48$; $y = 36$ (tm)

Vậy thể tích của can thứ nhất và can thứ hai lần lượt là 48 lít và 36 lít



Bài 40 : Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt.

Hướng Dẫn :

Gọi số xe ban đầu là x (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{24}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế là $x + 2$ (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{24}{x+2}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow 12(x+2) - 12x = x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-24) = 25$$

Từ đó ta tìm được $x_1 = 4$ (thỏa mãn điều kiện) và $x_2 = -6$ (loại).

Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Bài 41 : Một tổ công nhân phải may xong 420 bộ đồng phục trong khoảng thời gian nhất định. Nếu thêm 3 công nhân vào tổ thì mỗi người sẽ may ít hơn lúc ban đầu là 7 bộ đồng phục. Tính số công nhân có trong tổ lúc đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi số công nhân của tổ lúc đầu là x (công nhân) ($x > 0$, x nguyên) thì số công nhân của tổ lúc sau là $x + 3$ (công nhân)

Suy ra số bộ đồng phục mỗi người phải may lúc đầu là $\frac{420}{x}$ (bộ)

Suy ra số bộ đồng phục mỗi người phải may lúc sau là $\frac{420}{x+3}$ (bộ)

$$\text{Theo đề bài ta có } \frac{420}{x} = \frac{420}{x+3} + 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0 \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \\ x = -15(L) \end{cases} \quad 0,25$$

Vậy số công nhân của tổ lúc đầu là 12 người



Bài 42 : Một phòng học có 10 băng ghế. Học sinh của lớp 9A được sắp xếp chỗ ngồi đều nhau trên mỗi băng ghế. Nếu bớt đi 2 băng ghế, thì mỗi băng ghế phải bố trí thêm một học sinh ngồi nữa mới đảm bảo chỗ ngồi cho tất cả học sinh của lớp. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh lớp 9A là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Nếu có 10 băng ghế thì mỗi băng có số học sinh là $\frac{x}{10}$ (học sinh)

Nếu bớt đi 2 băng ghế, còn 8 băng thì mỗi băng có số học sinh là $\frac{x}{8}$ (học sinh)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{x}{8} - \frac{x}{10} &= 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}\right)x = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{40}x = 1 \\ &\Leftrightarrow x = 40(TM)\end{aligned}$$

Vậy lớp 9A có 40 học sinh.

Bài 43 : Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Hướng Dẫn :

Gọi số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là x (sản phẩm). ĐK: $x > 10$; $x \in \mathbb{Z}$

Do đó:

Số sản phẩm tổ dự định làm trong mỗi ngày là: $x - 10$ (sản phẩm).

Thời gian tổ hoàn thành công việc trong thực tế là: $\frac{240}{x}$ (ngày)

Thời gian tổ hoàn thành công việc theo dự định là: $\frac{240}{x-10}$ ngày

Vì tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày, do đó ta có phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} &= 1 \\ \Leftrightarrow 120x - 120x + 1200 &= x^2 - 10x \\ \Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ x = -30(L) \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là 40 sản phẩm.



Bài 44 : Để chuẩn bị cho một chuyến đi đánh bắt cá ở Hoàng Sa, hai ngư dân đảo Lý Sơn cần chuyển một số lương thực, thực phẩm lên tàu. Nếu người thứ nhất chuyển xong một nửa số lương thực, thực phẩm; sau đó người thứ hai chuyển hết số còn lại lên tàu thì thời gian người thứ hai hoàn thành lâu hơn người thứ nhất là 3 giờ. Nếu cả hai cùng làm chung thì thời gian chuyển hết số lương thực, thực phẩm lên tàu là $\frac{20}{7}$ giờ. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi người chuyển hết số lương thực, thực phẩm đó lên tàu trong thời gian bao lâu?

Hướng Dẫn :

Gọi x (giờ) là thời gian người thứ I một mình làm xong cả công việc.

và y (giờ) là thời gian người thứ II một mình làm xong cả công việc. (Với x, y > $\frac{20}{7}$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{20} \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{20} \quad (1) \\ y - x = 6 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{7}{20}$

Giải phương trình được $x_1 = 4, x_2 = -\frac{30}{7}$

Chọn x = 4.

Vậy thời gian một mình làm xong cả công việc của người thứ I là 4 giờ, của người thứ II là 10 giờ.

Bài 45 : Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì xong một con đường. Nếu mỗi đội làm riêng để xong con đường thì thời gian đội thứ nhất ít hơn đội thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội làm xong con đường trong thời gian bao lâu?

Hướng Dẫn :

Gọi đội thứ nhất làm 1 mình xong công việc trong x (giờ)

Đội thứ hai làm 1 mình xong công việc y (giờ) (x;y>4)

1 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

1 giờ đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

1 giờ cả 2 đội làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ (1)

Theo đề ra ta có : x+6=y(2)



Từ (1) và (2) ta có :
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} & (1) \\ x + 6 = y & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(x+6) + 2x = x(x+6)$$

$$\Leftrightarrow 4x + 24 + 2x = x^2 + 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 24 = 25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 5 = -4(L) \\ x = 1 + 5 = 6(TM) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 6 + 6 = 12.$$

Vậy đội 1 làm trong 6 giờ, đội 2 làm trong 12 giờ.

Bài 46 : Hai người thợ cùng làm một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được một phần tư công việc. Hỏi mỗi người thợ làm một mình thì trong bao nhiêu giờ mới xong công việc đó.

Hướng Dẫn :

Gọi thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong việc là x(giờ) ($x > 16$)

thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong việc là y(giờ) ($y > 16$)

Suy ra trong thời gian 1 giờ người thợ thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Trong thời gian 3 giờ người thợ thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ công việc

trong thời gian 1 giờ người thợ thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Trong thời gian 6 giờ người thợ thứ hai làm được $\frac{6}{y}$ công việc

Hai người cùng làm trong 16 giờ thì xong việc, có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$

Người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì được một phần tư công việc, ta có

phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$

Từ đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

Kết luận: thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong việc là 24 (giờ)
thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong việc là 48 giờ



Bài 47 : Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi. Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi thêm một ghế mới đủ chỗ. Tính xem lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế? (Biết rằng mỗi hàng ghế không có nhiều hơn 20 ghế)

Hướng Dẫn :

Gọi số hàng ghế là x ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 360$)

Gọi số ghế trên mỗi hàng ban đầu là y ($y \in \mathbb{N}^*$, $y \leq 20$)

Vì 360 ghế được xếp thành x hàng và mỗi hàng có y ghế nên ta có phương trình:

$$xy=360(1)$$

Phải kê thêm một hàng ghế nên số hàng ghế sau đó là $x + 1$ (hàng)

Mỗi hàng ghế phải kê thêm một ghế nên số ghế mỗi hàng sau đó là $y + 1$ (ghế)

Vì 400 người ngồi đủ $x + 1$ hàng, mỗi hàng $y + 1$ ghế nên ta có phương trình:

$$(x+1)(y+1)=400(2)$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 360 \\ (x+1)(y+1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 260 \\ xy + x + y + 1 = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 39 \\ xy = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x; y) = (24; 15)(TM) \\ (x; y) = (15; 24)(L) \end{cases}$$

Vậy có 15 hàng, mỗi hàng 24 ghế.

Bài 48 : Lớp 9A dự định trồng 420 cây xanh. Đến ngày thực hiện có 7 bạn không tham gia do được triệu tập học bồi dưỡng đội tuyển học sinh giỏi của nhà trường nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 3 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh lớp 9A là x ($x \in \mathbb{Z}^+$, $x > 7$).

Theo kế hoạch, mỗi em phải trồng $\frac{420}{x}$ (cây)

Trên thực tế số học sinh còn lại là : $x - 7$.

Trên thực tế, mỗi em phải trồng $\frac{420}{x-7}$ (cây)

Do lượng cây mỗi em trồng trên thực tế hơn 3 cây so với kế hoạch nên ta có phương trình :

$$\frac{420}{x-7} - \frac{420}{x} = 3(x > 7)$$

$$\Leftrightarrow 420x - 420(x-7) = 3x(x-7)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 21x - 2940 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x - 980 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-35)(x+28) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 35(TM) \\ x = -28(L) \end{cases}$$



Vậy lớp 9A có 35 học sinh.

Bài 49 : Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 30 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 2 xe nên mỗi xe chở ít hơn 0,5 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc xe?

Hướng Dẫn :

Gọi số xe trong đoàn xe lúc đầu là x (chiếc ($x \in \mathbb{Z}^+$)).

Số xe trong đoàn xe khi bổ sung thêm là $x+2$ (chiếc).

Lúc đầu, lượng hàng mỗi xe phải chở là $\frac{30}{x}$ (tấn)

Lúc thêm 2 xe, lượng hàng mỗi xe phải chở là $\frac{30}{x+2}$ (tấn)

Do bổ sung thêm 2 xe thì mỗi xe chở ít hơn $0,5 = \frac{1}{2}$ tấn hàng nên ta có phương trình :

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+2} = \frac{1}{2} \quad (x \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\Rightarrow 60(x+2) - 60x = x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-120) = 121 > 0$$

$$\sqrt{\Delta'} = 11$$

$$x_1 = -1 + 11 = 10(TM); x_2 = -1 - 11 = -12(L)$$

Vậy lúc đầu đoàn xe có 10 chiếc.

Bài 50 : Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội được bổ sung thêm 3 chiếc nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe, biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi x (chiếc) là số xe ban đầu của đội (ĐK: x nguyên dương)

Số xe lúc sau: $x+3$ (chiếc)

Số tấn hàng được chở trên mỗi xe lúc đầu: $\frac{36}{x}$ (tấn)

Số tấn hàng được chở trên mỗi xe lúc sau: $\frac{36}{x+3}$ (tấn)

Theo đề bài ta có phương trình:



$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$$
$$\Leftrightarrow \frac{36(x+3)}{x(x+3)} - \frac{36x}{x(x+3)} = \frac{x(x+3)}{x(x+3)}$$
$$\Leftrightarrow 36x + 108 - 36x = x^2 + 3x$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9(TM) \\ x = -12(L) \end{cases}$$

Vậy: lúc đầu đội có 9 chiếc xe.

Bài 51 : Hưởng ứng phong trào “*Vì biển đảo Trường Sa*” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở thêm hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu, biết các tàu chở số tấn hàng bằng nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi x (chiếc) là số tàu dự định của đội ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 140$)

Số tàu tham gia vận chuyển là $x+1$ (chiếc)

Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo dự định: $\frac{280}{x}$ (tấn)

Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo thực tế : $\frac{280}{x+1}$ (tấn)

Theo đề bài ta có pt: $\frac{280}{x} - \frac{280}{x+1} = 2$

$$\Leftrightarrow 280(x+1) - 286x = 2x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -14(L) \end{cases}$$

Vậy đội tàu lúc đầu là có 10 chiếc

Bài 52: Nhân ngày quốc tế thiếu nhi, 13 HS (nam và nữ) tham gia gói 80 phần quà cho các em thiếu nhi. Biết tổng số quà mà HS nam gói được bằng tổng số quà mà HS nữ gói được. Số quà mỗi bạn nam gói nhiều hơn số quà mà mỗi bạn nữ gói là 3 phần. Tính số HS nam và nữ.

Hướng Dẫn :

Gọi x (HS) là số HS nam.

ĐK: $0 < x < 13$, x nguyên.

Số HS nữ là: $13 - x$ (HS)

Số phần quà mà mỗi HS Nam gói được: $\frac{40}{x}$ (phần)



Số phần quà mà mỗi HS nữ gói được: $\frac{40}{13-x}$ (phần)

Theo bài toán ta có phương trình:

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{13-x} = 3$$

$$\Leftrightarrow 40(13-x) - 40x = 3x(13-x)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 119x + 520 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 5$.

Vậy số HS nam là 5, số HS nữ là 8.

Bài 53 : Hai công nhân cùng làm chung một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ 20 phút và người thứ hai làm trong 10 giờ thì xong công việc. Tính thời gian mỗi công nhân khi làm riêng xong công việc.

Hướng Dẫn :

Gọi x (h) là thời gian người thứ nhất làm 1 mình xong công việc ($x > 6$).

Thì trong 1h người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (cv)

y (h) là thời gian người thứ hai làm 1 mình xong công việc ($y > 6$)

Trong 1h người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (cv)

Trong 3h20' người thứ nhất làm được $\frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x}$ (công việc) trong 10h người thứ hai làm

được $10 \cdot \frac{1}{y}$ (công việc)

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{y}\right) + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{20}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} (TM)$$

Bài 54 :) Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 120 tấn hàng. Hôm làm việc do có 5 xe được điều đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,8 tấn hàng so với dự định ban đầu. Biết khối lượng hàng mỗi xe chuyên chở như nhau, hỏi đoàn xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Hướng Dẫn :

Gọi số chiếc xe ban đầu của đoàn xe vận tải là x (chiếc) ($x > 5$, $x \in \mathbb{N}$)



Số chiếc xe thực tế của đoàn xe vận tải là $x - 5$ (chiếc)

Khối lượng hàng mỗi xe phải chở ban đầu là $\frac{120}{x}$ tấn

Khối lượng hàng mỗi xe phải chở thực tế là $\frac{120}{x-5}$ tấn

Theo giả thiết ta có phương trình

$$\frac{120}{x-5} - \frac{4}{5} = \frac{120}{x}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 20x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -25 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được số chiếc xe ban đầu của đoàn xe vận tải là 30 chiếc.

Bài 55 : Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Hướng Dẫn :

Gọi số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là x (sản phẩm). ĐK: $x > 10$; $x \in \mathbb{Z}$

Do đó:

Số sản phẩm tổ dự định làm trong mỗi ngày là: $x - 10$ (sản phẩm).

Thời gian tổ hoàn thành công việc trong thực tế là: $\frac{240}{x}$ (ngày).

Thời gian tổ hoàn thành công việc theo dự định là: $\frac{240}{x-10}$ (ngày).

Vì tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày, do đó ta có phương trình:

$$\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} = 2$$

Giải pt:

$$\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} = 2 \Rightarrow \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 1 \Rightarrow 120x - 120x + 1200 = x^2 - 10x \Rightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0$$

$$\Delta' = 25 + 1200 = 1225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{1225} = 35$$

PT có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = 5 + 35 = 40$ (nhận)



$$x_2 = 5 - 35 = -30 \text{ (loại)}$$

Vậy số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là 40 sản phẩm.

Dạng 4: Toán chuyển động

Phương pháp chung

Bước 1: Kẻ bảng nếu được, gọi ẩn, kèm theo đơn vị và điều kiện cho ẩn.

