

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7**MỤC LỤC**

ĐỀ SỐ 1. HUYỆN ĐỨC PHỐ - NĂM 15 – 16	2
ĐỀ SỐ 2. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	8
ĐỀ SỐ 3. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	13
ĐỀ SỐ 4. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	17
ĐỀ SỐ 5. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	21
ĐỀ SỐ 6. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	25
ĐỀ SỐ 7. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	30
ĐỀ SỐ 8. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	33
ĐỀ SỐ 9. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	37
ĐỀ SỐ 10. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	44
ĐỀ SỐ 11. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	50
ĐỀ SỐ 12. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	55
ĐỀ SỐ 13. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	59
ĐỀ SỐ 14. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	64
ĐỀ SỐ 15. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN	69

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 1. HUYỆN ĐỨC PHỔ - NĂM 15 – 16

Câu 1: (5 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $P = \left| a - \frac{1}{2014} \right| + \left| a - \frac{1}{2016} \right|$, với $a = \frac{1}{2015}$.

b) Tìm số nguyên x để tích hai phân số $\frac{6}{x+1}$ và $\frac{x-1}{3}$ là một số nguyên.

Câu 2: (5 điểm)

a) Cho $a > 2$; $b > 2$. Chứng minh $ab > a + b$

b) Cho ba hình chữ nhật, biết diện tích của hình thứ nhất và diện tích của hình thứ hai tỉ lệ với 4 và 5, diện tích hình thứ hai và diện tích hình thứ ba tỉ lệ với 7 và 8, hình thứ nhất và hình thứ hai có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27 cm, hình thứ hai và hình thứ ba có cùng chiều rộng, chiều dài của hình thứ ba là 24 cm. Tính diện tích của mỗi hình chữ nhật đó.

Câu 3: (3 điểm)

Cho $\triangle DEF$ vuông tại D và $DF > DE$, kẻ DH vuông góc với EF (H thuộc cạnh EF). Gọi M là trung điểm của EF .

a) Chứng minh $\widehat{MDH} = \widehat{E} - \widehat{F}$

b) Chứng minh $EF - DE > DF - DH$

Câu 4: (2 điểm)

Cho các số $0 < a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{15}$. Chứng minh rằng $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{a_5 + a_{10} + a_{15}} < 5$

Câu 5: (5 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 120^\circ$. Các tia phân giác BE, CF của \widehat{ABC} và \widehat{ACB} cắt nhau tại I (E, F lần lượt thuộc các cạnh AC, AB). Trên cạnh BC lấy hai điểm M, N sao cho $\widehat{BIM} = \widehat{CIN} = 30^\circ$.

a) Tính số đo của \widehat{MIN} .

b) Chứng minh $CE + BF < BC$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

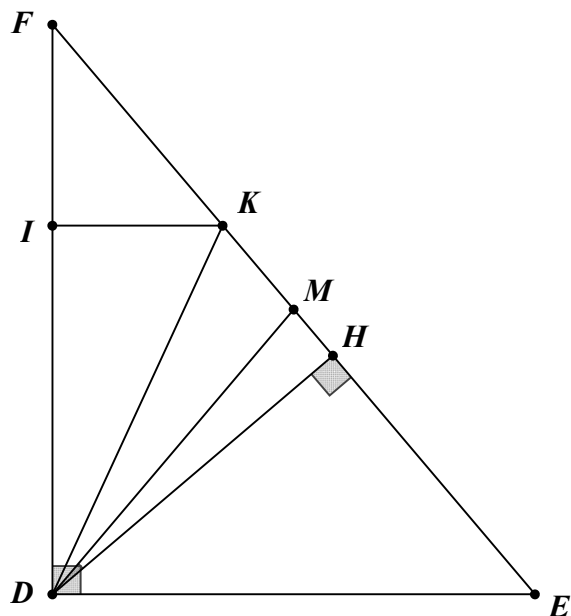
Câu	NỘI DUNG ĐÁP ÁN	Điểm
1	<p>a) Tính giá trị biểu thức $P = \left a - \frac{1}{2014} \right + \left a - \frac{1}{2016} \right$, với $a = \frac{1}{2015}$.</p> <p>Thay $a = \frac{1}{2015}$ vào biểu thức $P = \left \frac{1}{2015} - \frac{1}{2014} \right + \left \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016} \right$</p> <p>Ta có $P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}$</p> <p style="text-align: center;">$P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2016}$</p> <p style="text-align: center;">$P = \frac{2016 - 2014}{2014 \cdot 2016} = \frac{2}{2014 \cdot 2016}$</p> <p style="text-align: center;">$P = \frac{1}{1007 \cdot 2016} = \frac{1}{2030112}$</p>	<p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.75</p>
2.5 đ	<p>b) Tìm số nguyên x để tích hai phân số $\frac{6}{x+1}$ và $\frac{x-1}{3}$ là một số nguyên.</p> <p>Đặt $A = \frac{6}{x+1} \cdot \frac{x-1}{3}$</p> <p style="text-align: center;">$= \frac{2}{x+1} \cdot \frac{x-1}{1}$</p> <p style="text-align: center;">$= \frac{2(x-1)}{x+1}$</p> <p style="text-align: center;">$= \frac{2x-2}{x+1}$</p> <p style="text-align: center;">$= \frac{2(x+1)-4}{x+1} = 2 - \frac{4}{x+1}$</p> <p>Để A nhận giá trị nguyên thì $x+1$ là Ư(4) = $\{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$</p> <p>Suy ra $x \in \{0; -2; 1; -3; 3; -5\}$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

2	<p>2. a) Cho $a > 2; b > 2$. Chứng minh $ab > a + b$</p>	0.5
	$\text{Từ } a > 2 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$	
	$b > 2 \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{2}$	0.5
2đ	$\text{Suy ra } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 1 \Rightarrow \frac{a+b}{ab} < 1$	0.5
	$\text{Vậy } ab > a + b$	0.5
	<p>b)</p>	
3đ	<p>Gọi diện tích ba hình chữ nhật lần lượt là S_1, S_2, S_3, chiều dài, chiều rộng tương ứng là $d_1, r_1; d_2, r_2; d_3, r_3$ theo đề bài ta có:</p>	0.5
	$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}; \frac{S_2}{S_3} = \frac{7}{8} \text{ và } d_1 = d_2; r_1 + r_2 = 27; r_2 = r_3, d_3 = 24$	0.25
	<p>Vì hình thứ nhất và hình thứ hai cùng chiều dài</p>	
	$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{r_1}{4} = \frac{r_2}{5} = \frac{r_1 + r_2}{9} = \frac{27}{9} = 3$	0.25
	<p>Suy ra chiều rộng $r_1 = 12cm, r_2 = 15cm$</p>	0.25
	<p>Vì hình thứ hai và hình thứ ba cùng chiều rộng</p>	0.25
	$\frac{S_2}{S_3} = \frac{7}{8} = \frac{d_2}{d_3} \Rightarrow d_2 = \frac{7d_3}{8} = \frac{7 \cdot 24}{8} = 21cm$	0.25
	<p>Vậy diện tích hình thứ hai $S_2 = d_2 r_2 = 21 \cdot 15 = 315 \text{ cm}^2$</p>	0.25
	<p>Diện tích hình thứ nhất $S_1 = \frac{4}{5} S_2 = \frac{4}{5} \cdot 315 = 252 \text{ cm}^2$</p>	0.25
	<p>Diện tích hình thứ ba $S_3 = \frac{8}{7} S_2 = \frac{8}{7} \cdot 315 = 360 \text{ cm}^2$</p>	0.25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