Bước 2: Giải thích từng ô trong bảng, lập luận để thiết lập phương trình bậc hai.

Bước 3: Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và trả lời bài toán.

Dạng 4.1: Chuyển động trên bộ (giải bằng cách lập hệ phương trình)

Ghi nhớ công thức: Quãng đường = Vận tốc x thời gian

Các bước giải

Bước 1 Kẻ bảng gồm vận tốc, thời gian, quãng đường và điền các thông tin vào bảng đó rồi gọi các ẩn, kèm theo đơn vị và điều kiện cho các ẩn.

Bước 2 Giải thích từng ô trong bảng, lập luận để thiết lập hệ phương trình.

Bước 3 Giải hệ phương trình, đối chiếu nghiệm với điều kiện, rồi trả lời bài toán.

Ví dụ 1: Một xe máy đi A từ đến B trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 20km / h thì đến B sớm 1 giờ so với dự định, nếu vận tốc giảm đi 10km / h thì đến B muộn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB .

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Dự định	x	y	xy
Trường hợp 1	$x + 20$	$y - 1$	$(x + 20)(y - 1)$
Trường hợp 2	$x - 10$	$y + 1$	$(x - 10)(y + 1)$

Gọi vận tốc và thời gian dự định lần lượt là x (km/h) và y (giờ).

Điều kiện: $x > 10, y > 1$

Quãng đường AB là xy (km)

Trong trường hợp 1: Vận tốc là $x + 20$ (km/h)

Thời gian là $y - 1$ (giờ)

Suy ra quãng đường AB là : $(x + 20)(y - 1)$ (km)

Do quãng đường không đổi nên ta có phương trình:



$$(x + 20)(y - 1) = xy$$

$$\text{Hay } x - 20y = -20 \quad (1)$$

Trường hợp 2: Vận tốc là $x - 10$ (km/h)

Thời gian là $y + 1$ (giờ)

Suy ra quãng đường AB là: $(x - 10)(y + 1)$ (km)

Do quãng đường không đổi nên ta có phương trình

$$(x - 10)(y + 1) = xy \text{ hay } x - 10y = 10 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x - 20y = -20 \\ x - 10y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy quãng đường AB là $xy = 120$ (km)

Dạng 4.2: Chuyển động trên dòng nước của ca nô (giải bằng cách lập HPT)

Vận tốc xuôi dòng = Vận tốc riêng của ca nô + Vận tốc dòng nước

Vận tốc ngược dòng = Vận tốc riêng của ca nô - Vận tốc dòng nước

Quãng đường = Vận tốc x thời gian

Ví dụ. Một ca nô chạy trên một khúc sông, xuôi dòng 20km rồi ngược dòng 18km hết 1 giờ 25 phút. Lần khác, ca nô đó đi xuôi dòng 15km rồi ngược dòng 24km thì hết 1 giờ 30 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước, biết các vận tốc đó không đổi.

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Xuôi dòng lần 1	$x + y$	$\frac{20}{x + y}$	20
Ngược dòng lần 1	$x - y$	$\frac{18}{x - y}$	18
Xuôi dòng lần 2	$x + y$	$\frac{15}{x + y}$	15
Ngược dòng lần 2	$x - y$	$\frac{24}{x - y}$	24

Đổi: 1 giờ 25 phút = $\frac{17}{12}$ giờ ; 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ

Gọi vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước lần lượt là x và y (km/h)

Điều kiện ($x > 0$; $y > 0$; $x > y$)

Trong lần 1:

Vận tốc xuôi dòng là $x + y$ (km/h)

Quãng đường xuôi dòng là 20km nên thời gian xuôi dòng là: $\frac{20}{x + y}$ giờ



Vận tốc ngược dòng là $x - y$ (km/h)

Quãng đường ngược dòng là 18 (km) nên thời gian ngược dòng là: $\frac{18}{x - y}$ (giờ)

Vì tổng thời gian xuôi dòng và ngược dòng hết $\frac{17}{12}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{20}{x + y} + \frac{18}{x - y} = \frac{17}{12} \quad (1)$$

Trong lần 2:

Vận tốc xuôi dòng là $x + y$ (km/h)

Quãng đường xuôi dòng là 15km nên thời gian xuôi dòng là: $\frac{15}{x + y}$ giờ

Vận tốc ngược dòng là $x - y$ (km/h)

Quãng đường ngược dòng là 24 (km) nên thời gian ngược dòng là: $\frac{24}{x - y}$ (giờ)

Vì tổng thời gian xuôi dòng và ngược dòng hết $\frac{3}{2}$ giờ, nên ta có phương trình:

$$\frac{15}{x + y} + \frac{24}{x - y} = \frac{3}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{20}{x + y} + \frac{18}{x - y} = \frac{17}{12} \\ \frac{15}{x + y} + \frac{24}{x - y} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{60}{x + y} + \frac{54}{x - y} = \frac{17}{4} \\ \frac{60}{x + y} + \frac{96}{x - y} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước lần lượt là: 27 và 3 (km/h)

Dạng 4.3: Chuyển động trên bộ (giải bằng cách lập phương trình)

Ghi nhớ công thức Quãng đường = Vận tốc x Thời gian.

Các bước giải

Bước 1: Kẻ bảng gồm vận tốc, thời gian, quãng đường và điền các thông tin vào bảng đó rồi gọi ẩn, kèm theo đơn vị và điều kiện cho ẩn.

Bước 2: Giải thích từng ô trong bảng, lập luận để thiết lập phương trình bậc hai.

Bước 3: Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và trả lời bài toán.

Ví dụ 1. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc lên 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Hướng Dẫn:



	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Lúc đi	x	$\frac{24}{x}$	24
Lúc về	$x + 4$	$\frac{24}{x + 4}$	24

Gọi vận tốc của xe đạp đi từ A đến B là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$

Vận tốc khi từ B trở về A là: $x + 4$ (km/h)

Thời gian lúc đi và lúc về lần lượt là: $\frac{24}{x}$ và $\frac{24}{x + 4}$ (giờ)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x + 4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{96}{x(x + 4)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Hay } x^2 + 4x - 192 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x = 12$ (thỏa mãn)

$x = -16$ (loại)

Vậy vận tốc lúc đi là 12 (km/h)

Ví dụ 2. Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 (km/h). Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Lúc đi	x	$\frac{90}{x}$	90
Lúc về	$x + 9$	$\frac{90}{x + 9}$	90

Gọi vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$

Vận tốc khi từ B trở về A là: $x + 9$ (km/h)



Thời gian lúc đi và lúc về lần lượt là : $\frac{90}{x}$ và $\frac{90}{x+9}$ (giờ)

Vì thời gian nghỉ là 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ và thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về A là 5 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x+9} + \frac{1}{2} = 5 \Leftrightarrow \frac{20x+90}{x(x+9)} = \frac{1}{2}$$

Hay: $x^2 - 31x - 180 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 36$ (thỏa mãn)

$$x = -5 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 36 (km/h)

Ví dụ 3. Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60 km trong một thời gian nhất định. Sau khi đi được 30 km người đó đã dừng lại nghỉ 30 phút. Do đó, để đến B đúng thời gian dự định người đó phải tăng vận tốc thêm 2 km/h. Tính vận tốc dự định của người đó.

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Dự định	x	$\frac{60}{x}$	60
Thực tế	x	$\frac{30}{3}$	30
	x + 2	$\frac{30}{x+2}$	30

Đổi 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ

Gọi vận tốc dự định là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$

Thời gian dự định là: $\frac{60}{x}$ (giờ)

Thời gian người đó đi 30km đầu là: $\frac{30}{x}$ (giờ)

Thời gian người đó đi $60 - 30 = 30$ km còn lại là: $\frac{30}{x+2}$ (giờ)

Do xe đến B đúng hạn nên ta có phương trình

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{60}{x(x+2)} = \frac{1}{2}$$



Hay: $x^2 + 2x - 120 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 10$ (thỏa mãn)

$x = -12$ (loại)

Vậy vận tốc dự định là 10 km/h

Ví dụ 4. Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến đúng hạn xe phải tăng tốc thêm 6km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Dự định	x	$\frac{120}{x}$	120
Thực tế	x	1	x
	$x + 6$	$(120 - x)/(x + 6)$	$120 - x$

Đổi 10 phút = 1/6 giờ

Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$

Thời gian dự định của ô tô là: $\frac{120}{x}$ (giờ)

Trong 1 giờ đầu ô tô đi được x (km) nên quãng đường còn lại là $120 - x$ (km)

Thời gian ô tô đi trên quãng đường còn lại là: $\frac{120 - x}{x + 6}$ (giờ)

Do xe đến B đúng hạn nên ta có phương trình:

$$\frac{120 - x}{x + 6} + 1 + \frac{1}{6} = \frac{120}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 720}{x(x + 6)} = \frac{7}{6}$$

Hay: $x^2 + 42x - 4320 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 48$ (thỏa mãn)

$x = -90$ (loại)

Vậy vận tốc lúc đầu của ô tô là 48 km/h

Dạng 4.4: Chuyển động trên dòng nước (giải bằng cách lập phương trình)

Vận tốc xuôi dòng = vận tốc riêng của ca nô + vận tốc dòng nước

Vận tốc ngược dòng = Vận tốc riêng của ca nô - vận tốc dòng nước

Quãng đường = vận tốc x thời gian



Ví dụ 1: Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ.

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Xuôi dòng	$x + 2$	$48/(x + 2)$	48
Ngược dòng	$x - 2$	$60/(x - 2)$	60

Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/h). Điều kiện: $x > 2$

Vận tốc lúc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là: $x + 2$ và $x - 2$ (km/h)

Thời gian khi xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là : $\frac{48}{x+2}$ và $\frac{60}{x-2}$ giờ

Vì thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{60}{x-2} - \frac{48}{x+2} = 1 \Leftrightarrow \frac{12x-216}{x^2-4} = 1$$

Hay : $x^2 - 12x - 220 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 22$ (thỏa mãn)

$x = -10$ (loại)

Vậy vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng là 22 (km/h)

Ví dụ 2. Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km . Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó lại ngược dòng từ B về đến A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 3 km / h .

Hướng Dẫn:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Xuôi dòng	$x + 3$	$\frac{48}{x+3}$	48
Ngược dòng	$x - 3$	$\frac{48}{x-3}$	48

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h). Điều kiện: $x > 3$

Vận tốc lúc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là: $x + 3$ và $x - 3$ (km/h)



Thời gian khi xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là : $\frac{48}{x+3}$ và $\frac{48}{x-3}$ giờ

Vì tổng thời gian cả đi, về , nghỉ là 10 giờ 36 phút – 6 giờ 30 phút = $\frac{41}{10}$ giờ và thời gian nghỉ là 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{41}{10} \Leftrightarrow \frac{96x}{x^2-9} = \frac{36}{10}$$

Hay : $3x^2 - 80x - 27 = 0$

Giải phương trình ta được: $x = 27$ (thỏa mãn)

$$x = -1/3 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 27 (km/h)

II. Bài tập tự luyện

Bài 1 : Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h). Điều kiện $x > 0$

Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên vận tốc ô tô là $x+10$ (km/h).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x+10}$ (h)

Xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút = $\frac{3}{5}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 120.5.(x+10) - 120.5.x = 3x.(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 6000 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+50)(x-40) = 0$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -50 \\ x = 40 \end{cases} . \text{ Kết hợp với điều kiện đầu bài ta được } x = 40 .$$

Vậy vận tốc của xe máy là 40(km/h), vận tốc của ô tô là 50(km/h).

Bài 2 : Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc 4km/h so với lúc đi, do đó thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi biết rằng quãng đường AB dài 24km.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của người đó lúc đi là x (km/h; $x \in R; x > 0$).

Thời gian người đó đi hết quãng đường AB là: $\frac{24}{x}$ (giờ).

Vận tốc của người đó lúc về là $x+4$ (km/h).

Thời gian người đó đi hết quãng đường BA là: $\frac{24}{x+4}$ (giờ).

Do thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút $\left(\frac{1}{2}\text{h}\right)$ nên ta có phương trình:.

$$\begin{aligned} \frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{24 \cdot (x+4)}{x(x+4)} - \frac{24 \cdot x}{(x+4) \cdot x} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{24 \cdot x + 96 - 24x}{(x+4) \cdot x} &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{96}{(x+4) \cdot x} = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x &= 192 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -16 \end{cases} \end{aligned}$$

So với điều kiện ta có $x=12$ thỏa mãn.

Vậy vận tốc của người đó lúc đi là 12 km/h.

Bài 3 : Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng Dẫn :



Gọi vận tốc của xe máy là x (Đơn vị km/h , $x > 0$)

Đổi 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ

Vận tốc của ô tô là $x+10$ km/h

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{120}{x+10}$ (giờ)

Lập luận để có PT: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -50(\text{loại}) \\ x = 40(\text{t/m}) \end{cases}$$

Vậy: Vận tốc của xe máy là 40 km/h và vận tốc của ô tô là 50 km/h

Bài 4 : Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 60 km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, do điều kiện thời tiết không thuận lợi nên trên quãng đường còn lại người đó phải đi với vận tốc ít hơn so với vận tốc dự định ban đầu 10 km/h . Tính vận tốc dự định và thời gian người đó đã đi từ A đến B, biết người đó đến muộn hơn dự định 20 phút.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc dự định của người đi xe máy là x ($x > 10$, tính bằng km/h); 20 phút = $\frac{1}{3}$ (giờ).

Thời gian người đó dự định để đi từ A đến B là $\frac{60}{x}$ (giờ).

Thời gian người đó đi trong $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu là $\frac{20}{x}$ (giờ).

Thời gian người đó đi $\frac{2}{3}$ quãng đường còn lại là $\frac{40}{x-10}$ (giờ).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{20}{x} + \frac{40}{x-10} = \frac{60}{x} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{40}{x-10} = \frac{40}{x} + \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = -30 \end{cases}$$



Ta thấy $x = -30$ không thỏa mãn. Vậy vận tốc dự định là 40 km/h.

Thời gian người đó đi bằng: $\frac{60}{40} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$ (giờ) tức là 1 giờ 50 phút.

Bài 5 : Một ô tô dự định đi từ bến xe A đến bến xe B cách nhau 90 km với vận tốc không đổi. Tuy nhiên, ô tô khởi hành muộn 12 phút so với dự định. Để đến bến xe B đúng giờ ô tô đã tăng vận tốc thêm 5 km/h so với vận tốc dự định. Tìm vận tốc dự định của ô tô.