3đ



a) Chứng minh $\widehat{MDH} = \widehat{E} - \widehat{F}$

0.5

Vì M là trung điểm của EF suy ra $MD = ME = MF$

0.25

$\Rightarrow \Delta MDE$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{E} = \widehat{MDE}$

0.25

Mà $\widehat{HDE} = \widehat{F}$ cùng phụ với \widehat{E}

Ta có $\widehat{MDH} = \widehat{MDE} - \widehat{HDE}$

0.25

Vậy $\widehat{MDH} = \widehat{E} - \widehat{F}$

0.25

b) Chứng minh $EF - DE > DF - DH$

Trên cạnh EF lấy K sao cho $EK = ED$, trên cạnh DF lấy I sao cho $DI = DH$

Ta có $EF - DE = EF - EK = KF$

0.25

$$DF - DH = DF - DI = IF$$

Ta cần chứng minh $KF > IF$

0.25

- $EK = ED \Rightarrow \Delta DEK$ cân $\Rightarrow \widehat{EDK} = \widehat{EKD}$

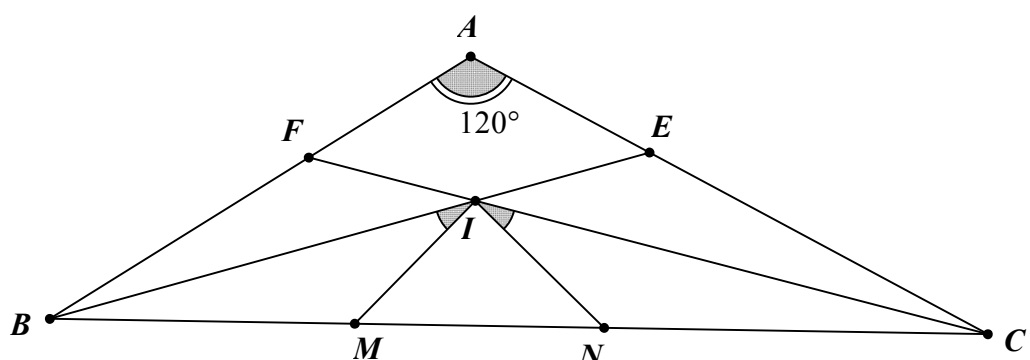
0.25

- $\widehat{EDK} + \widehat{KDI} = \widehat{EKD} + \widehat{HDK} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{KDI} = \widehat{HDK}$

0.25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>- $\triangle DHK = \triangle DIK$ (c-g-c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{KID} = \widehat{DHK} = 90^\circ$</p> <p>Trong $\triangle KIF$ vuông tại I $\Rightarrow KF > FI$ điều phải chứng minh</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>4</p> <p>(2đ)</p>	<p>Ta có $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 < 5a_5$</p> <p>$a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} < 5a_{10}$</p> <p>$a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} < 5a_{15}$</p> <p>Suy ra $a_1 + a_2 + \dots + a_{15} < 5(a_5 + a_{10} + a_{15})$</p> <p>Vậy $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{a_5 + a_{10} + a_{15}} < 5$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
<p>5</p> <p>(5đ)</p>	 <p>- Vẽ hình đúng, đủ, chính xác.</p> <p>a) Tính số đo của \widehat{MIN}.</p> <p>Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{A} = 60^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{2}\widehat{B} + \frac{1}{2}\widehat{C} = 30^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BIC} = 150^\circ$</p> <p>Mà $\widehat{BIM} = \widehat{CIN} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{MIN} = 90^\circ$</p> <p>b) Chứng minh $CE + BF < BC$</p> <p>- $\widehat{BIC} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{FIB} = \widehat{EIC} = 30^\circ$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

Suy ra $\triangle BFI = \triangle BMI$ (g-c-g) $\Rightarrow BF = BM$	0.5
- $\triangle CNI = \triangle CEI$ (g-c-g) $\Rightarrow CN = CE$	0.5
Do đó $CE + BF = BM + CN < BM + MN + NC = BC$	0.5
Vậy $CE + BF < BC$	0.25
	0.25

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7**ĐỀ SỐ 2. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN****Câu 1.**

a. Thực hiện phép tính:
$$\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

b. So sánh: $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{168}$.

Câu 2.

a. Tìm x biết: $|x - 2| + |3 - 2x| = 2x + 1$

b. Tìm $x; y \in Z$ biết: $xy + 2x - y = 5$

c. Tìm $x; y; z$ biết: $2x = 3y$; $4y = 5z$ và $4x - 3y + 5z = 7$

Câu 3.

a. Tìm đa thức bậc hai biết $f(x) - f(x - 1) = x$.

Từ đó áp dụng tính tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

b. Cho $\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}$ Chứng minh: $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$.

Câu 4.

Cho tam giác ABC ($\widehat{BAC} < 90^\circ$), đường cao AH. Gọi E; F lần lượt là điểm đối xứng của H qua AB; AC, đường thẳng EF cắt AB; AC lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng:

a. $AE = AF$;

b. HA là phân giác của \widehat{MHN} ;

c. $CM // EH$; $BN // FH$.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1	a. 0,5 điểm	$A = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$	0.25
	1,5 điểm	$A = \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}$ $= \frac{3\left(\frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(\frac{-66 + 60 + 55}{660}\right)} + \frac{3}{5}$ $= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5}$ $= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740}$	
	b. 1 điểm	<p>Ta có: $\sqrt{50} > \sqrt{49} = 7$; $\sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$</p> <p>Vậy: $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$</p>	0.5 0.5
Câu 2	a. 1 điểm	<p>Nếu $x > 2$ ta có: $x - 2 + 2x - 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 6$</p> <p>Nếu $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ ta có: $2 - x + 2x - 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = -2$ (loại)</p>	0.25 0.25
	4 điểm	<p>Nếu $x < \frac{3}{2}$ ta có: $2 - x + 3 - 2x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$</p> <p>Vậy: $x = 6$; $x = \frac{4}{5}$</p>	0.25 0.25
	b. 1.5	<p>Ta có: $xy + 2x - y = 5 \Leftrightarrow x(y + 2) - (y + 2) = 3$</p>	0.5

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	điểm	$\Leftrightarrow (y + 2)(x - 1) = 3.1 = 1.3 = (-1).(-3) = (-3).(-1)$	0.5																				
		<table border="1"> <tr> <td>$y + 2$</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>$x - 1$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>-3</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-3</td> <td>-5</td> </tr> </table>	$y + 2$	3	1	-1	-3	$x - 1$	1	3	-3	-1	x	2	4	-2	0	y	1	-1	-3	-5	0.5
$y + 2$	3	1	-1	-3																			
$x - 1$	1	3	-3	-1																			
x	2	4	-2	0																			
y	1	-1	-3	-5																			
	c. 1.5 điểm	<p>Từ: $2x = 3y; 4y = 5z \Rightarrow 8x = 12y = 15z \Rightarrow$</p> $\frac{x}{\frac{1}{8}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{15}} = \frac{4x}{2} = \frac{3y}{4} = \frac{5z}{3} = \frac{4x - 3y + 5z}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{7}{\frac{7}{12}} = 12$ $\Rightarrow x = 12 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2}; y = 12 \cdot \frac{1}{12} = 1; z = 12 \cdot \frac{1}{15} = \frac{4}{5}$	0.5																				
Câu 3 1.5 điểm	a. 0.5 điểm	<p>Đa thức bậc hai cần tìm có dạng: $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$</p> <p>Ta có: $f(x - 1) = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c.$</p> $f(x) - f(x - 1) = 2ax - a + b = x \Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ b - a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Vậy đa thức cần tìm là: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + c \quad (c \text{ là hằng số tùy ý}).$</p> <p>Áp dụng:</p> <p>+ Với $x = 1$ ta có: $1 = f(1) - f(0).$</p> <p>+ Với $x = 2$ ta có: $1 = f(2) - f(1).$</p> <p>.....</p> <p>+ Với $x = n$ ta có: $n = f(n) - f(n - 1).$</p> $\Rightarrow S = 1 + 2 + 3 + \dots + n = f(n) - f(0) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + c - c = \frac{n(n + 1)}{2}$	0.25																				
	b. 1 điểm	$\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c} \Leftrightarrow$																					