Hướng Dẫn :

Đổi: 12 phút = $\frac{1}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (đơn vị: km/h, điều kiện: $x > 0$).

Vận tốc thực tế của ô tô là $x+5$ (km/h).

Thời gian ô tô dự định đi từ A đến B là: $\frac{90}{x}$ (giờ).

Thời gian thực tế để ô tô đi từ A đến B là: $\frac{90}{x+5}$ (giờ).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{90}{x} - \frac{90}{x+5} = \frac{1}{5}$.

$$\Rightarrow 90.5(x+5) - 90.5x = x(x+5) \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -50 \\ x = 45 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện $x > 0$ suy ra vận tốc dự định của ô tô là 45 km/h.

Bài 6 : Một cano xuôi dòng một khúc sông dài 40 km, rồi ngược dòng khúc sông ấy mất 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô (khi nước yên lặng) biết vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Hướng Dẫn :

4 giờ 30 phút = 4,5 giờ

Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h) ($x > 2$)

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là: $x+2$ (km/h)

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là: $x-2$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng là: $\frac{40}{x+2}$ (giờ)



Thời gian ca nô ngược dòng là: $\frac{40}{x-2}$ (giờ)

Vì cano xuôi dòng một khúc sông dài 40 km, rồi ngược dòng khúc sông ấy mất 4 giờ 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{40}{x+2} + \frac{40}{x-2} = 4,5$$

$$\Leftrightarrow \frac{40(x-2)}{x+2} + \frac{40(x+2)}{x-2} = \frac{4,5(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{40(x-2)}{x+2} + \frac{40(x+2)}{x-2} = \frac{4,5(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Rightarrow 40x - 80 + 40x + 80 = 4,5(x^2 - 4)$$

$$\Leftrightarrow 80x = 4,5(x^2 - 4)$$

$$\Leftrightarrow 4,5x^2 - 80x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 160x - 36 = 0$$

$$\Delta' = (-80)^2 - 9(-36) = 6724$$

$$x_1 = \frac{-(-80) + \sqrt{6724}}{9} = 18 \text{ (nhận)}; x_2 = \frac{-(-80) - \sqrt{6724}}{9} = \frac{-2}{9} \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc thực của ca nô là 18km/h.

Bài 7 : Hai thành phố A và B cách nhau 150km. Một xe máy khởi hành từ A đến B, cùng lúc đó một ô tô cũng khởi hành từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10km/h. Ô tô đến A được 30 phút thì xe máy cũng đến B. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng Dẫn :

Gọi x (km/h) là vận tốc xe máy ($x > 0$) thì vận tốc ô tô là $x + 10$ (km/h)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{150}{x} - \frac{150}{x+10} = \frac{1}{2}$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \quad x = 50 \text{ (nhận)} \text{ hoặc } x = -60 \text{ (loại)}$$

Vậy: vận tốc xe máy là 50(km/h), vận tốc ô tô là 60(km/h).



Bài 8 : Thầy Minh đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 60km với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A do trời mưa, thầy Minh giảm vận tốc của xe máy xuống 10km/h so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút. Hỏi lúc về thầy Minh đi xe máy với vận tốc bao nhiêu ?

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc lúc về của thầy Minh là $x(\text{km/h})(x > 0)$

\Rightarrow Thời gian về của thầy Minh là : $\frac{60}{x}$ (giờ)

Do lúc về thầy Minh giảm tốc độ xuống 10km/h so với lúc đi nên vận tốc lúc đi của thầy Minh là: $x + 10(\text{km/h}) \Rightarrow$ Thời gian lúc đi của thầy Minh: $\frac{60}{x + 10}$ (h)

Theo đề bài ta có thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x + 10} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 120(x + 10) - 120x = x(x + 10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 40) - 30(x + 40) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 40)(x - 30) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 40 = 0 \\ x - 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -40(\text{ktm}) \\ x = 30(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc về của thầy Minh là 30km/h

Bài 9 : Quãng đường AB dài 180km . Cùng một lúc, hai ô tô khởi hành từ A đến B. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhiều hơn ô tô thứ hai 10km nên ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai 36 phút. Tính vận tốc trung bình mỗi ô tô

Hướng Dẫn :

Gọi $x(\text{km/h})$ là vận tốc ô tô thứ nhất ($x > 10$) \Rightarrow vận tốc ô tô thứ hai: $x - 10$

Thời gian đi của ô tô thứ nhất: $\frac{180}{x}$

Thời gian đi của ô tô thứ hai : $\frac{180}{x - 10}$



$$36' = \frac{3}{5}h$$

Ta có phương trình:

$$\frac{180}{x-10} - \frac{180}{x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{180x - 180x + 1800}{x(x-10)} = \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 30x - 9000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60(TM) \\ x = -50(KTM) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô 1: $60km/h$, vận tốc ô tô 2: $50km/h$

Bài 10 : Quãng đường AB dài $60km$, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó giảm vận tốc $5km/h$ trên nửa quãng đường còn lại. Vì vậy, người đó đã đến B chậm hơn quy định 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian quy định của người đó

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc quy định của người đó là $x(km/h)$ ($x > 5$)

\Rightarrow Thời gian quy định để người đó đi hết quãng đường là $\frac{60}{x}(h)$

Nửa quãng đường đầu $60:2 = 30(km)$ nên thời gian đi nửa quãng đường đầu là

$$\frac{30}{x}(h)$$

Nửa quãng đường sau vận tốc của người đó giảm $5km/h$ nên vận tốc lúc sau là $x-5(km/h)$

\Rightarrow Thời gian đi nửa quãng đường sau là $\frac{30}{x-5}(h)$

Vì người đó đến chậm so với thời gian quy định là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{x-5} - 1 = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{30}{x-5} - \frac{30}{x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{30x - 30(x-5) - x(x-5)}{x(x-5)} = 0$$

$$\Rightarrow 30x - 30x + 150 - x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 15x + 10x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-15) + 10(x-15) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-15)(x+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-15=0 \\ x+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15(tm) \\ x=-10(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc quy định của người đó $15km/h$ và thời gian quy định $60:15 = 4$ giờ



Bài 11: Tình cảm gia đình có sức mạnh thật phi thường. Bạn Vi Quyết Chiến – cậu bé 13 tuổi quá thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180km từ Sơn La đến bệnh viện nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35km/h . Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc xe đạp của bạn Chiến là $x(\text{km/h})$ ($x > 0$)

\Rightarrow Quãng đường bạn Chiến đi được trong 7 giờ đạp xe là : $7x(\text{km})$

\Rightarrow Quãng đường bạn Chiến được đi xe khác là : $180 - 7x(\text{km})$

Vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35km/h nên vận tốc của xe khách là $x + 35(\text{km/h})$

Bạn Chiến được đi xe khách trong 1 giờ 30 phút $= \frac{3}{2}$ giờ

\Rightarrow Ta có phương trình:

$$\frac{180 - 7x}{\frac{3}{2}} = x + 35 \Leftrightarrow 180 - 7x = \frac{3}{2}(x + 35)$$

$$\Leftrightarrow 360 - 14x = 3x + 105 \Leftrightarrow 17x = 255 \Leftrightarrow x = 15(\text{km/h})$$

Vậy bạn Chiến đã đạp xe với vận tốc 15km/h

Bài 12 : Một người đi xe máy từ thị trấn Chí Thạnh đến thị trấn Hai Riêng với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, vì đoạn đường còn lại xấu nên người đó phải đi với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định 10km/h , do đó đến thị trấn Hai Riêng muộn hơn dự định 18 phút. Tính vận tốc dự định, biết rằng quãng đường từ thị trấn Chí Thạnh đến thị trấn Hai Riêng là 90km .

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc dự định của người đó là $x(\text{km/h})$ ($x > 10$)

Thời gian đi từ thị trấn Chí Thạnh đến thị trấn Hai Riêng theo dự định: $\frac{90}{x}$ giờ

$\frac{1}{3}$ quãng đường đầu dài $90 : 3 = 30\text{km}$

Thời gian người đó đi $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu: $\frac{30}{x}$ giờ

Quãng đường còn lại dài $90 - 30 = 60\text{km}$

Vận tốc người đó đi quãng đường còn lại là $x - 10(\text{km/h})$

Thời gian người đó đi quãng đường còn lại là: $\frac{60}{x - 10}$ giờ

Tổng thời gian người đó đi theo thực tế là: $\frac{30}{x} + \frac{60}{x - 10}$ (giờ)



Vì người đó đến thị trấn Hai Riêng muộn hơn dự định 18 phút $\left(= \frac{3}{10} h \right)$ nên ta có phương

trình:

$$\frac{30}{x} + \frac{60}{x-10} - \frac{3}{10} = \frac{90}{x} \Leftrightarrow \frac{60}{x-10} - \frac{60}{x} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 600x - 600(x-10) = 3x(x-10)$$

$$\Leftrightarrow 600x - 600x + 6000 = 3x^2 - 30x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 30x - 6000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 50x + 40x - 2000 = 0 \Leftrightarrow x(x-50) + 40(x-50) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-50)(x+40) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-50=0 \\ x+40=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=50(tm) \\ x=-40(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự định của người đó là $50km/h$

Bài 13 : Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B . Vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là $10km/h$ nên ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai $\frac{1}{2}$ giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô. Biết rằng quãng đường AB dài $150km$.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của ô tô thứ hai là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vì vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là $10km/h$ nên vận tốc của ô tô thứ nhất là $x+10(km/h)$

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $\frac{150}{x+10}(h)$

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là $\frac{150}{x}(h)$

Theo đề ta có phương trình:

$$\frac{150}{x+10} + \frac{1}{2} = \frac{150}{x}$$

$$\Rightarrow 300x + x(x+10) = 300(x+10)$$



$$\Rightarrow 300x + x^2 + 10x = 300x + 3000$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 50x + 60x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 50) + 60(x - 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 60)(x - 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -60(ktm) \\ x = 50(tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô thứ hai là $50km/h$ và vận tốc ô tô thứ nhất là: $50 + 10 = 60km/h$

Bài 14 : Hai người đi xe đạp từ huyện A đến huyện B trên quãng đường dài $24km$, khởi hành cùng một lúc. Vận tốc xe của người thứ nhất hơn vận tốc xe của người thứ hai là $3km/h$ nên người thứ nhất đến huyện B trước người thứ hai là 24 phút. Tính vận tốc xe của mỗi người.

Hướng Dẫn :

$$\text{Đổi } 24' = \frac{2}{5}h$$

Gọi vận tốc xe của người thứ nhất đi là $x(km/h)$ ($x > 3$)

Vận tốc xe của người thứ hai đi là : $x - 3(km/h)$

Thời gian đi từ huyện A đến huyện B của người thứ nhất là: $\frac{24}{x}(h)$

Thời gian đi từ huyện A đến huyện B của người thứ hai là: $\frac{24}{x-3}(h)$

Người thứ nhất đến huyện B trước người thứ hai là 24 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x-3} - \frac{24}{x} = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{24.5.x - 24.5.(x-3)}{5x(x-3)} = \frac{2x(x-3)}{5x(x-3)}$$

$$\Leftrightarrow 120x - 120x + 360 - 2x^2 + 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15(tm) \\ x = -12(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc đi xe của người thứ nhất là: $15(km/h)$

Vận tốc đi xe của người thứ hai là: $15 - 3 = 12(km/h)$



Bài 15 : Người thứ nhất đi đoạn đường từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 78km. Sau khi người thứ nhất đi được 1 giờ thì người thứ hai đi theo chiều ngược lại vẫn trên đoạn đường đó từ B về A. hai người gặp nhau ở địa điểm C cách B một quãng đường 36km. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng vận tốc của người thứ hai lớn hơn vận tốc của người thứ nhất là 4km/h và vận tốc của mỗi người trong suốt đoạn đường là không thay đổi.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của người thứ nhất là $x(\text{km/h})$ ($x > 0$)

Vận tốc của người thứ hai hơn vận tốc của người thứ nhất là 4km/h

\Rightarrow Vận tốc của người thứ hai là: $x + 4(\text{km/h})$

Quãng đường người thứ nhất đi được cho đến khi gặp người thứ hai là:
 $78 - 36 = 42(\text{km})$

\Rightarrow Thời gian người thứ nhất đi đến khi gặp người thứ 2 là : $\frac{42}{x}(\text{h})$

Thời gian người thứ 2 đi đến khi gặp người thứ 1 là : $\frac{36}{x+4}(\text{giờ})$

Theo đề bài ta có: người thứ hai xuất phát sau người thứ nhất 1 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{42}{x} - \frac{36}{x+4} = 1 \Leftrightarrow 42(x+4) - 36x = x(x+4)$$

$$\Leftrightarrow 42x + 168 - 36x = x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+12=0 \\ x-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-12(\text{ktm}) \\ x=14(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của người thứ nhất là 14km/h , vận tốc của người thứ hai là 18km/h

Bài 16 : Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450km với vận tốc không đổi. Vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai 10km/h nên xe thứ nhất đến trước xe thứ hai 1,5 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc xe thứ nhất là x (km/h) (điều kiện: $x > 10$)

Thì vận tốc xe thứ hai là $x - 10$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{1}{x}$ (h)

Thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{1}{x-10}$ (h)

Vì nên xe thứ nhất đến trước xe thứ hai 1,5 giờ ta có phương trình:

$$\frac{450}{x-10} - \frac{450}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 900x - 900x + 9000 = 3x^2 - 30x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 30x - 9000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 3000 = 0$$

$$\Delta = 10^2 + 4.3000 = 12100; \sqrt{\Delta} = 110$$

$$x_1 = \frac{10+110}{2} = 60 \text{ (nhận)}, x_2 = \frac{10-110}{2} = -50 \text{ (loại)}$$



Vận tốc xe thứ nhất là 60 (km/h)

Thì vận tốc xe thứ hai là $60 - 10 = 50$ (km/h)

Bài 17 : Bạn Linh đi xe đạp từ nhà đến trường với quãng đường 10 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên cung đường ấy, do lượng xe tham gia giao thông nhiều hơn nên bạn Linh phải giảm vận tốc 2 km/h so với khi đến trường. Vì vậy thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường là x (km/h) ($x > 2$).

Thời gian để bạn Linh đi từ nhà đến trường là $\frac{10}{x}$ (giờ).

Vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ trường về nhà là $x - 2$ (km/h).

Do đó thời gian bạn Linh đi từ trường về nhà là $\frac{10}{x-2}$ (giờ).