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

		$\frac{2abz - 3acy}{a^2} = \frac{6bcx - 2abz}{4b^2} = \frac{3acy - 6bcx}{9c^2}$ $= \frac{2abz - 3acy + 6bcx - 2abz + 3acy - 6bcx}{a^2 + 4b^2 + 9c^2} = 0$ $\Rightarrow 2bz - 3cy = 0 \Rightarrow \frac{z}{3c} = \frac{y}{2b} \quad (1)$ $\Rightarrow 3cx - az = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{z}{3c} \quad (2); \text{ Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$	<p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 4 3 điểm	Hình vẽ 0.5 đ		0.25
a. 1 điểm	Vì AB là trung trực của EH nên ta có: $AE = AH$ (1) Vì AC là trung trực của HF nên ta có: $AH = AF$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $AE = AF$	0.25 0.25 0.5	
b. 1 điểm	Vì $M \in AB$ nên MB là phân giác $\widehat{EMH} \Rightarrow$ MB là phân giác ngoài góc M của tam giác MNH Vì $N \in AC$ nên NC là phân giác $\widehat{FNH} \Rightarrow$ NC là phân giác ngoài góc N của tam giác MNH Do MB; NC cắt nhau tại A nên HA là phân giác trong góc H của tam giác MNH hay HA là phân giác của \widehat{MHN} .	0.25 0.25 0.5	
c. 1 điểm	Ta có $AH \perp BC$ (gt) mà HM là phân giác $\widehat{MHN} \Rightarrow$ HB là phân giác ngoài góc H của tam giác HMN MB là phân giác ngoài góc M của tam giác HMN (cmt) \Rightarrow NB là	0.25	

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	phân giác trong góc N của tam giác HMN	0.25
	$\Rightarrow BN \perp AC$ (Hai đường phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau). $\Rightarrow BN // HF$ (cùng vuông góc với AC)	0.25
	Chứng minh tương tự ta có: $EH // CM$	

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 3. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Bài 1 (2,0 điểm). Tính hợp lý các biểu thức sau:

a) $27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}$

b) $2\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}}$

c) $\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}$

Bài 2 (2,5 điểm). Tìm x biết:

a) $3(x - 2) + \frac{2}{5} = 4$

b) $\left|x + \frac{1}{3}\right| - 5 = 7$

c) $(2x - 1)^7 = (2x - 1)^5$

Bài 3 (1,5 điểm):

Ba đội cùng chuyên một khối lượng gạch như nhau. Thời gian để đội thứ nhất, đội thứ hai và đội thứ ba làm xong công việc lần lượt là 2 giờ, 3 giờ, 4 giờ. Tính số người tham gia làm việc của mỗi đội, biết rằng số người của đội thứ ba ít hơn số người của đội thứ hai là 5 người.

Bài 4 (3,5 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A với $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ và $BC = 15 \text{ cm}$. Tia phân giác góc C cắt AB tại D. Kẻ $DE \perp BC$ ($E \in BC$)

a) Chứng minh $AC = CE$.

b) Tính độ dài AB; AC.

c) Trên tia AB lấy điểm F sao cho $AF = AC$. Kẻ tia $Fx \perp FA$ cắt tia DE tại M. Tính \widehat{DCM} .

Bài 5 (0,5 điểm):

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = |x| - |x - 2|$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Sản phẩm dành tặng Tập thể thầy cô giáo tham gia soạn giáo án Dạy thêm Toán 7!

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm
1 2,0đ	a) $27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \left(27\frac{1}{4} - 13\frac{1}{4} \right) = 14 \cdot \frac{5}{8} = \frac{35}{4}$	0,75
	b) $2 \left \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right + \sqrt{\frac{4}{9}} = 2 \left \frac{1}{4} \right + \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$	0,75
	c) $\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4} = \frac{2^3 \cdot 5 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4} = \frac{2^3(5+6)}{2^2(15-2^2)} = \frac{2 \cdot 11}{11} = 2$	0,5
1 2,5đ	a) $3(x-2) + \frac{2}{5} = 4$	
	$3(x-2) = 4 - \frac{2}{5}$	0,25
	$3(x-2) = \frac{18}{5}$	0,25
	$x-2 = \frac{6}{5}$	0,25
	$x = \frac{16}{5}$	0,25
	$\left x + \frac{1}{3} \right - 5 = 7$	
	$\left x + \frac{1}{3} \right = 12$	0,25
	$x + \frac{1}{3} = 12$ hoặc $x + \frac{1}{3} = -12$	0,25
	$x = \frac{35}{3}$ hoặc $x = -\frac{37}{3}$	0,5
	$(2x-1)^7 = (2x-1)^5$	
	$(2x-1)^5 \left((2x-1)^2 - 1 \right) = 0$	0,25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	$\begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ 2x - 1 = 1 \\ 2x - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$	0,25
3 1,5đ	<p>Gọi số người tham gia làm việc của đội thứ nhất, đội thứ hai, đội thứ ba lần lượt là $x; y; z$ (giờ).</p> <p>ĐK: $x; y; z > 0$</p> <p>Cùng một khối lượng công việc, số người tham gia và thời gian làm việc tỷ lệ nghịch.</p> <p>Theo bài ra ta có: $2x = 3y = 4z$ và $y - z = 5$</p> $\frac{y}{1} = \frac{z}{1} = \frac{y - z}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} = \frac{5}{\frac{1}{12}} = 60$ <p>$y = 20, z = 15, x = 30$ (thỏa mãn điều kiện bài toán)</p> <p>Vậy số người tham gia làm việc của đội thứ nhất, đội thứ hai, đội thứ ba lần lượt là 30 người, 20 người, 15 người</p>	0,25 0,5 0,25 0,25 0,25
4 3,5đ	<p>Vẽ hình, ghi GT, KL đúng :</p>	0,5đ
	<p>a) Chứng minh được $\triangle ACD = \triangle ECD$ (cạnh huyền- góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow AC = CE$ (hai cạnh tương ứng)</p>	1 0,5

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	b) $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} (gt) \Leftrightarrow \frac{AB}{3} = \frac{AC}{4}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{AB^2}{9} = \frac{AC^2}{16} = \frac{AB^2 + AC^2}{9 + 16} = \frac{BC^2}{25} = \frac{15^2}{25} = 9$	0,5
	$AB^2 = 9.9 = 81 \Rightarrow AB = 9cm$ $AC^2 = 9.16 = 144 \Rightarrow AC = 12cm$	0,25
	c) Kẻ $Cy \perp Fx$ cắt nhau tại K Ta thấy $AC = AF = FK = CK = CE$ và $\widehat{ACK} = 90^\circ$ Chứng minh được $\triangle CEM = \triangle CKM$ (cạnh huyền- cạnh góc vuông) $\Rightarrow \widehat{ECM} = \widehat{KCM}$ (hai góc tương ứng) Mà $\widehat{DCM} = \widehat{DCE} + \widehat{ECM} = \frac{1}{2}\widehat{ACK} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$	0,25
		0,25
		0,25
5 0,5đ	Xét các trường hợp: + TH1 : $x \geq 2 \Rightarrow A = x - (x - 2) = 2$ + TH2 : $0 \leq x < 2 \Rightarrow A = x + x - 2 = 2x - 2 < 2$ + TH3 : $x < 0 \Rightarrow A = -x + x - 2 = -2 < 2$ \Rightarrow Với mọi giá trị của x thì $A \leq 2$ Vậy giá trị lớn nhất của A bằng 2 khi $x \geq 2$	0,25