Theo bài ra, ta có phương trình $\frac{10}{x-2} - \frac{10}{x} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow 40x - 40(x-2) = x(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 10 \end{cases}$$

Nhận xét: $x = -8$ loại, $x = 10$ thỏa mãn.

Vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường là 10 km/h.

Bài 18 : Quãng đường từ A đến B dài 60 km. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A mất tổng cộng 8h. Tính vận tốc thực của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 4 km/h.

Hướng Dẫn :

Gọi x là vận tốc thực của ca nô ($x > 0$).

\Rightarrow Vận tốc xuôi dòng: $x + 4$, vận tốc ngược dòng: $x - 4$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{60}{x+4} + \frac{60}{x-4} = 8$.

$$\Leftrightarrow \frac{60x - 240 + 60x + 240}{x^2 - 16} = 8 \Leftrightarrow 8x^2 - 128 = 120x \Leftrightarrow x^2 - 15x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Vận tốc thực của ca nô là 16 km/h.



Bài 19 : Một người dự định đi xe máy từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 90 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi được 1 giờ, người đó nghỉ 9 phút. Do đó, để đến tỉnh B đúng hẹn, người ấy phải tăng vận tốc thêm 4 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của người ấy

Hướng Dẫn :

Gọi x (km/h) là vận tốc ban đầu của người đó.

Thời gian dự định đi hết quãng đường là: $\frac{90}{x}$ (h).

Quãng đường người đó đi trong 1 giờ: x (km).

Quãng đường còn lại phải tăng tốc là: $90 - x$ (km).

Vận tốc của người đó sau khi tăng tốc là: $x + 4$ (km/h).

Thời gian đi hết quãng đường còn lại là: $\frac{90 - x}{x + 4}$ (h)

Theo đề ra ta có phương trình: $\frac{90}{x} = 1 + \frac{9}{60} + \frac{90 - x}{x + 4}$

$$\Leftrightarrow \frac{90}{x} = \frac{23}{20} + \frac{90 - x}{x + 4} \Leftrightarrow 3x^2 + 92x - 7200 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 36(\text{tm}) \\ x = \frac{-200}{3} \end{cases} \text{ (1) Vậy vận tốc ban đầu của người đó là: } 36 \text{ (km/h)}$$

Bài 20 : Quãng đường AB dài 50 km. Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai 10 km/h, nên xe thứ nhất đến B trước xe thứ hai 15 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc xe thứ nhất là x km/h ($x > 10$)

Thì vận tốc xe thứ hai là $x - 10$ (km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B là $\frac{50}{x}$ h



Thời gian xe thứ hai đi từ A đến B là $\frac{50}{x-10}$ h

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{50}{x-10} - \frac{50}{x} = \frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-50)(x+40) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \text{ (N)} \\ x = -40 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe thứ nhất là 50 km/h vận tốc xe thứ hai là 40 km/h .

Bài 21 : Quãng đường AB dài 120 km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 12 km nên đến trước ô tô thứ hai 30 phút. Tính vận tốc của ô tô thứ nhất.

Hướng Dẫn :

Gọi x (km/h) là vận tốc «t» thứ nhất ($x > 12$)

\Rightarrow Thời gian «t» thứ nhất là $\frac{120}{x}$

Thời gian «t» thứ hai là $\frac{120}{x-12}$

Tacã: 30 phút = $\frac{1}{2}$ h

\Rightarrow Theo Tacã ph- ãng tr ãnh: $\frac{120}{x-12} - \frac{120}{x} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{120x - 120x + 1440}{x(x-12)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 12x = 2880 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 2880$$

$$\text{Tacã } \Delta' = (-6)^2 + 2880 = 2916 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 54$$

$$\text{N}^{\text{a}} \text{ n ph- ãng tr ãnh cũ hai nghi ãn } \begin{cases} x_1 = 6 + 54 = 60 \text{ (chãn)} \\ x_2 = 6 - 54 = -48 \text{ (lo'i)} \end{cases}$$

Vãy vãn tãc «t» thø nh ãt lã 60 km/h .



Bài 22 : Từ bến sông A một chiếc bè trôi về bến B với vận tốc dòng nước là 4 km/h, cùng lúc đó một chiếc thuyền chạy từ A đến B rồi quay lại thì gặp chiếc bè tại điểm cách bến A 8 km. Tính vận tốc thực của thuyền biết khoảng cách từ bến A đến B là 24km.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc thực của chiếc thuyền là x (km/h), ($x > 4$). Khi đó vận tốc của thuyền khi xuôi dòng từ A đến B là: $x + 4$ (km/h); ngược lại từ B về A thì thuyền đi với vận tốc là: $x - 4$ (km/h).

Thời gian thuyền đi từ A đến B là $\frac{24}{x+4}$ (h)

Gọi C là vị trí thuyền và bè gặp nhau.

Vì $AC = 8 \Rightarrow BC = 16$ nên thời gian thuyền từ B quay lại C là: $\frac{16}{x-4}$ (h)

Thời gian bè trôi với vận tốc dòng nước từ A đến C là $\frac{8}{4} = 2$ (h).

Vì thuyền và bè gặp nhau tại C nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 20x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ (loại)}; x_2 = 20 \text{ (t/m)}$$

Vậy vận tốc thực của chiếc thuyền là: 20 (km/h)

Bài 23 : Một xe ô tô và xe máy khởi hành cùng một lúc từ địa điểm A đi đến địa điểm B cách nhau 60 km với vận tốc không đổi, biết vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h và xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h). ĐK $x > 0$

Vận tốc của xe ô tô là $x + 20$ (km/h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là: $\frac{60}{x}$ (h)

Thời gian xe ô tô đi từ A đến B là: $\frac{60}{x+20}$ (h)

Vì xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 30 phút = $\frac{1}{2}$ h nên ta có PT

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+20} = \frac{1}{2} \Rightarrow 120(x+20) - 120x = x(x+20)$$

$$\Rightarrow 120x + 2400 - 120x = x^2 + 20x \Rightarrow x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$\Delta' = 100 + 2400 = 2500 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{2500} = 50$$

Phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = -10 + 50 = 40 \text{ (t/m đk)}$$

$$x_2 = -10 - 50 = -60 \text{ (không t/m đk)}$$



Vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Vận tốc của xe ô tô là $40 + 20 = 60$ km/h.

Bài 24 : Để chuẩn bị cho mùa giải sắp tới, một vận động viên đua xe ở Đồng Tháp đã luyện tập leo dốc và đổ dốc trên cầu Cao Lãnh. Biết rằng đoạn leo dốc và đổ dốc ở hai bên đầu cầu có độ dài cùng bằng 1km. Trong một lần luyện tập, vận động viên khi đổ dốc nhanh hơn vận tốc khi leo dốc là 9 km/h và tổng thời gian hoàn thành là 3 phút. Tính vận tốc leo dốc của vận động viên trong lần tập luyện đó.

Hướng Dẫn :

Gọi x (km/h) là vận tốc leo dốc của vận động viên ($x > 0$).

Đổi 3 phút = $\frac{1}{20}$ giờ.

Thời gian leo dốc là: $\frac{1}{x}$ (h). Thời gian xuống dốc: $\frac{1}{x+9}$ (h).

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20}$

$$\Leftrightarrow \frac{x+x+9}{x(x+9)} = \frac{1}{20} \Leftrightarrow 20(2x+9) = x^2 + 9x \Leftrightarrow x^2 - 31x - 180 = 0$$

$$\Delta = (-31)^2 - 4.1.(-180) = 1681 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 41$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x = \frac{31-41}{2} = -5 (\text{loại}) \\ x = \frac{31+41}{2} = 36 (\text{chấp}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc khi leo dốc là: 36 (km/h).

Bài 25 : Quãng đường Hải Dương – Hạ Long dài 100km. Một ô tô đi từ Hải Dương đến Hạ Long rồi nghỉ ở đó 8 giờ 20 phút, sau đó trở về Hải Dương hết tất cả 12 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc đi, biết vận tốc ô tô lúc về nhanh hơn vận tốc lúc đi là 10km/h.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc ô tô lúc đi là x (km/h, $x > 0$).

Khi đó vận tốc lúc về là $x-10$ (km/h).

Thời gian đi là $\frac{100}{x}$ (h) và thời gian về là $\frac{100}{x-10}$ (h),

mà tổng thời gian cả đi và về là 12 giờ – 8 giờ 20 phút = $\frac{11}{3}$ giờ, nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} + \frac{100}{x-10} = \frac{11}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{100(x-10) + 100x}{x(x+10)} = \frac{11}{3}$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 + 110x = 3000 + 600x$$



$$\Leftrightarrow 11x^2 - 490x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \text{ (TM)} \\ x = \frac{-60}{11} \text{ (Loai)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô lúc đi là 50 km/h .

Bài 26 : Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 144 km . Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường. Sau khi ô tô đi được 20 phút, ô tô thứ hai cũng đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 6 km/h (vận tốc không đổi trên cả quãng đường). Biết rằng cả hai ô tô đến thành phố B cùng một lúc

a) Tính vận tốc của hai xe ô tô

b) Nếu trên đường có biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa 50 km/h thì hai xe ô tô trên, xe nào vi phạm giới hạn về tốc độ

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là $x \text{ (km/h)}$ ($x > 0$).

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{144}{x} \text{ (h)}$.

Vận tốc của ô tô thứ hai là: $x + 6 \text{ (km/h)}$.

Thời gian ô tô 2 đi hết quãng đường AB là: $\frac{144}{x+6}$.

Ô tô thứ nhất đi sớm hơn ô tô thứ hai 20 phút $= \frac{1}{3} \text{ (h)}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{144}{x} - \frac{144}{x+6} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 + 6x - 2592 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 48 \text{ (tm)} \\ x = -54 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô 1: 48 (km/h) , vận tốc của ô tô 2: $48 + 6 = 54 \text{ (km/h)}$.

b) Vì biển báo là 50 km/h nên xe thứ hai vi phạm tốc độ do $54 > 50$.

Bài 27 : Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A trên quãng đường AB dài 120 km . Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km , nên đã đến B sớm hơn ô tô thứ hai $0,4$ giờ. Tính vận tốc của ô tô thứ nhất.

Hướng Dẫn :

Gọi $x \text{ (km/h)}$ là vận tốc ô tô thứ nhất ($x > 10$).



Suy ra thời gian đi hết quãng đường AB của xe thứ nhất là: $\frac{120}{x}$

Vận tốc của ô tô thứ hai là $x-10$

Suy ra thời gian đi hết quãng đường AB của xe thứ hai là: $\frac{120}{x-10}$

Theo đề ô tô thứ nhất đến sớm hơn ô tô thứ hai 0,4 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 0,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{120x - 120x + 1200}{x(x-10)} = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 6000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 & (N) \\ x = -50 & (L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là 60 (km/h).

Bài 28 : Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36km. Khi đi từ B trở về A , người đó tăng vận tốc thêm 3km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B .

Hướng Dẫn :

Gọi x (km/h) là vận tốc lúc đi ($x > 0$)

Suy ra thời gian lúc đi: $\frac{36}{x}$ và vận tốc lúc về là: $x+3$

36 phút = $\frac{3}{5}h$. Thời gian lúc về là: $\frac{36}{x+3}$

Vì lúc về tăng vận tốc lên (3km/h) nên về sớm hơn $\frac{3}{5}h$

Ta có phương trình

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{36x + 108 - 36x}{x(x+3)} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{108}{x^2 + 3x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow 3x^2 + 9x = 540$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (chấn)} \\ x = -15 \text{ (lo'i)} \end{cases}$$



Vận vận tốc lúc đi là 12 km/h

Bài 29 : Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà đến trường trên quãng đường dài 8km bằng xe máy điện với vận tốc không đổi. Hôm nay, vẫn trên đoạn đường đó, 2km đầu bạn An đi với vận tốc như mọi khi, sau đó vì xe non hơi nên bạn đã dừng lại 1 phút để bơm. Để đến trường đúng giờ như mọi ngày, bạn An phải tăng vận tốc lên thêm 4km/h. Tính vận tốc xe máy điện của bạn An khi tăng tốc. Với vận tốc đó bạn An có vi phạm luật giao thông hay không? Tại sao? Biết rằng đoạn đường bạn An đi là trong khu vực đông dân cư.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc xe máy điện của An bình thường là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là $x + 4$ (km/h)

Thời gian An đi từ nhà đến trường bình thường là $\frac{8}{x}$ (h)

Đổi 1 phút = $\frac{1}{60}$ h. Thời gian An đi từ nhà đến trường ngày hôm nay

$$\text{là } \frac{2}{x} + \frac{1}{60} + \frac{6}{x+4} \text{ (h)}$$

$$\text{Ta có: } \frac{8}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{60} + \frac{6}{x+4} \Leftrightarrow \frac{6}{x} - \frac{6}{x+4} = \frac{1}{60} \Leftrightarrow \frac{24}{x(x+4)} = \frac{1}{60}$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) = 1440 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 1440 = 0 \Leftrightarrow x = -40 \text{ (loại) hoặc } x = 36 \text{ (tm)}$$

Vận vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là $36 + 4 = 40$ (km/h)

Vận tốc này không vi phạm luật giao thông vì trong khu vực đông dân cư, vận tốc tối đa của xe máy điện là 40 km/h

Bài 30 : Trên một vùng biển được xem như bằng phẳng và không có chướng ngại vật. Vào lúc 6 giờ có một tàu cá đi thẳng qua tọa độ X theo hướng Từ Nam đến Bắc với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ một tàu du lịch cũng đi thẳng qua tọa độ X theo hướng từ Đông sang Tây với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá 12 km/h. Đến 8 giờ khoảng cách giữa hai tàu là 60 km. Tính vận tốc của mỗi tàu.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của tàu cá là: x (km/h), $x > 0$ - Vận tốc của tàu du lịch là: $x + 12$ km/h -

Đến 8 giờ thì hai tàu cách nhau khoảng $AB = 60$ km

lúc đó, thời gian tàu cá đã đi là: $8 - 6 = 2$ (giờ)

thời gian tàu du lịch đã đi là: $8 - 7 = 1$ (giờ)

Giả sử tàu cá đến điểm A, tàu du lịch đến điểm B



Tàu cá đã đi đoạn $XA = 2x$ (km)

Tàu du lịch đã đi đoạn $XB = 1 \cdot (x+12) = x+12$ (km)

Vì $XA \perp XB$ (do hai phương Bắc – Nam và Đông – Tây vuông góc nhau)

Nên theo định lý Pytago, ta có: $XA^2 + XB^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 + (x+12)^2 = 60^2 \Leftrightarrow 5x^2 + 24x - 3456 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -28,8(L) \\ x_2 = 24(TM) \end{cases}$$

Vận tốc của tàu cá và tàu du lịch lần lượt là: 24 km/h và 36 km/h

Bài 31 : Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Hướng Dẫn :

Gọi t_1 là thời gian tàu tuần tra chạy ngược dòng nước.