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7**ĐỀ SỐ 4. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN****Câu 1** (5 điểm):a) Cho biểu thức: $P = x - 4xy + y$. Tính giá trị của P với $|x| = 1,5$; $y = -0,75$ b) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$ **Câu 2** (4 điểm):a) Tìm x, y, z , biết: $2x = 3y$; $4y = 5z$ và $x + y + z = 11$ b) Tìm x , biết: $|x + 1| + |x + 2| + |x + 3| = 4x$ **Câu 3** (3 điểm). Cho hàm số: $y = f(x) = -4x^3 + x$ a) Tính $f(0)$, $f(-0,5)$ b) Chứng minh: $f(-a) = -f(a)$.**Câu 4**: (1,0 điểm): Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ biết: $x + y = x.y$ **Câu 5**: (6 điểm): Cho ΔABC có góc $A < 90^\circ$. Vẽ ra ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là ΔABM và ΔACN a) Chứng minh rằng: $\Delta AMC = \Delta ABN$ b) Chứng minh: $BN \perp CM$;c) Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN.**Câu 6**: (1 điểm): Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $0 \leq a \leq b + 1 \leq c + 2$ và $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5điểm)	a) Ta có: $ x = 1,5 \Rightarrow x = 1,5$ hoặc $x = -1,5$ +) Với $x = 1,5$ và $y = -0,75$ thì $P = 1,5 - 4 \cdot 1,5(-0,75) - 0,75 = 1,5(1 + 3) = 6 - 0,75 = 5,25$ +) Với $x = -1,5$ và $y = -0,75$ thì $P = -1,5 - 4(-1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -1,5(1 + 3) - 0,75 = -6,75$	1,5 1,5
	b) $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 - 1)} = \frac{1}{3}$	2
Câu 2 (4 điểm)	a) $2x = 3y; 4y = 5z \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10}; \frac{y}{10} = \frac{z}{8}$ $\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{x + y + z}{15 + 10 + 8} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow x = 5; y = \frac{10}{3}; z = \frac{8}{3}$	1 1
	b) $ x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x$ (1) Vì VT $\geq 0 \Rightarrow 4x \geq 0$ hay $x \geq 0$, do đó: $ x + 1 = x + 1; x + 2 = x + 2; x + 3 = x + 3$ (1) $\Rightarrow x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x \Rightarrow x = 6$	1 1
Câu 3 (3điểm)	a) $f(0) = 0$ $f(-0,5) = -4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	1 1
	b) $f(-a) = -4(-a)^3 - a = 4a^3 - a$	0,5

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	$-f(a) = -[-4a^3 + a] = 4a^3 - a$ $\Rightarrow f(-a) = -f(a)$	0,5	
Câu 4 (1 điểm)	$x + y = x.y \Rightarrow xy - x = y \Rightarrow x(y - 1) = y \Rightarrow x = \frac{y}{y - 1}$ <p>vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y : y - 1 \Rightarrow y - 1 + 1 : y - 1 \Rightarrow 1 : y - 1$,</p> <p>do đó $y - 1 = \pm 1 \Rightarrow y = 2$ hoặc $y = 0$</p> <p>Nếu $y = 2$ thì $x = 2$</p> <p>Nếu $y = 0$ thì $x = 0$</p> <p>Vậy các cặp số nguyên $(x;y)$ là: $(0;0)$ và $(2;2)$</p>	0,5 0,5	
Câu 5 (6 điểm)	<p>a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ABN$, có:</p> <p>$AM = AB$ ($\triangle AMB$ vuông cân)</p> <p>$AC = AN$ ($\triangle ACN$ vuông cân)</p> <p>$\widehat{MAC} = \widehat{NAC}$ $(= 90^\circ + \widehat{BAC})$</p> <p>Suy ra $\triangle AMC = \triangle ABN$ (c - g - c)</p>	<p style="text-align: center;">Hình vẽ 0,5 đ</p>	1,0 0,5 0,5
	<p>b) Gọi I là giao điểm của BN với AC, K là giao điểm của BN với MC.</p> <p>Xét $\triangle KIC$ và $\triangle AIN$, có:</p> <p>$\widehat{ANI} = \widehat{KCI}$ ($\triangle AMC = \triangle ABN$)</p> <p>$\widehat{AIN} = \widehat{KIC}$ (đối đỉnh)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{IKC} = \widehat{NAI} = 90^\circ$, do đó: $MC \perp BN$</p>	1 1 0,5	

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>c) Kẻ $ME \perp AH$ tại E, $NF \perp AH$ tại F. Gọi D là giao điểm của MN và AH.</p> <p>- Ta có: $\widehat{BAH} + \widehat{MAE} = 90^\circ$ (vì $\widehat{MAB} = 90^\circ$)</p> <p>Lại có $\widehat{MAE} + \widehat{AME} = 90^\circ$, nên $\widehat{AME} = \widehat{BAH}$</p> <p>Xét $\triangle MAE$ và $\triangle ABH$, vuông tại E và H, có:</p> $\widehat{AME} = \widehat{BAH} \text{ (chứng minh trên)}$ $MA = AB$ <p>Suy ra $\triangle MAE = \triangle ABH$ (cạnh huyền-góc nhọn)</p> $\Rightarrow ME = AH$ <p>- Chứng minh tương tự ta có $\triangle AFN = \triangle CHA$</p> $\Rightarrow FN = AH$ <p>Xét $\triangle MED$ và $\triangle NFD$, vuông tại E và F, có:</p> $ME = NF (= AH)$ $\widehat{EMD} = \widehat{FND} \text{ (phụ với } \widehat{MDE} \text{ và } \widehat{FDN} \text{, mà } \widehat{MDE} = \widehat{FDN} \text{)}$ $\Rightarrow \triangle MED = \triangle NFD \Rightarrow BD = ND$ <p>Vậy AH đi qua trung điểm của MN.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 6 (1 điểm)</p>	<p>Vi: $0 \leq a \leq b + 1 \leq c + 2$ nên</p> $0 \leq a + b + 1 + c + 2 \leq c + 2 + c + 2 + c + 2$ $\Rightarrow 0 \leq 4 \leq 3c + 6 \text{ (vì } a + b + c = 1 \text{)}$ <p>Hay $3c \geq -2 \Rightarrow c \geq -\frac{2}{3}$.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của c là: $-\frac{2}{3}$ khi đó $a + b = \frac{5}{3}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 5. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Bài 1: (4 điểm)

Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương thì: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10.

Bài 2: (3 điểm)

Cho 2 đa thức: $P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{2009} + x^{2010}$ và

$Q(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots - x^{2009} + x^{2010}$. Giá trị của biểu thức $P\left(\frac{1}{2}\right) + Q\left(\frac{1}{2}\right)$ có dạng

biểu diễn hữu tỉ là $\frac{a}{b}$; $a, b \in \mathbb{N}$; a, b là 2 số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh $a : 5$

Bài 3: (3 điểm)

Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a + b + c + d}{a} = \frac{a + 2b + c + d}{b} = \frac{a + b + 2c + d}{c} = \frac{a + b + c + 2d}{d}$$

Hãy tìm giá trị của biểu thức: $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho $M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ với $a, b, c > 0$.