Gọi t_2 là thời gian tàu tuần tra chạy xuôi dòng nước.

Gọi V là vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên.

Ta có:

$$V - 2 = \frac{60}{t_1}; V + 2 = \frac{48}{t_2}$$

$$\Rightarrow \frac{60}{t_1} + 2 = \frac{48}{t_2} - 2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_1} - \frac{48}{t_2} = -4(1)$$

$$t_1 - t_2 = 1(2)$$

$$(1); (2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{60}{t_1} - \frac{48}{t_2} = -4 \\ t_1 - t_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{60}{t_1} - \frac{48}{t_2} = -4 \\ t_1 = 1 + t_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{60}{1+t_2} - \frac{48}{t_2} = -4 \Leftrightarrow 4t_2^2 + 16t_2 - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = -6(L) \\ t_2 = 2(TM) \end{cases} \Rightarrow V = 22(\text{km/h})$$

Bài 32 : Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Hướng Dẫn :

Đặt x (km/h) là vận tốc đi từ A đến B, vậy vận tốc đi từ B đến A là $x + 9$ (km/h)

Do giả thiết ta có:



$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x+9} = 5 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{10}{x+9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x(x+9) = 20(2x+9)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 31x - 180 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 36 \text{ (Do } x > 0)$$

Bài 33 : Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là 60 km. Hai người đi xe đạp cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B với vận tốc bằng nhau. Sau khi đi được 1 giờ thì xe của người thứ nhất bị hỏng nên phải dừng lại sửa xe 20 phút, còn người thứ hai tiếp tục đi với vận tốc ban đầu. Sau khi sửa xe xong, người thứ nhất đi với vận tốc nhanh hơn trước 4 km/h nên đã đến B cùng lúc với người thứ hai. Tính vận tốc hai người đi lúc đầu.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc hai người đi lúc đầu là x km/h ($x > 0$)

Thời gian đi từ A đến B của người thứ hai là $\frac{60}{x}$ (h)

Quãng đường người thứ nhất đi được trong 1 giờ đầu là x (km)

\Rightarrow Quãng đường còn lại là $60 - x$ (km)

\Rightarrow Thời gian người thứ nhất đi quãng đường còn lại là $\frac{60-x}{x+4}$ (h)

$$20' = \frac{1}{3} \text{ (h)}$$

Theo bài ra ta có:
$$\frac{60}{x} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{60-x}{x+4}$$

$$\Leftrightarrow 60.3(x+4) = 4.x(x+4) + 3.x.(60-x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -36 \end{cases}$$

Do $x > 0$ nên $x = 20$. Vậy vận tốc hai người đi lúc đầu là 20 km/h

Bài 34 : Một ca nô chạy xuôi dòng sông từ A đến B rồi chạy ngược dòng từ B về A hết tất cả 7 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô biết quãng đường sông AB dài 54 km và vận tốc dòng nước là 3 km/h

Hướng Dẫn :

$$\text{Đôi 7 giờ 30 phút} = \frac{15}{2} \text{ (h)}$$

Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h), $x > 3$

\Rightarrow vận tốc của ca nô khi xuôi dòng sông từ A đến B là: $x + 3$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng sông từ B về A là: $x - 3$ (km/h)

\Rightarrow thời gian của ca nô khi xuôi dòng sông từ A đến B là: $\frac{54}{x+3}$ (h)

Thời gian của ca nô khi ngược dòng sông từ B về A là: $\frac{54}{x-3}$ (h)



Do ca nô chạy xuôi dòng sông từ A đến B rồi chạy ngược dòng từ B về A hết tất cả 7 giờ 30 phút nên ta có phương trình: $\frac{54}{x+3} + \frac{54}{x-3} = \frac{15}{2}$

Ta có:

$$\frac{54}{x+3} + \frac{54}{x-3} = \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow 54\left(\frac{x-3+x+3}{x^2-9}\right) = \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2-9} = \frac{5}{36}$$

$$\Leftrightarrow 72x = 5x^2 - 45$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 72x - 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

Ta thấy chỉ có $x = 15$ thỏa mãn điều kiện $x > 3$.

Vậy vận tốc thực của ca nô là 15 (km/h)

Bài 35 : Một tàu hoả đi từ A đến B với quãng đường 40 km. Khi đi đến B, tàu dừng lại 20 phút rồi đi tiếp 30 km nữa để đến C với vận tốc lớn hơn vận tốc khi đi từ A đến B là 5 km/h. Tính vận tốc của tàu hoả khi đi trên quãng đường AB, biết thời gian kể từ khi tàu hoả xuất phát từ A đến khi tới C hết tất cả 2 giờ.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc tàu hoả khi đi trên quãng đường AB là x (km/h; $x > 0$)

Thời gian tàu hoả đi hết quãng đường AB là $\frac{40}{x}$ (giờ)

Thời gian tàu hoả đi hết quãng đường BC là $\frac{30}{x+5}$ (giờ)

Theo bài ta có phương trình $\frac{40}{x} + \frac{30}{x+5} + \frac{1}{3} = 2$

Biến đổi pt ta được $x^2 - 37x - 120 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ x = -3(L) \end{cases}$$

Vận tốc của tàu hoả khi đi trên quãng đường AB là 40 km/h.

Bài 36 : Một bè gỗ được thả trôi trên sông từ cầu Đăk Bla. Sau khi thả bè gỗ trôi được 3 giờ 20 phút, một người chèo thuyền độc mộc cũng xuất phát từ cầu Đăk Bla đuổi theo và đi được 10km thì gặp bè gỗ. Tính vận tốc của bè gỗ biết rằng vận tốc của người chèo thuyền độc mộc lớn hơn vận tốc của bè gỗ là 4km/h.



Hướng Dẫn :

$$3\text{giờ } 20\text{ phút} = \frac{10}{3}\text{ giờ}$$

Gọi x là vận tốc của bè gỗ ($x > 0$) (km/h)

vận tốc của người chèo thuyền độc mộc : $x + 4$

Thời gian người chèo thuyền độc mộc đi được khi gặp bè gỗ: $\frac{10}{x+4}$

Thời gian bè gỗ trôi được 10 km: $\frac{10}{x}$

Theo đề bài ta có PT:

$$\frac{10}{x} - \frac{10}{x+4} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3x + 12 - 3x = x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(TM) \\ x = -6(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của bè gỗ là 2 km/h

Bài 37 : Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180 km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10 km/h. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của ô tô là x (km/h)

vận tốc của xe máy là y (km/h) (Đk: $x > y > 0$, $x > 10$)

Ta có phương trình : $x - y = 10$ (1)

Sau 2 giờ ô tô đi được quãng đường là $2x$ (km)

Sau 2 giờ xe máy đi được quãng đường là: $2y$ (km)

thì chúng gặp nhau, ta có phương trình: $2x + 2y = 180$ hay $x + y = 90$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \end{cases} (TM)$$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h và vận tốc của xe máy là: 40 km/h

Bài 38 : Một xe máy đi từ A đến B. Sau đó 1 giờ, một ô tô cũng đi từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h. Biết rằng ô tô và xe máy đến B cùng một lúc. Tính vận tốc của mỗi xe, với giả thiết quãng đường AB dài 200km.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của xe máy và ô tô lần lượt là x và y (km/h) ($x, y > 0$)

Vận tốc ô tô lớn hơn xe máy 10km/h $\Rightarrow y - x = 10$ (1)



Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{AB}{x} = \frac{200}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{AB}{y} = \frac{200}{y}$ (h)

Vì ô tô xuất phát sau xe máy 1h mà 2 xe đến nơi cùng lúc, do đó thời gian đi của ô tô ít hơn xe máy là 1h.

$$\Rightarrow \frac{200}{x} - \frac{200}{y} = 1(2)$$

Từ (1) suy ra $y = x + 10$

Thay vào (2) ta được:

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1(2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow 200x + 2000 - 200x = x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn) hoặc } x = -50 \text{ (loại)}$$

$$\Rightarrow y = x + 10 = 50.$$

Vậy vận tốc của xe máy và ô tô lần lượt là 40km/h và 50km/h.

Bài 39 : Hàng ngày, Nam đạp xe đi học với vận tốc không đổi trên quãng đường dài 10 km. Nam tính toán và thấy rằng đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút so với đạp xe với vận tốc hàng ngày. Tuy nhiên, thực tế sáng nay lại khác dự kiến. Nam chỉ đạp xe với vận tốc lớn nhất trên nửa đầu quãng đường (dài 5km), nửa quãng đường còn lại đường phố đông đúc nên Nam đã đạp xe với vận tốc hàng ngày. Vì vậy thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút. Hãy tính vận tốc đạp xe hàng ngày và vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam (lấy đơn vị vận tốc là km/h)

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc đạp xe hàng ngày của Nam là x (km/h, $x > 0$)

Vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam là y (km/h, $y > x$)

Thời gian đi hàng ngày của Nam từ nhà đến trường là $\frac{10}{x}$ (h)

Thời gian đi của Nam từ nhà đến trường với vận tốc lớn nhất là $\frac{10}{y}$ (h)

Theo bài ra Nam tính toán và thấy rằng nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút ($\frac{1}{6}$ (h)) nên ta có pt: $\frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6}$

Thời gian đi học thực tế của Nam trong 5 km đầu là $\frac{5}{y}$ (h)



Thời gian đi học thực tế của Nam trong 5 km cuối là $\frac{5}{x}(h)$

Theo bài ra vì thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút ($\frac{7}{12}(h)$) nên ta có

phương trình $\frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{7}{12}$

Giải hệ pt:

$$\begin{cases} \frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15(TM) \\ y = 20(TM) \end{cases}$$

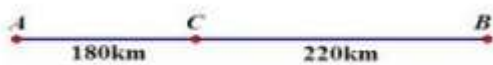
Vậy vận tốc đạp xe hàng ngày của Nam là 15 (km/h)

Vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam là 20 (km/h)

Bài 40 : Một ô tô đi trên quãng đường dài 400km. Khi đi được 180 km, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h đi trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của ô tô. Biết thời gian đi hết quãng đường là 8 giờ. (Giả thiết ô tô có vận tốc không đổi trên mỗi đoạn đường.)

Hướng Dẫn :

Theo bài ra ta có:



AC = 180 km, CB = 400 – 180 = 220 km.

Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là x (km/h) (x > 0)

Vận tốc của ô tô trên quãng đường CB là x + 10 (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến C là: $\frac{180}{x}(h)$

Thời gian ô tô đi từ C đến B là: $\frac{220}{x+10}(h)$

Theo giả thiết ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} + \frac{220}{x+10} = 8$$

$$\Leftrightarrow 180(x+10) + 220x = 8x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 180x + 1800 + 220x = 8x^2 + 80x$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - 320x - 1800 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 40x - 225 = 0$$

Giải phương trình này ta được $x_1 = 45$ (thỏa mãn), $x_2 = -5$ (loại)

Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 45 km/h.



Bài 41 : Trên quãng đường AB, một xe máy đi từ A đến B cùng lúc đó một xe ô tô đi từ B đến A, sau 4 giờ hai xe gặp nhau và tiếp tục đi thì xe oto đến A sớm hơn xe máy đến B là 6 giờ. Tính thời gian mỗi xe đi hết quãng đường AB.

Hướng Dẫn :

Gọi $x(h)$ là thời gian xe máy đi hết quãng đường AB ($x > 4$)

$y(h)$ là thời gian ô tô đi hết quãng đường AB ()

Trong 1 giờ xe máy đi được: $\frac{1}{x}$ (quãng đường)

Trong 1 giờ xe ô tô đi được: $\frac{1}{y}$ (quãng đường)

Trong 1 giờ hai xe đi được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ (1)

Mà thời gian xe ô tô về đến A sớm hơn xe máy về đến B là 6 giờ nên: $x - y = 6$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4} \\ y = x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 14x + 24 = 0 \\ y = x - 6 \end{cases} \quad (DK : x \neq 6)$$

Giải hệ phương trình trên được: $x = 12$ (thỏa mãn); hoặc $x = 2$ (loại)

Với $x = 12$, tìm được $y = 6$. Do đó, nghiệm của hệ là (12;6)

Vậy thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là 12 giờ, ô tô đi hết quãng đường AB là 6 giờ.

Bài 42 : Khoảng cách giữa hai bên sông A và B là 30 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B, rồi đi ngược dòng trở về A ngay. Thời gian kể từ lúc đi cho đến lúc về là 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của dòng nước, biết vận tốc thực của canô là 12 km/h

Hướng Dẫn :

Gọi x (km/h) là vận tốc dòng nước (ĐK: $0 < x < 12$)

Vận tốc của canô lúc đi là: $12 + x$ (km/h)

Vận tốc của canô lúc về là: $12 - x$ (km/h)

Tổng thời gian cả đi lẫn về là: $5h20' = \frac{16}{3}$ (h)

Theo đề bài, ta có phương trình:



$$\frac{30}{12+x} + \frac{30}{12-x} = \frac{16}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3 \cdot 30(12-x)}{3(12-x)(12+x)} + \frac{3 \cdot 30(12+x)}{3(12-x)(12+x)} = \frac{16(12-x)(12+x)}{3(12-x)(12+x)}$$

$$\Leftrightarrow 90(12-x) + 90(12+x) = 16(144 - x^2)$$

$$\Leftrightarrow -16x^2 + 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 3$$

$x = -3$ (loại) hoặc $x = 3$ nhận

Vận vận tốc của dòng nước là 3 (km/h)

Bài 43 : Một ca nô chạy xuôi dòng với quãng đường 42km, rồi sau đó ngược dòng trở lại 20km hết tổng cộng 5h. Biết vận tốc của dòng nước chảy là 2km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng là x (km/h) ($x > 0$)

Vì vận tốc nước là 2 km/h nên vận tốc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là $x + 2$ và $x - 2$ (km/h)

Suy ra $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Thời gian để ca nô đi hết 42 km xuôi dòng là $\frac{42}{x+2}$ (h)

Thời gian để ca nô đi hết 20 km ngược dòng là $\frac{20}{x-2}$ (h)

Tổng thời gian là 5h do đó

$$\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{42(x-2) + 20(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{62x - 44}{x^2 - 4} = 5$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 62x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \\ x = 0,4(L) \end{cases}$$

Vận vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là 12 km/h.