- a) Chứng minh $M > 1$.
- b) Chứng tỏ rằng M không phải là số nguyên.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A, trên cạnh AB lấy điểm D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Gọi I là trung điểm của DE. chứng minh ba điểm B, I, C thẳng hàng.

Bài 6: (2,5 điểm)

Cho $\triangle ABC$ cân tại A, có $\widehat{A} = 100^\circ$, tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Chứng minh: $AD + BD = BC$.

-----Hết-----

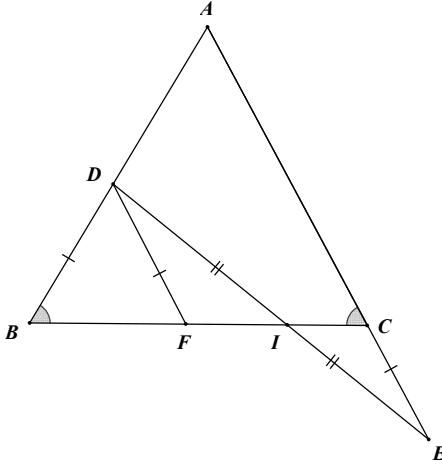
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Đáp án	Điểm
1 (4điểm)	$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n)$	1,0đ
	$= 10 \cdot 3^n - 5 \cdot 2^n$	1,5đ
	Vì n nguyên dương nên $2^n : 2 \Rightarrow 5 \cdot 2^n : 10$ và $10 \cdot 3^n : 10$	1,0đ
	Vậy: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$	0,5đ
2 (3điểm)	<p>Đặt $A = P\left(\frac{1}{2}\right) + Q\left(\frac{1}{2}\right) = 2 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2009}$ (1)</p> <p>suy ra $4A = 10 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2007}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $3A = 8 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2009} \Rightarrow A = \frac{8 - \frac{1}{2^{2009}}}{3} = \frac{2^{2012} - 1}{3 \cdot 2^{2009}} = \frac{a}{b}$</p> <p>(2 điểm)</p> <p>Ta thấy: $2^{2012} - 1 = 4^{1006} - 1 : 3$; $2^{2012} - 1$ và 2^{2009} là 2 số nguyên tố cùng nhau nên $2^{2012} - 1 = 3a$.</p> <p>$3a = 2^{2012} - 1 = 16^{503} - 1$. Vì 16^{503} có chữ số tận cùng là 6 nên $3a$ có chữ số tận cùng là 5 suy ra số này chia hết cho 5. 3, 5 là 2 số nguyên tố cùng nhau nên $a : 5$.</p>	3,0đ
3 (3điểm)	Từ $\frac{2a + b + c + d}{a} = \frac{a + 2b + c + d}{b} = \frac{a + b + 2c + d}{c} = \frac{a + b + c + 2d}{d}$	1,0đ
	$\Rightarrow \frac{2a + b + c + d}{a} - 1 = \frac{a + 2b + c + d}{b} - 1 =$	
	$\frac{a + b + 2c + d}{c} - 1 = \frac{a + b + c + 2d}{d} - 1$	0,5đ
	$\Rightarrow \frac{a + b + c + d}{a} = \frac{a + b + c + d}{b} = \frac{a + b + c + d}{c} = \frac{a + b + c + d}{d}$	
	Nếu $a + b + c + d \neq 0$ thì $a = b = c = d$, khi đó: $M = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$	0,5đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>Nếu $a + b + c + d = 0$ thì $a + b = -(c + d)$; $b + c = -(d + a)$; $c + d = -(a + b)$; $d + a = -(b + c)$.</p> <p>Khi đó: $M = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$.</p>	<p>1,0đ</p>
<p>4 (4điểm)</p>	<p>a) Vì $a, b, c > 0$ nên: $\frac{a}{a+b} > \frac{a}{a+b+c}$; $\frac{b}{b+c} > \frac{b}{a+b+c}$; $\frac{c}{c+a} > \frac{c}{a+b+c}$</p>	<p>1,0đ</p>
	<p>$\Rightarrow M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} > \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$</p> <p>Vậy: $M > 1$ (1)</p>	<p>1,0đ</p>
	<p>b) Mà: $\left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}\right) + \left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a}\right)$ $= \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b}\right) + \left(\frac{b}{b+c} + \frac{c}{b+c}\right) + \left(\frac{c}{c+a} + \frac{a}{c+a}\right) = 3$</p>	<p>1,0đ</p>
	<p>Vì $\left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a}\right) > 1$ (tương tự câu a)</p> <p>Suy ra: $M = \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}\right) < 2$. (2)</p>	<p>0,5đ</p>
	<p>Từ (1) và (2) suy ra: $1 < M < 2$ nên M không phải là số nguyên.</p>	<p>0,5đ</p>
<p>5 (3,5 điểm)</p>	<p>Học sinh vẽ hình đúng</p> 	<p>0,5đ</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>Kẻ $DF \parallel AC$ (F thuộc BC)</p> $\widehat{DFB} = \widehat{ACB} \text{ (2 góc đồng vị)}$ <p>Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (tam giác ABC cân)</p> $\widehat{DFB} = \widehat{ABC} \Rightarrow \triangle DBF \text{ cân tại D}$	1,5đ
	$DB = DF$, mà $DF = CE$ (gt) $\Rightarrow DF = CE$	0,5đ
	$\Rightarrow \triangle IDF = \triangle IEC$ (c-g-c) $\widehat{DIF} = \widehat{EIC}$	0,5đ
	Vậy: 3 điểm B, I, C thẳng hàng (vì 3 điểm D, I, E thẳng hàng)	0,5đ
6 (2,5 điểm)	<p>HS vẽ hình đúng</p> <div style="text-align: center;"> </div>	0,5đ
	<p>Trên cạnh BC lấy 2 điểm E, F sao cho:</p> $BE = BA$ và $BF = BD$.	0,5đ
	<p>HS chứng minh được: $AD = DE$</p>	
	<p>HS chứng minh được: $\triangle DFE$ cân tại D</p> <p>Suy ra: $DE = DF$</p>	0,5đ
	<p>HS chứng minh được: $\triangle DFC$ cân tại F</p> <p>Suy ra: $DF = FC$.</p> <p>Suy ra: $DE = FC$</p> <p>Suy ra: $AD + BD = BC$.</p>	1,0đ

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7**ĐỀ SỐ 6. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN****Bài 1** (4 điểm):

a) So sánh hai số: $(-5)^{39}$ và $(-2)^{91}$

b) Chứng minh rằng: Số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$ **Bài 2** (4 điểm):

a) Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn: $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$

b) Tìm số tự nhiên n và chữ số a biết rằng: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$

Bài 3 (4 điểm): Ba lớp 7 ở trường K có tất cả 147 học sinh. Nếu đưa $\frac{1}{3}$ số học sinh của lớp $7A_1$, $\frac{1}{4}$ số học sinh của lớp $7A_2$ và $\frac{1}{5}$ số học sinh của lớp $7A_3$ đi thi học sinh giỏi cấp huyện thì số học sinh còn lại của ba lớp bằng nhau. Tính tổng số học sinh của mỗi lớp 7 ở trường K.**Bài 4** (4 điểm): Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 3\widehat{B} = 6\widehat{C}$.

a) Tính số đo các góc của tam giác ABC.

b) Kẻ AD vuông góc với BC (D thuộc BC). Chứng minh: $AD < BD < CD$.**Bài 5** (4 điểm): Cho tam giác ABC cân ở A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $AM + AN = 2AB$.a) Chứng minh rằng: $BM = CN$

b) Chứng minh rằng: BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN.

c) Đường trung trực của MN và tia phân giác của góc BAC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng: $KC \perp AC$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