Bài 44 : Hai ô tô đi từ A đến B dài 200km. Biết vận tốc xe thứ nhất nhanh hơn vận tốc xe thứ hai là 10km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.



Hướng Dẫn :

Gọi vận tốc hai xe lần lượt là x (km/h) và y (km/h) ($x, y > 0$)

Xe thứ nhất nhanh hơn xe thứ hai là 10km/h nên $x - y = 10 \Rightarrow x = y + 10$

Thời gian xe thứ nhất và xe thứ hai đi hết quãng đường AB lần lượt là $\frac{200}{x}$ (h); $\frac{200}{y}$ (h)

Vì xe thứ nhất đến sớm hơn xe thứ hai 1h nên $\frac{200}{y} - \frac{200}{x} = 1$ (*)

Thay $x = y + 10$ vào (*) ta được:

$$\frac{200}{y} - \frac{200}{y+10} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(y+10)}{y(y+10)} - \frac{200y}{y(y+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(y+10) - 200y}{y(y+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2000}{y(y+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 10y - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y+50)(y-40) = 0$$

$\Leftrightarrow y = -50$ (loại) hoặc $y = 40$ (thỏa mãn) $\Rightarrow x = 50$

Vậy vận tốc mỗi xe lần lượt là 50km/h và 40km/h

Dạng 5: Toán dân số, lãi suất, tăng trưởng

Những kiến thức cần nhớ :

Về Dân số

$$+ x\% = \frac{x}{100}$$

+ Dân số tỉnh A năm ngoái là a , tỷ lệ gia tăng dân số là $x\%$ thì dân số năm nay của tỉnh A là

$$a + a \cdot \frac{x}{100}$$

$$\text{Số dân n năm sau là } \left(a + a \cdot \frac{x}{100}\right) + \left(a + a \cdot \frac{x}{100}\right) \cdot \frac{x}{100}$$

Về sản phẩm

+ Dự kiến mỗi ngày làm được x (sản phẩm)

Thực tế mỗi ngày tăng $a\%$ nghĩa là

+ Số sản phẩm tăng thêm mỗi ngày là $a\% \cdot x$ (sản phẩm)

+ Thực tế mỗi ngày làm được $x + a\% \cdot x$ (sản phẩm)



Ví dụ 1. Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm 700 sản phẩm. Nhưng do tổ I làm vượt mức 15% so với kế hoạch, tổ II làm vượt mức 20% nên cả hai tổ làm được 820 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Hướng Dẫn:

	Tổ 1	Tổ 2	Cả hai tổ
Kế hoạch	x	y	700
Thực tế	$x + 15\% \cdot x$	$y + 20\% \cdot y$	820

Gọi số sản phẩm tổ I, tổ II phải làm theo kế hoạch lần lượt là x, y (sản phẩm)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

Vì theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm 700 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$x + y = 700 \quad (1)$$

Trong thực tế, tổ I làm được $x + 15\% \cdot x = 1,15x$ (sản phẩm)

Còn tổ II làm được $y + 20\% \cdot y = 1,2y$ (sản phẩm)

Và cả hai tổ làm được 820 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,15x + 1,2y = 820 \text{ hay } 115x + 120y = 82000 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 700 \\ 115x + 120y = 82000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 300 \end{cases} \text{ (thỏa đk)}$$

Vậy theo kế hoạch, tổ I và tổ II phải làm lần lượt là 400 và 300 (sản phẩm)

Ví dụ 2. Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10, hai trường A và B có 840 học sinh thi đỗ vào lớp 10 công lập và đạt tỉ lệ thi đỗ là 84%. Riêng trường A tỉ lệ thi đỗ là 80%, riêng trường B tỉ lệ thi đỗ là 90%. Tính số thí sinh dự thi của mỗi trường.

Hướng Dẫn:

Gọi số học sinh dự thi của trường A và trường B lần lượt là x và y (học sinh)

Điều kiện: x, y là số tự nhiên khác 0

Do cả hai trường có 840 học sinh thi đỗ vào lớp 10 và đạt tỉ lệ thi đỗ là 84% nên ta có phương trình: $84\% \cdot (x + y) = 840$ hay $x + y = 1000$ (1)

Vì trường A tỉ lệ thi đỗ là 80%, trường B tỉ lệ thi đỗ là 90% nên ta có phương trình:

$$80\% \cdot x + 90\% \cdot y = 840 \text{ hay } 8x + 9y = 8400 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 1000 \\ 8x + 9y = 8400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 600 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (thỏa đk)}$$

Vậy số học sinh dự thi của trường A và trường B lần lượt là 600 và 400 (học sinh)



II. Bài tập tự luyện

Bài 1 : Tháng đầu, hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Hướng Dẫn :

Gọi số chi tiết máy mà tổ I và tổ II sản xuất được trong tháng đầu lần lượt là x và y .

Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 900$.

Từ đề bài lập được hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,1x + 1,12y = 1000 \end{cases}$$

Giải hệ được:
$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy tháng đầu tổ I sản xuất được 400 chi tiết máy, tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

Bài 2 : Trong kỳ thi Tuyển sinh lớp 10 THPT năm 2019, tổng chỉ tiêu tuyển sinh của trường THPT A và trường THPT B là 900 học sinh. Do cả hai trường đều có chất lượng giáo dục rất tốt nên sau khi hết thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường THPT A và trường THPT B tăng lần lượt là 15% và 10% so với chỉ tiêu ban đầu. Vì vậy, tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của hai trường là 1010. Hỏi số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển của mỗi trường là bao nhiêu ?

Hướng Dẫn :

Gọi số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển theo chỉ tiêu của trường THPT A là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 900$)

Số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển theo chỉ tiêu của trường THPT B là y (học sinh), ($y \in \mathbb{N}^*$, $y < 900$)

Do tổng chỉ tiêu tuyển sinh của trường THPT A và THPT B là 900 học sinh nên ta có phương trình: $x + y = 900$ (1)

Sau khi hết thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường THPT A là : $115\%x$ (học sinh)

Sau khi hết thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào trường THPT B là: $110\%x$ (học sinh)

Khi đó tổng số thí sinh đăng ký cả 2 trường là 1010 học sinh nên ta có phương trình là: $115\%x + 110\%y = 1010 \Leftrightarrow 1,15x + 1,1y = 1010$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,15x + 1,1y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400(tm) \\ y = 500(tm) \end{cases}$$

Vậy số lượng học sinh đăng ký dự tuyển vào

THPT A: $115\%.400 = 460$ (học sinh)



THPT B: $1010 - 460 = 550$ (học sinh)

Bài 3 : Bác B vay ở một ngân hàng 100 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn 1 năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn và lãi, song, bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết 2 năm, bác B phải trả tất cả 121 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm

Hướng Dẫn :

Gọi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là x (%/năm) (ĐK: $x > 0$)

Số tiền lãi bác B phải trả sau 1 năm gửi 100 triệu đồng là $100.x\% = x$ (triệu đồng)

\Rightarrow Số tiền bác B phải trả sau 1 năm là $100 + x$ (triệu đồng)

Do số tiền lãi của năm đầu được tính gộp vào tiền vốn để tính lãi năm sau nên số tiền

lãi bác B phải trả sau 2 năm là $(100 + x)x\% = \frac{(100 + x)x}{100}$ (triệu đồng)

Hết 2 năm bác B phải trả tất cả là 121 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$100 + x + \frac{(100 + x)x}{100} = 121 \Leftrightarrow 10000 + 100x + 100x + x^2 = 12100$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 200x - 2100 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 210x - 2100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 10) + 210(x - 10) = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x + 210) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -210(ktm) \end{cases}$$

Vậy lãi suất của ngân hàng đó là 10% /năm

Bài 4 : Trung tâm thương mại VC tại thành phố NC có 100 gian hàng. Nếu mỗi gian hàng của Trung tâm thương mại VC cho thuê với giá 100.000.000 đồng (một trăm triệu đồng) một năm thì tất cả các gian hàng đều được thuê hết. Biết rằng, cứ mỗi lần tăng giá 5% tiền thuê mỗi gian hàng một năm thì Trung tâm thương mại VC có thêm 2 gian hàng trống. Hỏi người quản lý phải quyết định giá thuê mỗi gian hàng là bao nhiêu đồng một năm để doanh thu của Trung tâm thương mại VC từ tiền cho thuê gian hàng trong năm là lớn nhất ?

Hướng Dẫn :

Gọi giá tiền mỗi gian hàng tăng lên x triệu đồng (ĐK: $x > 0$)

Khi đó giá mỗi gian hàng sau khi tăng lên là $100 + x$ (triệu đồng)

Cứ mỗi lần tăng 5% tiền thuê mỗi gian hàng (tăng $5\% \cdot 100 = 5$ triệu đồng) thì có thêm

2 gian hàng trống nên khi tăng x triệu đồng thì có thêm $\frac{2x}{5}$ gian hàng trống .

Khi đó số gian hàng được thuê sau khi tăng giá là $100 - \frac{2x}{5}$ (gian)

Số tiền thu được là: $(100 + x) \left(100 - \frac{2x}{5} \right)$ (triệu đồng)



Yêu cầu bài toán trở thành tìm x để $P = (100 + x) \left(100 - \frac{2x}{5} \right)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (100 + x) \left(100 - \frac{2x}{5} \right) = 10000 - 40x + 100x - \frac{2x^2}{5} \\ &= -\frac{2}{5} \cdot (x^2 - 150x) + 10000 = -\frac{2}{5} \cdot (x^2 - 2 \cdot 75x + 75^2) + \frac{2}{5} \cdot 75^2 + 10000 \\ &= -\frac{2}{5} (x - 75)^2 + 12250 \leq 12250 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 75$

Vậy người quản lý phải cho thuê mỗi gian hàng với giá $100 + 75 = 175$ triệu đồng thì doanh thu của Trung tâm thương mại VC trong năm là lớn nhất.

Bài 5 : Bác Bình gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng A, kỳ hạn một năm. Cùng ngày, bác gửi tiết kiệm 150 triệu đồng vào ngân hàng B, kỳ hạn một năm, với lãi suất cao hơn lãi suất của ngân hàng A là 1% / năm. Biết sau đúng 1 năm kể từ ngày gửi tiền, bác Bình nhận được tổng số tiền lãi là 16,5 triệu đồng từ hai khoản tiền gửi tiết kiệm nêu trên. Hỏi lãi suất tiền gửi tiết kiệm kỳ hạn 1 năm của ngân hàng A là bao nhiêu phần trăm ?

Hướng Dẫn :

Gọi lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn 1 năm của ngân hàng A là $x\%$ / năm ($x > 0$)

\Rightarrow Lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn 1 năm của ngân hàng B là $(x + 1)\%$ / năm

Tiền lãi bác Bình nhận được sau 1 năm gửi vào ngân hàng A là: $100 \cdot x\%$ (triệu đồng)

Tiền lãi bác Bình nhận được sau 1 năm gửi vào ngân hàng B là: $150(x + 1)\%$ (triệu đồng)

Tổng số tiền lãi bác Bình nhận được từ hai khoản tiết kiệm trên là 16,5 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$100\%x + 150(x + 1)\% = 16,5$$

$$\Leftrightarrow 100x + 150x + 150 = 1650$$

$$\Leftrightarrow 250x = 1500$$

$$\Leftrightarrow x = 6(tm)$$

Vậy lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn một năm của ngân hàng A là 6%.

Bài 6 : Năm học 2019 – 2020, bạn An trúng tuyển vào lớp 10 trường THPT X. Để chuẩn bị cho năm học mới, lúc đầu An dự định mua 30 quyển tập và 10 cây viết cùng loại với tổng số tiền phải trả 340 nghìn đồng. Tuy nhiên, vì đạt danh hiệu học sinh giỏi, nên An nhận được phiếu giảm giá 10% với tập và 5% với viết. Do đó An quyết định mua 50 quyển tập và 20 cây viết với tổng số tiền phải trả sau giảm giá là 526 nghìn đồng. Hỏi giá tiền mỗi quyển tập và mỗi cây viết là bao nhiêu ?

Hướng Dẫn :



Gọi số tiền 1 quyển tập lúc chưa giảm giá là x (nghìn đồng) ($x > 0$)

Gọi số tiền 1 cây viết lúc chưa giảm giá là y (nghìn đồng) ($y > 0$)

Lúc đầu An dự định mua 30 quyển tập và 10 cây viết hết 340 nghìn đồng nên ta có phương trình: $30x + 10y = 340$ (1)

Số tiền mua 1 quyển tập sau khi được giảm giá 10% là $x - x.10\% = 90\%x$ (nghìn đồng)

Số tiền mua 1 cây viết sau khi được giảm 5% là: $y - y.5\% = 95\%y$ (nghìn đồng)

An mua 50 quyển tập và 20 cây viết với giá đã được giảm hết 526 nghìn đồng nên ta được phương trình $50.90\%x + 20.95\%y = 526 \Leftrightarrow 45x + 19y = 526$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 30x + 10y = 340 \\ 45x + 19y = 526 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 34 \\ 45x + 19y = 526 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ y = 4(tm) \end{cases}$$

Vậy giá tiền mỗi quyển tập lúc chưa giảm giá là 10 nghìn đồng, mỗi cây viết lúc chưa giảm giá là 4 nghìn đồng

Bài 7 : Bạn Nam mua hai món hàng và phải trả tổng cộng 480.000 đồng, trong đó đã tính cả 40.000 đồng thuế giá trị gia tăng (viết tắt là thuế VAT). Biết rằng thuế VAT đối với mặt hàng thứ nhất là 10% , thuế VAT đối với mặt hàng thứ hai là 8% . Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bạn Nam phải trả mỗi món hàng là bao nhiêu tiền?

Hướng Dẫn :

Gọi a, b lần lượt là giá của hai món hàng mà Nam mua $0 < a, b < 480.000$

$$\text{Từ đề bài ta có hệ phương trình } \begin{cases} 110\%a + 108\%b = 480000 \\ 10\%a + 8\%b = 40000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1a + 1,08b = 480000 \\ 0,1a + 0,08b = 40000 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 240.000 \\ b = 200.000 \end{cases}$$

Vậy hai mặt hàng bạn Nam mua có giá lần lượt là 240.000 đồng và 200.000 đồng.

Bài 8 : Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

Hướng Dẫn :

Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là x (ngàn đồng) ($0 < x < 850$)

Số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là y (ngàn đồng) ($0 < y < 850$)

Tổng số tiền mua bàn ủi và quạt điện là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 850(1)$$



Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là: $\frac{80}{100}y = \frac{8}{10}y$

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 850 - 125$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 850 \\ \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 450 \\ y = 400 \end{cases}$$

Số tiền thực tế mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{9}{10} \cdot 450 = 405$ (ngàn đồng)

Số tiền thực tế mua 1 cái quạt điện là: $\frac{8}{10} \cdot 400 = 320$ (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là:
 $450 - 405 = 45$ (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là:
 $400 - 320 = 80$ (ngàn đồng)

ĐS. 45 và 80 (ngàn đồng)

Bài 9 : Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

Hướng Dẫn :

Gọi số tiền ông Sáu gửi ban đầu là x (đồng, $x > 0$).

Theo đề bài ta có:

Số tiền lãi sau 1 năm ông Sáu nhận được là: $0,06x$ (đồng).

Số tiền có được sau 1 năm của ông Sáu là: $x + 0,06x = 1,06x$ (đồng).

Số tiền lãi năm thứ 2 ông Sáu nhận được là: $1,06x \cdot 0,06 = 0,0636x$ (đồng).

Do vậy số tiền tổng cộng sau 2 năm ông Sáu nhận được là:

$$1,06x + 0,0636x = 1,1236x \text{ (đồng).}$$

Mặt khác: $1,1236x = 112360000$ nên $x = 100000000$ (đồng) hay 100 triệu đồng.

Vậy ban đầu ông Sáu đã gửi 100 triệu đồng.



Dạng 6: Toán thực tế

II. Bài tập

Bài 1 : Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp 9A và 9B ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Hướng Dẫn :

+ Gọi số học sinh của lớp 9A là x học sinh ($x \in \mathbb{N}^*$)

+ Gọi số học sinh của lớp 9B là y học sinh ($y \in \mathbb{N}^*$).

+ Ta có học sinh lớp 9A ủng hộ: $6x$ quyển sách giáo khoa và $3x$ quyển sách tham khảo.

+ Ta có học sinh lớp 9B ủng hộ: $5y$ quyển sách giáo khoa và $4y$ quyển sách tham khảo.

+ Vì tổng số sách học sinh hai lớp ủng hộ là 738 quyển, nên ta có phương trình:
 $(6x + 3x) + (5y + 4y) = 738$ hay $9x + 9y = 738 \Leftrightarrow x + y = 82$ (1).

+ Số sách giáo khoa học sinh hai lớp ủng hộ là $6x + 5y$ (quyển)

+ Số sách tham khảo học sinh hai lớp ủng hộ là $3x + 4y$ (quyển)

+ Vì số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển nên ta có phương trình:
 $(6x + 5y) - (3x + 4y) = 166 \Leftrightarrow 3x + y = 166$ (2).

+ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + y = 166 \end{cases}$$

+ Giải hệ trên được nghiệm
$$\begin{cases} x = 42 \\ y = 40 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

+ Vậy lớp 9A có 42 học sinh và lớp 9B có 40 học sinh.

Bài 2 : Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Hướng Dẫn :

Gọi số HS nam của nhóm là x ($x \in \mathbb{N}; 0 < x < 15$), số HS nữ là $15 - x$.

Theo đề bài số cây các bạn nam trồng được là 30 và số cây các bạn nữ trồng được là 36 nên



Mỗi HS nam trồng được $\frac{30}{x}$ cây,

Mỗi HS nữ trồng được $\frac{36}{15-x}$ cây.

Vì mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây nên ta có

$$\frac{30}{x} - \frac{36}{15-x} = 1 \hat{=} 30(15-x) - 36x = x(15-x)$$

$$\hat{=} x^2 - 81x + 450 = 0 \hat{=} \begin{cases} x = 75 \text{ (loại)} \\ x = 6 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

Vậy có 6 HS nam và 9 HS nữ.

Bài 3 : Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp 9A và 9B ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh của hai lớp 9A và 9B lần lượt là x và y ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Số sách giáo khoa hai lớp ủng hộ là $6x+5y$.

Số sách tham khảo hai lớp ủng hộ là $3x+4y$.

Vì cả hai lớp ủng hộ số sách là 738 cuốn nên ta có $6x+5y+3x+4y=738$ và

số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn sách tham khảo 166 cuốn nên $6x+5y-(3x+4y)=166$.

$$\text{Do đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} 9x+9y=738 \\ 3x+y=166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=82 \\ 3x+y=166 \end{cases} \Leftrightarrow x=42, y=40. ($$

Thỏa mãn)

Vậy lớp 9A có 42 học sinh, lớp 9B có 40 học sinh.

Bài 4 : Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây



như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Hướng Dẫn :

Gọi số HS nam của nhóm là x ($x \in \mathbb{N}; 0 < x < 15$), số HS nữ là $15 - x$.

Theo đề bài số cây các bạn nam trồng được là 30 và số cây các bạn nữ trồng được là 36 nên

Mỗi HS nam trồng được $\frac{30}{x}$ cây,

Mỗi HS nữ trồng được $\frac{36}{15 - x}$ cây.

Vì mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây nên ta có

$$\frac{30}{x} - \frac{36}{15 - x} = 1 \Leftrightarrow 30(15 - x) - 36x = x(15 - x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 81x + 450 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 75 \text{ (loại)} \\ x = 6 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy có 6 HS nam và 9 HS nữ.

Bài 5 : Anh Thiện sở hữu một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 17m và chiều rộng 5m. Anh ta muốn lát gạch toàn bộ mảnh đất này. Biết rằng chi phí cho mỗi m^2 để lát gạch là 420.000 đồng. Tính số tiền anh Thiện phải trả.

Hướng Dẫn :

Diện tích mảnh đất là $s = 17 \cdot 5 = 85m^2$.

Số tiền anh Thiện phải chi là $c = 85 \times 420.000 = 35.700.000$ đồng.

Bài 6 : Một nhóm học sinh có kế hoạch trồng 200 cây tràm giúp gia đình bạn An. Vì có 2 học sinh bị bệnh không tham gia được nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm 5 cây so với dự định để hoàn thành kế hoạch. (Biết số cây mỗi học sinh trồng là như nhau). Tính số học sinh thực tế đã trồng cây.

Hướng Dẫn :

Gọi x là số học sinh, y là số cây mỗi em đã trồng ($x > 0; y > 0$)

Tổng số cây các em trồng: $x \cdot y = 200$ (1)

Hai học sinh bị bệnh không tham gia: $x - 2$

Mỗi học sinh trồng thêm 5 cây: $y + 5$

Khi đó tổng số cây: $(x - 2)(y + 5) = 200$ (2)

Từ (1), (2):



$$\begin{cases} x \cdot y = 200 \\ (x-2)(y+5) = 200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 200 \\ 5x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+2y}{5} \\ \frac{10+2y}{5} \cdot y = 200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+2y}{5} \\ 2y^2 + 10y - 1000 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy có tất cả 10 em tham gia trồng cây, mỗi em trồng 20 cây.

Bài 7 : Để chuẩn bị tham gia Hội khỏe Phù Đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm của lớp 9A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp với một nữ). Thầy Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh nam của lớp 9A là x (học sinh), $x > 0$.

Số học sinh nữ của lớp 9A là y (học sinh), $y > 0$.

$\frac{1}{2}$ số học sinh nam của lớp 9A là: $\frac{1}{2}x$ (học sinh).

$\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp 9A là: $\frac{5}{8}y$ (học sinh).

Thầy Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ nên ta có phương trình:



$$\frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \quad (1)$$

Tổng số học sinh của lớp 9A là: $x + y$ (học sinh).

Tổng số học sinh được chọn để tham gia thi đấu là: $\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y$ (học sinh).

Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên nên ta có phương trình: $(x + y) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y\right) = 16 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \\ (x + y) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y\right) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8} \cdot 16 = 0 \\ y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 16 \end{cases} \quad (\text{tm})$$

Số học sinh nam của lớp 9A là 20 học sinh.

Số học sinh nữ của lớp 9A là 16 học sinh.

Vậy số học sinh lớp 9A là 36 học sinh.

Bài 8 : Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu ở phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi?

Hướng Dẫn :

Gọi x là số dãy ghế ban đầu

y là số chỗ ngồi mỗi dãy ban đầu.

ĐK: $x, y \in N^*$

Theo đề ta có tổng số chỗ ngồi ban đầu là: $x \cdot y = 250 \quad (1)$

Số người dự họp thực tế là: $(x + 3)(y + 1) = 308 \Leftrightarrow xy + 3y + x + 3 = 308 \quad (2)$

Thay (1) vào (2) $\Rightarrow x + 3y = 55 \Rightarrow x = 55 - 3y \quad (3)$

Thay (3) vào (1) suy ra: $(55 - 3y)y = 250 \Leftrightarrow 3y^2 - 55y + 250 = 0 \Leftrightarrow y = 10 \vee y = \frac{25}{3}$

+ $y = \frac{25}{3} \notin N^*$ (loại)

+ $y = 10 \in N^*$ suy ra $x = 250 : 10 = 25 \in N^*$

Vậy ban đầu có 25 dãy ghế, mỗi dãy ghế có 10 chỗ ngồi.



Bài 9 : Trường A tiến hành khảo sát 1500 học sinh về sự yêu thích hội họa, thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác. Mỗi học sinh chỉ chọn một yêu thích. Biết số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh toàn trường. Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh, số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác.

- Tính số học sinh yêu thích hội họa
- Hỏi tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là bao nhiêu ?

Hướng Dẫn :

a) Vì số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh toàn trường , nên số học sinh yêu thích hội họa là :

$$1500.20\% = 300 \text{ (học sinh)}$$

b) Gọi số học sinh yêu thích thể thao là x (học sinh) ($30 < x < 1200, x \in \mathbb{N}^*$)

Số học sinh chọn yêu thích khác là y (học sinh) ($y < 1200, y \in \mathbb{N}^*$)

Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh \Rightarrow Số học sinh yêu thích âm nhạc là $x - 30$ (học sinh)

Tổng số học sinh của trường là 1500 học sinh, số học sinh yêu thích hội họa là 300 học sinh nên số học sinh yêu thích thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác :

$$1500 - 300 = 1200 \text{ (học sinh)}$$

Khi đó ta có phương trình: $x + x - 30 + y = 1200 \Leftrightarrow 2x + y = 1230$ (1)

Số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng số học sinh yêu thích âm nhạc và các yêu thích khác nên ta có phương trình: $x + 300 = x - 30 + y \Leftrightarrow y = 330$ (tm)

Thay $y = 330$ vào phương trình (1) ta được:

$$2x = 1230 - y = 1230 - 330 = 900 \Leftrightarrow x = 450 \text{ (tm)}$$

Suy ra số học sinh yêu thích âm nhạc : $450 - 30 = 420$ (học sinh)

Vậy tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là:

$$450 + 42 = 870 \text{ (học sinh)}$$

Bài 10 : Đầu năm học, Hội Khuyến học của một tỉnh tặng cho trường A tổng số 245 quyển sách gồm sách Toán và sách Ngữ văn. Nhà trường đã dùng $\frac{1}{2}$ số sách Toán và $\frac{2}{3}$ số sách Ngữ văn để phát cho các bạn học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Biết rằng mỗi bạn nhận được một quyển sách Toán và một quyển sách Ngữ văn. Hỏi Hội khuyến học tỉnh đã tặng cho trường A mỗi loại sách bao nhiêu quyển ?

Hướng Dẫn :

Gọi số sách Toán Hội khuyến học tỉnh tặng cho trường A là x quyển ($0 < x < 245, x \in \mathbb{N}$)

Thì số sách Ngữ văn hội khuyến học tỉnh tặng cho trường A là $245 - x$ (quyển)

Số sách toán nhà trường dùng để phát cho học sinh khó khăn là $\frac{1}{2}x$ quyển



Số sách Ngữ văn nhà trường dùng để phát cho học sinh khó khăn là $\frac{2}{3}(245 - x)$

quyển

Vì mỗi bạn nhận được 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Ngữ văn nên số quyển sách Toán và số quyển sách Ngữ văn đem phát là bằng nhau.

Ta có phương trình : $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}(245 - x)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{490}{3} - \frac{2x}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{6}x = \frac{490}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{490}{3} : \frac{7}{6} \Leftrightarrow x = 140(tm)$$

Vậy số sách Toán Hội khuyến học tỉnh tặng cho trường A là 140 quyển

Số sách Ngữ văn Hội khuyến học tỉnh tặng cho trường A là $245 - 140 = 105$ quyển

Bài 11 : An đếm số bài kiểm tra một tiết đạt điểm 9 và điểm 10 của mình thấy nhiều hơn 16 bài. Tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt điểm 9 và điểm 10 đó là 160. Hỏi An được bao nhiêu bài đạt điểm 9 và bao nhiêu bài điểm 10

Hướng Dẫn :

Gọi số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là x (bài) ($x \in \mathbb{N}$) và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là y (bài)

($y \in \mathbb{N}$)

Do số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 và điểm 10 nhiều hơn 16 bài nên $x + y > 16 \Leftrightarrow 9x + 9y > 144$ (1)

Tổng số điểm của x bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là $9x$ (điểm)

Tổng số điểm của y bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là $10y$ (điểm)

Do tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt 9 điểm và 10 điểm là 160 nên ta có phương trình:

$$9x + 10y = 160 \Leftrightarrow 9x = 160 - 10y$$

Thay vào (1) ta có: $160 - 10y + 9y > 144 \Leftrightarrow y < 16$

Do $y \in \mathbb{N} \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 15\}$

Ta có:

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow 9x = 160 - 10y \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 153 + 7 - 9y - y \equiv 0 \pmod{9}$$

$$\Leftrightarrow 7 - y \equiv 0 \pmod{9} \Leftrightarrow y \equiv 7 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow y = 7 \Rightarrow x = 10(tm)$$

Vậy số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là 10 bài và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là 7 bài

Bài 12 : Sau kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019-2020, học sinh hai lớp 9A và 9B tặng lại thư viện trường 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó, mỗi học sinh lớp 9A tặng 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo, mỗi học sinh lớp 9B tặng 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.



Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh lớp 9A là x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Gọi số học sinh lớp 9B là y (học sinh) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Số sách giáo khoa lớp 9A tặng cho trường là: $6x$ (quyển sách)

Số sách tham khảo lớp 9A tặng cho trường là: $3x$ (quyển sách)

Số sách giáo khoa lớp 9B tặng cho trường là: $5y$ (quyển sách)

Số sách tham khảo lớp 9B tặng cho trường là: $4y$ (quyển sách)

Tổng số sách cả hai lớp tặng cho trường là 738 quyển nên ta có phương trình:

$$6x + 3x + 5y + 4y = 738 \Leftrightarrow 9x + 9y = 738 \Leftrightarrow x + y = 82 \quad (1)$$

Tổng số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển nên ta có phương trình:

$$6x + 5y - (3x + 4y) = 166 \Leftrightarrow 3x + y = 166 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + y = 166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 84 \\ y = 82 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42(tm) \\ y = 40(tm) \end{cases}$$

Vậy lớp 9A có 42 học sinh, lớp 9B có 40 học sinh.

Bài 13 : Chiều cao trung bình của 40 học sinh lớp 9A là $1,628m$. Trong đó chiều cao trung bình của học sinh nam là $1,64m$ và chiều cao trung bình của nữ là $1,61m$. Tính số học sinh nam, số học sinh nữ của lớp 9A.

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 40$)

Lớp 9A có 40 học sinh nên ta có phương trình $x + y = 40$ (1)

Vì chiều cao trung bình của học sinh lớp 9A là $1,628m$ nên ta có phương trình:

$$\frac{1,64x + 1,61y}{40} = 1,628 \Leftrightarrow 1,64x + 1,61y = 65,12 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 1,64x + 1,61y = 65,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 1,61(40 - x) = 65,12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 1,64x + 64,4 - 1,61x = 65,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 0,03x = 0,72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 16 \end{cases} (tm)$$

Vậy lớp 9A có 24 nam, 16 nữ



Bài 14 : Trong lễ phát động phong trào trồng cây nhân dịp kỷ niệm ngày sinh Bác Hồ, lớp 9A được giao trồng 360 cây. Khi thực hiện có 4 bạn được điều đi làm việc khác, nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm một cây so với dự định. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh? (Biết số cây trồng của mỗi học sinh như nhau)

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh lớp 9A là x (hs) ($x \in \mathbb{N}, x > 4$)

Suy ra số học sinh lớp 9A trên thực tế là $x - 4$ (hs)

Số cây mỗi học sinh lớp 9A trồng theo dự định là $\frac{360}{x}$ (cây)

Số cây mỗi học sinh lớp 9A trồng trên thực tế là $\frac{360}{x-4}$ (cây)

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{360}{x-4} - \frac{360}{x} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{360x}{x-4} - \frac{360(x-4)}{x} = \frac{x(x-4)}{x(x-4)}$$

$$\Rightarrow 360x - 360x + 1440 = x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1440 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 40 \\ x_2 = -36 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{N}, x > 4$ nên $x = 40$

Vậy số học sinh của lớp 9A là 40 học sinh

Bài 15 : Lớp 9A và lớp 9B của một trường THCS dự định làm 90 chiếc đèn ông sao để tặng các em thiếu nhi nhân dịp Tết Trung Thu. Nếu lớp 9A làm trong 2 ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn; nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn. Biết rằng số đèn từng lớp làm được trong mỗi ngày là như nhau. Hỏi nếu cả hai lớp cùng làm thì hết bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đã dự định

Hướng Dẫn :

Gọi số đèn từng lớp 9A làm được trong 1 ngày là x (chiếc đèn) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 90$)

Số đèn từng lớp 9B làm được trong 1 ngày là y (chiếc đèn) ($y \in \mathbb{N}^*, y < 90$)

Nếu lớp 9A làm trong hai ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn nên ta có phương trình: $2x + y = 23$ (1)



Nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn nên ta có phương trình: $x + 2y = 22$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 23 \\ x + 2y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 23 \\ 2x + 4y = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8(tm) \\ y = 7(tm) \end{cases}$$

Nên trong 1 ngày, cả hai lớp làm được số đèn là: $8 + 7 = 15$ chiếc đèn

Như vậy cả 2 lớp cùng làm hết 90 chiếc đèn xong trong số ngày là:

$$90 : 15 = 6 \text{ (ngày)}$$

Bài 16 : Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019-2020, số thí sinh thi vào trường THPT Chuyên bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh thi vào trường PTDT Nội trú. Biết rằng tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng thi và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh. Hỏi số thí sinh vào mỗi trường bằng bao nhiêu ?

Hướng Dẫn :

Tổng số thí sinh dự thi: $24 \cdot 80 = 1920$ (thí sinh)

Gọi x, y lần lượt là thí sinh thi THPT chuyên và PTDT nội trú

$$(0 < x < y < 1920, x, y \in \mathbb{N})$$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 1920 \\ x - \frac{2}{3}y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 768 \\ y = 1152 \end{cases} (TM)$$

Vậy THPT chuyên: 768 thí sinh, Nội trú: 1152 thí sinh

Bài 17 : Một địa phương cấy 10ha giống lúa loại I và 8ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:

+ Tổng sản lượng của hai vụ lúa thu về là 139 tấn

+ Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ha) của mỗi loại giống lúa

Hướng Dẫn :

Gọi sản lượng lúa của loại I và II trên mỗi ha lần lượt là x và y (tấn/ha). Điều kiện $x, y > 0$

10ha giống lúa loại I thu về sản lượng $10x$ tấn, 8ha giống lúa loại II thu về sản lượng $8y$ tấn

Tổng sản lượng thu về là 139 tấn nên ta có phương trình: $10x + 8y = 139$ (1)

4ha giống lúa loại I thu về sản lượng $4x$ tấn, 3ha giống lúa loại II thu về sản lượng $3y$ tấn

Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn nên ta có phương trình: $4x - 3y = 6$ (2)



Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x + 16y = 278 \\ 20x - 15y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 31y = 248 \\ x = \frac{6 + 3y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 7,5 \end{cases} (TM)$$

Vậy năng suất lúa trung bình của giống lúa loại I là 7,5 tấn/ha, năng suất lúa trung bình của giống lúa loại II là 8 tấn/ha

Bài 18 : Nhân dịp Tết Thiếu nhi 01/6, một nhóm học sinh cần chia đều một số lượng quyển vở thành các phần quà để tặng cho các em nhỏ tại một mái ấm tình thương. Nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì các em sẽ có thêm 2 phần quà nữa, còn nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì các em sẽ có thêm 5 phần quà nữa. Hỏi ban đầu có bao nhiêu phần quà và mỗi phần quà có bao nhiêu quyển vở.

Hướng Dẫn :

Gọi x là số quyển vở của mỗi phần quà và y là số phần quà dự tính ban đầu ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Số quyển vở mà nhóm học sinh có là $x.y$ quyển vở.

Nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì các em sẽ có thêm 2 phần quà nên $(x-2)(y+2) = xy$.

Nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì các em sẽ có thêm 5 phần quà nên $(x-4)(y+5) = xy$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-2)(y+2) = xy \\ (x-4)(y+5) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 5x - 4y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 4y = 8 \\ 5x - 4y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy có 10 phần quà và mỗi phần quà có 12 quyển vở

Bài 19: Khi thực hiện xây dựng trường điển hình đổi mới năm 2017, hai trường trung học cơ sở A và B có tất cả 760 học sinh đăng ký tham gia nội dung hoạt động trải nghiệm. Đến khi tổng kết, số học sinh tham gia đạt tỷ lệ 85% so với số đã đăng ký. Nếu tính riêng thì tỷ lệ học sinh tham gia của trường A và trường B lần lượt là 80% và 89,5%. Tính số học sinh ban đầu đăng ký tham gia của mỗi trường

Hướng Dẫn :

Gọi a là số học sinh đăng kí ban đầu của trường A

Gọi b là số học sinh đăng kí ban đầu của trường B



$$\text{Ta có: } \begin{cases} a+b=760 \\ 0,8a+0,895b=646 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=360 \\ b=400 \end{cases} \text{ (tháa)}$$

Vậy trường A có 360 hs đăng kí, trường B có 400 hs đăng kí.

Bài 20 : Nhân ngày sách Việt Nam, 120 học sinh khối 8 và 100 học sinh khối 9 cùng tham gia phong trào xây dựng “Tủ sách nhân ái”. Sau một thời gian phát động, tổng số sách cả hai khối đã quyên góp được là 540 quyển. Biết rằng mỗi học sinh khối 9 quyên góp nhiều hơn mỗi học sinh khối 8 một quyển. Hỏi mỗi khối đã quyên góp được bao nhiêu quyển sách (Mỗi học sinh cùng một khối quyên góp số lượng sách như nhau).

Hướng Dẫn :

Goi x (quyển sách) là số sách khối 8 quyên góp ($x \in \mathbb{N}^*, x < 540$).

Số sách khối 9: $540 - x$.

Số sách một học sinh khối 9: $\frac{540 - x}{100}$.

Số sách một học sinh khối 8: $\frac{x}{120}$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{540 - x}{100} - \frac{x}{120} = 1$.

$$\Leftrightarrow \frac{6(540 - x) - 5x}{600} = 1$$

$$\Leftrightarrow -11x - 3240 = 600$$

$$\Leftrightarrow x = 240 \text{ (thỏa)}$$

Vậy khối 8 góp: 240 sách, khối 9: $540 - 240 = 300$ cuốn sách.

Bài 21 : Hai bạn Hòa và Bình có 100 quyển sách. Nếu Hòa cho Bình 10 quyển sách thì số quyển sách của Hòa bằng $\frac{3}{2}$ số quyển sách của Bình. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu quyển sách ?

Hướng Dẫn :

Goi x là số sách của Bình ($x \in \mathbb{N}^* / x < 100$). Suy ra số sách của Hòa là $100 - x$.

Sau khi Hòa cho Bình 10 cuốn thì số sách của mỗi bạn là: Hòa: $90 - x$, Bình: $10 + x$

Vì khi đó số sách của Hòa bằng $\frac{3}{2}$ số sách của Bình nên ta có phương trình:

$$90 - x = \frac{3}{2}(x + 10) \Leftrightarrow 90 - x = \frac{3}{2}x + 15 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 75 \Leftrightarrow x = 30 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số sách của Bình là 30 cuốn, số sách của Hòa là 70 cuốn.



Bài 22 : Năm học 2014 – 2015 hai trường A và B có tổng số 390 học sinh thi đỗ vào đại học đạt tỉ lệ 78%, biết trường A có tỉ lệ đỗ đại học là 75%, trường B có tỉ lệ đỗ đại học là 80%. Tính số học sinh dự thi đại học năm học 2014 – 2015 ở mỗi trường.

Hướng Dẫn :

Gọi số học sinh dự thi đại học ở trường A và trường B lần lượt là x và y (học sinh) ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số học sinh 2 trường thi đỗ là 390 và tỉ lệ đỗ đại học của cả hai trường là 78%
 \Rightarrow Số học sinh dự thi đại học của cả hai trường là $390 : 78\% = 500$ (em)

Suy ra $x + y = 500$ (1)

Tỉ lệ đỗ đại học của trường A là 75% \Rightarrow Trường A có $0,75x$ học sinh đỗ đại học

Tỉ lệ đỗ đại học của trường B là 80% \Rightarrow Trường A có $0,8x$ học sinh đỗ đại học

Suy ra $0,75x + 0,8y = 390$ (2)

Từ (1) và (2) giải hệ phương trình ta có $x = 200; y = 300$

Vậy số học sinh dự thi đại học ở trường A và trường B lần lượt là 200 và 300 học sinh.

Bài 23 : Số tiền mua 1 quả dưa và một quả thanh long là 25 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả dưa và 4 quả thanh long là 120 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi quả dưa và giá mỗi quả thanh long là bao nhiêu ? Biết rằng mỗi quả dưa có giá như nhau và mỗi quả thanh long có giá như nhau.

Hướng Dẫn :

Gọi x, y (nghìn) lần lượt là giá của 1 quả dưa và 1 quả thanh long.

Điều kiện : $0 < x ; y < 25$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 5x + 4y = 120 \end{cases}$$

Giải ra ta được : $x = 20, y = 5$ (thỏa mãn điều kiện bài toán).

Vậy : Giá 1 quả dưa 20 nghìn.

Giá 1 quả thanh long 5 nghìn.

Bài 24 : Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nghệ An, tại một phòng có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều làm bài trên tờ giấy thi của mình. Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi và bài làm của thí sinh chỉ gồm 1 tờ hoặc 2 tờ giấy thi. Hỏi trong phòng thi đó có bao nhiêu thí sinh bài làm gồm một tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh bài làm gồm hai tờ giấy thi? (Tất cả các thí sinh đều nộp bài thi).

Hướng Dẫn :

Gọi số thí sinh làm bài chỉ gồm 1 tờ giấy thi là x (thí sinh) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 24$)

Số học sinh làm bài gồm 2 tờ giấy thi là y (thí sinh) ($y \in \mathbb{N}^*, y < 24$)

1 phòng có 24 thí sinh dự thi do đó ta có: $x + y = 24$ (1)



Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi nên ta có phương trình: $x + 2y = 33$
(2)

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} x + y = 24 \\ x + 2y = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases} (TM)$

Vậy số học sinh làm 1 tờ và 2 tờ giấy thi lần lượt là 15 và 9 học sinh.

Bài 25 : Với sự phát triển của khoa học kỹ thuật hiện nay, người ta tạo ra nhiều mẫu xe lăn đẹp và tiện dụng cho người khuyết tật. Công ty A đã sản xuất ra những chiếc xe lăn cho người khuyết tật với số vốn ban đầu là 500 triệu đồng. Chi phí để sản xuất ra một chiếc xe lăn là 2 500 000 đồng. Giá bán ra mỗi chiếc là 3 000 000 đồng.

- Viết hàm số biểu diễn tổng số tiền đã đầu tư đến khi sản xuất ra được x chiếc xe lăn (gồm vốn ban đầu và chi phí sản xuất) và hàm số biểu diễn số tiền thu được khi bán ra x chiếc xe lăn
- Công ty A phải bán bao nhiêu chiếc xe mới có thể thu hồi được vốn ban đầu.

Hướng Dẫn :

Ta có tổng chi phí vốn cố định và vốn sản xuất ra x chiếc xe lăn (đơn vị tính triệu đồng)

$$y = 500 + 2,5x$$

Hàm số biểu diễn số tiền thu được khi bán ra x chiếc xe lăn $y = 3x$

Để số tiền bán được và số vốn đầu tư bằng nhau khi đó

$$500 + 2,5x = 3x$$

$$\Leftrightarrow 0,5x = 500 \Leftrightarrow x = 1000$$

Vậy công ty A phải bán ra được 1000 chiếc xe mới có thể thu hồi được vốn ban đầu.