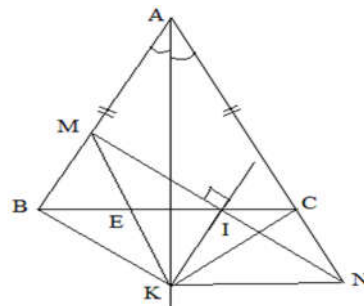
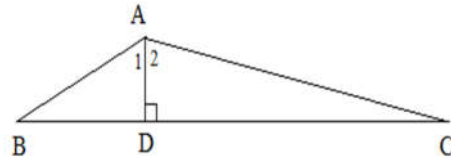
Bài	Đáp án	Điểm
1 4 điểm	a) So sánh hai số: $(-5)^{39}$ và $(-2)^{91}$	<u>2,0đ</u>
	Ta có: $(-5)^{39} = -5^{39} = -(5^3)^{13} = -125^{13}$	0,75đ
	$(-2)^{91} = -2^{91} = -(2^7)^{13} = -128^{13}$	0,75đ
	Ta thấy: $125^{13} < 128^{13} \Rightarrow -125^{13} > -128^{13} \Rightarrow (-5)^{39} > (-2)^{91}$	0,5đ
	b) Chứng minh: Số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$	<u>2,0đ</u>
	Ta có: $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1} = 11^2 \cdot 11^n + 12 \cdot (12^2)^n = 121 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$ $= (133 - 12) \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n = 133 \cdot 11^n - 12 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$ $= 133 \cdot 11^n + 12 \cdot (144^n - 11^n)$	1,0đ
	Ta thấy: $133 \cdot 11^n : 133$ $(144^n - 11^n) : (144 - 11) = 133 \Rightarrow 12 \cdot (144^n - 11^n) : 133$	0,5đ
	Do đó suy ra: $133 \cdot 11^n + 12 \cdot (144^n - 11^n)$ chia hết cho 133 Vậy: số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$	0,5đ
2 4 điểm	a) Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$:	<u>2,0đ</u>
	Ta có: 2012 là số tự nhiên chẵn $\Rightarrow (2x - y + 7)^{2012} \geq 0$ và $ x - 3 \geq 0 \Rightarrow x - 3 ^{2013} \geq 0$	0,5đ
	Do đó, từ $(2x - y + 7)^{2012} + x - 3 ^{2013} \leq 0$ suy ra: $(2x - y + 7)^{2012} = 0$ và $ x - 3 ^{2013} = 0$	0,5đ
	$\Rightarrow 2x - y + 7 = 0$ (1) và $x - 3 = 0$ (2)	0,5đ
	Từ (2) $\Rightarrow x = 3$	0,5đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>Từ (1) $\Rightarrow y = 2x + 7 = 2.3 + 7 = 13$</p> <p>Vậy cặp số $(x; y)$ cần tìm là $(3; 13)$</p>	
	b) Tìm số tự nhiên n và chữ số a	<u>2,0đ</u>
	Ta có: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ và $\overline{aaa} = a.111 = a.3.37$	0,5đ
	Do đó, từ $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa} \Rightarrow n(n+1) = 2.3.37.a$	
	$\Rightarrow n(n+1)$ chia hết cho số nguyên tố 37	0,5đ
	$\Rightarrow n$ hoặc $n+1$ chia hết cho 37 (1)	
	Mặt khác: $\frac{n(n+1)}{2} = \overline{aaa} \leq 999 \Rightarrow n(n+1) \leq 1998 \Rightarrow n < 45$ (2)	0,5đ
	Từ (1) và (2) suy ra hoặc $n = 37$, hoặc $n+1 = 37$	
	- Với $n = 37$ thì $\overline{aaa} = \frac{37.38}{2} = 703$ (không thỏa mãn)	
	- Với $n+1 = 37$ thì $\overline{aaa} = \frac{36.37}{2} = 666$ (thỏa mãn)	0,5đ
	Vậy $n = 36$ và $a = 6$.	
	Tính tổng số học sinh của mỗi lớp 7 ở trường K.	<u>4,0đ</u>
3 4 điểm	Gọi tổng số học sinh của $7A_1, 7A_2, 7A_3$ lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)	1,0đ
	Theo bài ra ta có: $a - \frac{1}{3}a = b - \frac{1}{4}b = c - \frac{1}{5}c$ (*) và $a + b + c = 147$	
	Từ (*) $\Rightarrow \frac{2a}{3} = \frac{3b}{4} = \frac{4c}{5} \Rightarrow \frac{12a}{18} = \frac{12b}{16} = \frac{12c}{15} \Rightarrow \frac{a}{18} = \frac{b}{16} = \frac{c}{15}$	1,0đ
	Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau ta có:	
	$\frac{a}{18} = \frac{b}{16} = \frac{c}{15} = \frac{a+b+c}{18+16+15} = \frac{147}{49} = 3.$	1,0đ
	Suy ra: $a = 54, b = 48, c = 45$	1,0đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	Vậy tổng số học sinh của 7A ₁ , 7A ₂ , 7A ₃ lần lượt là 54, 48 và 45.	
	a) Tính số đo các góc của ΔABC :	2,0đ
	Từ $\widehat{A} = 3\widehat{B} = 6\widehat{C} \Rightarrow \frac{\widehat{A}}{6} = \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{\widehat{C}}{1} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{6 + 2 + 1} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$	1,0đ
	$\Rightarrow \widehat{A} = 6.20^\circ = 120^\circ$ $\widehat{B} = 2.20^\circ = 40^\circ$ $\widehat{C} = 1.20^\circ = 20^\circ$	1,0đ
	Vậy: $\widehat{A} = 120^\circ; \widehat{B} = 40^\circ \Leftrightarrow; \widehat{C} = 20^\circ$	
	b) Chứng minh $AD < BD < CD$.	2,0đ
4	- Trong ΔACD có	
4	$\widehat{ADC} = 90^\circ; \widehat{C} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{A_2} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} = 50^\circ$	1,0đ
điểm	- Xét ΔADB có $\widehat{B} = 40^\circ < \widehat{A_1} = 50^\circ \Rightarrow AD < BD$ (1)	
	- Xét ΔABC có $\widehat{B} = 40^\circ > \widehat{C} = 20^\circ \Rightarrow AB < AC \Rightarrow AB^2 < AC^2$ (*)	
	- Áp dụng định lý Pytago cho hai tam giác vuông ADB và ADC có:	
	$AB^2 = AD^2 + BD^2$ và $AC^2 = AD^2 + CD^2$	1,0đ
	Do đó, từ (*) $\Rightarrow AD^2 + BD^2 < AD^2 + CD^2$	
	$\Rightarrow BD^2 < CD^2 \Rightarrow BD < CD$ (2)	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD < BD < CD$	
	a) Chứng minh rằng: $BM = CN$	1,0đ
5	Theo giả thiết, ta có:	
4	$2AB = AB + AB = AB + AM + BM$	
điểm	$AM + AN = AM + AC + CN$	
	ΔABC cân ở A $\Rightarrow AB = AC$	
	Do đó, từ $AM + AN = 2AB$	
	$\Rightarrow BM = CN$	



ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

b) Chứng minh rằng: BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN.	<u>1,5đ</u>
Qua M kẻ $ME // AC$ ($E \in BC$) ΔABC cân ở A $\Rightarrow \Delta BME$ cân ở M $\Rightarrow EM = BM = CN$	0,75đ
$\Rightarrow \Delta MEI = \Delta NCI$ (g-c-g) $\Rightarrow IM = IN$ Vậy: BC đi qua trung điểm của MN.	0,75đ
c) Chứng minh rằng: $KC \perp AN$	<u>1,5đ</u>
+ K thuộc đường trung trực của MN $\Rightarrow KM = KN$ (1) + $\Delta ABK = \Delta ACK$ (c-g-c) $\Rightarrow KB = KC$ (2); $\widehat{ABK} = \widehat{ACK}$ (*) + Kết quả câu c/m câu a) $BM = CN$ (3)	0,5đ
+ Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \Delta BMK = \Delta CNK$ (c-c-c) $\Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{NCK}$ (**)	0,5đ
+ Từ (*) và (**) $\Rightarrow \widehat{ACK} = \widehat{NCK} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow KC \perp AN$	0,5đ

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7**ĐỀ SỐ 7. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN****Bài 1:** (6 điểm)

a) Tìm x , biết $|x - 1| = \frac{2}{3}$;

b) Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$ với $|x - 1| = \frac{2}{3}$

Bài 2: (3 điểm)

a) Tìm chữ số tận cùng của A biết $A = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ biết $n \in \mathbb{N}^*$

b) Tìm các giá trị nguyên của x để $\frac{x+3}{x-2}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 3: (4 điểm)

Cho đa thức $f(x)$ xác định với mọi x thỏa mãn: $x.f(x+2) = (x^2 - 9).f(x)$.

a) Tính $f(5)$.

b) Chứng minh rằng $f(x)$ có ít nhất 3 nghiệm.**Bài 4:** (6 điểm)

Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh C bờ là đường thẳng AB dựng đoạn AE vuông góc với AB và $AE = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh B bờ là đường thẳng AC dựng đoạn AF vuông góc với AC và $AF = AC$. Chứng minh rằng:

a) $FB = EC$

b) $EF = 2AM$

c) $AM \perp EF$.

Bài 5: (1 điểm)Cho a, b, c, d là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

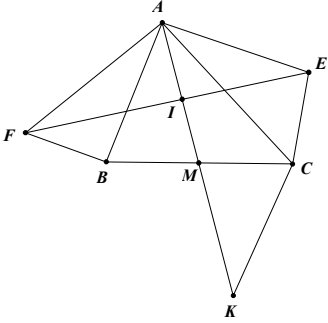
$$A = |x - a| + |x - b| + |x - c| + |x - d|$$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Hướng dẫn chấm	Điểm	
1 (6đ)	a) Ta có $ x - 1 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3} \\ x - 1 = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$	4.0đ	
	b) Từ câu a) Với $x = \frac{5}{3}$ thay vào A ta được $A = \frac{14}{27}$ Với $x = \frac{1}{3}$ thay vào A ta được $A = \frac{-2}{9}$	2.0đ	
2 (3đ)	a) $A = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ $= 9 \cdot 3^n + 3^n - 4 \cdot 2^n - 2^n = (9 + 1) \cdot 3^n - (4 + 1) \cdot 2^n = 10 \cdot 3^n - 5 \cdot 2^n$ $10 \cdot 3^n : 10$ và $5 \cdot 2^n : 10$ (do $n \in \mathbb{N}^*$ hay $n \geq 1$) $\Rightarrow A : 10$ Chứng minh A chia hết cho 10 suy ra chữ số tận cùng của A là 0	1.5đ	
	b) Ta có: $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-2+5}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-2 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$ $\Rightarrow x = 1; 3; -3; 7$	1.5đ	
3 (4đ)	a) Ta có với $x = 3 \Rightarrow f(5) = 0$	2.0đ	
	b) $x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow x = 0$ là một nghiệm $x = 3 \Rightarrow f(5) = 0 \Rightarrow x = 5$ là một nghiệm $x = -3 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow x = -1$ là một nghiệm Vậy f(x) có ít nhất là 3 nghiệm.	2.0đ	
4 (6đ)		a) Chứng minh $\triangle ABF = \triangle AEC$ (cgc) $\Rightarrow FB = EC$	3.0đ
		b) Trên tia đối của tia MA lấy K sao cho $AK = 2AM$. Ta có $\triangle ABM = \triangle KCM$ $\Rightarrow CK \parallel AB$ $\Rightarrow \widehat{ACK} + \widehat{CAB} = \widehat{EAF} + \widehat{CAB} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ACK} = \widehat{EAF}$ $\triangle EAF$ và $\triangle KCA$ có $AE = AB = CK$; $AF = AC$ (gt); $\widehat{ACK} = \widehat{EAF}$ $\Rightarrow \triangle EAF = \triangle KCA$ (cgc) $\Rightarrow EF = AK = 2AM$. c) Từ $\triangle EAF = \triangle KCA \Rightarrow \widehat{CAK} = \widehat{AFE}$ $\Rightarrow \widehat{AFE} + \widehat{FAK} = \widehat{CAK} + \widehat{FAK} = 90^\circ$ $\Rightarrow AK \perp EF$	1.5đ
		1.5đ	

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

5 (1đ)	<p>Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c \leq d$</p> <p>Áp dụng BĐT $a + b \geq a + b$, dấu bằng xảy ra $\Rightarrow ab \geq 0$ ta có:</p> $ x - a + x - d \geq x - a + d - x \geq x - a + d - x = d - a \quad (1)$ $ x - b + x - c \geq x - b + c - x \geq x - b + c - x = c - b \quad (2)$ <p>Suy ra $A \geq c + d - a - b$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi dấu "=" ở (1) và (2) xảy ra $\Leftrightarrow (x - a)(d - x) \geq 0$ và $(x - b)(c - x) \geq 0 \Leftrightarrow a \leq x \leq d$ và $b \leq x \leq c$</p> <p>Do đó $\min A = c + d - a - b \Leftrightarrow b \leq x \leq c$</p>	1.0đ
-----------	---	------

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 8. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Bài 1: (2,0 điểm)

a. Tìm x, y biết: $\frac{4+x}{7+y} = \frac{4}{7}$ và $x+y=22$

b. Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính $M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$

Bài 2: (2,0 điểm)

Thực hiện tính:

a. $S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} \dots - 2 - 1$

b. $P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$

Bài 3: (2,0 điểm)

Tìm x biết:

a. $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \dots \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 2^x$

b. $\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 2^x$

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $\widehat{B} < 90^\circ$ và $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Kẻ đường cao AH. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BH$. Đường thẳng HE cắt AC tại D.

a. Chứng minh $\widehat{BEH} = \widehat{ACB}$.

b. Chứng minh $DH = DC = DA$.

c. Lấy B' sao cho H là trung điểm của BB' . Chứng minh $\triangle AB'C$ cân.

d. Chứng minh $AE = HC$.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1: (2,0 điểm)

$\Rightarrow 28 + 7x = 28 + 4y$	0,25
$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{4+7}$	0,25
$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{22}{11} = 2 \Rightarrow x = 8; y = 14$	0,25
$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{y}{20} = \frac{z}{24} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} \quad (1)$	0,25
$(1) \Rightarrow \frac{2x}{30} = \frac{3y}{60} = \frac{4z}{96} = \frac{2x+3y+4z}{30+60+96}$	0,25
$(1) \Rightarrow \frac{3x}{45} = \frac{4y}{80} = \frac{5z}{120} = \frac{3x+4y+5z}{45+80+120}$	0,25
$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{30+60+96} : \frac{3x+4y+5z}{45+80+120} = \frac{2x}{30} : \frac{3x}{45}$	0,25
$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{186} \cdot \frac{245}{3x+4y+5z} = 1 \Rightarrow M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z} = \frac{186}{245}$	0,25

Bài 2: (2,0 điểm)

Thực hiện tính:

$2S = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} \dots - 2^2 - 2$	0,25
$2S - S = 2^{2011} - 2^{2010} + 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} - \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 + 1$	0,25
$S = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1$	0,25
$S = 2^{2011} - 2^{2011} + 1 = 1$	0,25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

$P = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{16.17}{2}$	0,25
$= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{17}{2}$	0,25
$= \frac{1}{2}(1 + 2 + 3 + \dots + 17 - 1)$	0,25
$= \frac{1}{2} \left(\frac{17.18}{2} - 1 \right) = 76$	0,25

Bài 3: (2,0 điểm)

$\frac{1}{2.2} \cdot \frac{2}{2.3} \cdot \frac{3}{2.4} \cdot \frac{4}{2.5} \cdot \frac{5}{2.6} \dots \frac{30}{2.31} \cdot \frac{31}{2^6} = 2^x$	0,25
$\frac{1.2.3.4 \dots 30.31}{1.2.3.4 \dots 30.31.2^{30}.2^6} = 2^x$	0,25
$\frac{1}{2^{36}} = 2^x$	0,25
$x = -36$	0,25
$\frac{4.4^5}{3.3^5} \cdot \frac{6.6^5}{2.2^5} = 2^x$	0,25
$\frac{4^6}{3^6} \cdot \frac{6^6}{2^6} = 2^x$	0,25
$\left(\frac{6}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^6 = 2^x$	0,25
$2^{12} = 2^x \Rightarrow x = 12$	0,25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

Bài 4: (4,0 điểm)

Câu a: 0,75 điểm		Hình vẽ:	
$\triangle BEH$ cân tại B nên $\widehat{E} = \widehat{H}_1$	0,25		
$\widehat{ABC} = \widehat{E} + \widehat{H}_1 = 2\widehat{E}$	0,25		
$\widehat{ABC} = 2\widehat{C} \Rightarrow \widehat{BEH} = \widehat{ACB}$	0,25		
Câu b: 1,25 điểm			
Chứng tỏ được $\triangle DHC$ cân tại D nên $DC = DH$.	0,50		
$\triangle DAH$ có: $\widehat{DAH} = 90^\circ - \widehat{C}$	0,25		
$\widehat{DHA} = 90^\circ - \widehat{H}_2 = 90^\circ - \widehat{C}$	0,25		
$\Rightarrow \triangle DAH$ cân tại D nên $DA = DH$.	0,25		
Câu c: 1,0 điểm		Câu d: 1,0 điểm	
$\triangle ABB'$ cân tại A nên $\widehat{B'} = \widehat{B} = 2\widehat{C}$	0,25	$AB = AB' = CB'$	0,25
$\widehat{B'} = \widehat{A}_1 + \widehat{C}$ nên $2\widehat{C} = \widehat{A}_1 + \widehat{C}$	0,50	$BE = BH = B'H$	0,25
$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{A}_1 \Rightarrow \triangle AB'C$ cân tại B'	0,25	Có: $AE = AB + BE$ $HC = CB' + B'H$ $\Rightarrow AE = HC$	0,50

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 9. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

I. Phần trắc nghiệm khách quan: (6 điểm)

Câu 1: Giá trị của x trong biểu thức $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$ là:

- A. $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$. C. $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$. D. $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$.

Câu 2: Cho $\widehat{xOy} = 50^\circ$, điểm A nằm trên Oy. Qua A vẽ tia Am. Để Am song song với Ox thì số đo của \widehat{OAm} là:

- A. 50° . B. 130° . C. 50° và 130° . D. 80° .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x > 1$. Biết $f(n) = (n - 1).f(n - 1)$ và $f(1) = 1$. Giá trị của $f(4)$ là:

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 1.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại B, $AB = 6$, $\widehat{A} = 30^\circ$. Phân giác góc C cắt AB tại D. Khi đó độ dài đoạn thẳng BD và AD lần lượt là:

- A. 2; 4 . B. 3; 3. C. 4; 2. D. 1; 5.

Câu 5: Cho $a^{2m} = -4$. Kết quả của $2a^{6m} - 5$ là:

- A. -123 . B. -133 . C. 123 D. -128 .

Câu 6: Cho tam giác DEF có $\widehat{E} = \widehat{F}$. Tia phân giác của góc D cắt EF tại I. Ta có:

- A. $\triangle DIE = \triangle DIF$. B. $DE = DF, \widehat{IDE} = \widehat{IDF}$.
C. $IE = IF; DI = EF$ D Cả A, B, C đều đúng

Câu 7: Biết $a + b = 9$. Kết quả của phép tính $\overline{0,a(b)} + \overline{0,b(a)}$ là:

- A. 2. B. 1. C. 0,5. D. 1,5 .

Câu 8: Cho $(a - b)^2 + 6a.b = 36$. Giá trị lớn nhất của $x = a.b$ là:

- A. 6 B. -6 C. 7. D. 5.

Câu 9: Cho tam giác ABC, hai đường trung tuyến BM, CN. Biết $AC > AB$. Khi đó độ dài hai đoạn thẳng BM và CN là:

- A. $BM \leq CN$ B. $BM > CN$ C. $BM < CN$ D. $BM = CN$

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

Câu 10: Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = -2x$ là :

- A. $M(-1; -2)$. B. $N(1; 2)$. C. $P(0; -2)$. D. $Q(-1; 2)$

Câu 11: Biết rằng lãi suất hàng năm của tiền gửi tiết kiệm theo mức 5% năm là một hàm số theo số tiền gửi: $i = 0,005p$. Nếu tiền gửi là 175000 thì tiền lãi sẽ là:

- A. 8850 đ B. 8750 đ C. 7850 đ D. 7750 đ

Câu 12: Cho tam giác ABC cân tại A $\hat{A} = 20^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Số đo của góc BDC là:

- A. 50° B. 70° C. 30° D. 80°

II. Phần tự luận (14 điểm)

Câu 1.(3 điểm)

a, Chứng tỏ rằng: $M = 75.(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ chia hết cho 10^2

b, Cho tích $a.b$ là số chính phương và $(a, b) = 1$. Chứng minh rằng a và b đều là số chính phương.

Câu 2.(4 điểm)

2.1 Cho đa thức $A = 2x.(x - 3) - x(x - 7) - 5(x - 403)$

Tính giá trị của A khi $x = 4$. Tìm x để $A = 2015$

2.2 Học sinh khối 7 của một trường gồm 3 lớp tham gia trồng cây. Lớp 7A trồng toàn bộ 32,5% số cây. Biết số cây lớp 7B và 7C trồng được theo tỉ lệ 1,5 và 1,2. Hỏi số cây cả 3 lớp trồng được là bao nhiêu, biết số cây của lớp 7A trồng được ít hơn số cây của lớp 7B trồng được là 120 cây.

Câu 3.(5 điểm)

1. Cho đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ hai tia Ax và By lần lượt vuông góc với AB tại A và B. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia Ax lấy điểm C và trên tia By lấy điểm D sao cho $\widehat{COD} = 90^\circ$.

a) Chứng minh rằng: $AC + BD = CD$.

b) Chứng minh rằng: $AC.BD = \frac{AB^2}{4}$

2. Cho tam giác nhọn ABC, trực tâm H. Chứng minh rằng:

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$$

Câu 4.(2 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của A, biết : $A = |7x - 5y| + |2z - 3x| + |xy + yz + zx - 2000|$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

I. Phần trắc nghiệm khách quan: (6 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ. án	A	C	C	A	B	D	B	A	C	D	B	C

II. Phần tự luận (14 điểm)

Câu	Nội dung chính	Điểm
1(4 điểm)	$M = 75 \cdot (4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$	0,25
	$= 25 \cdot (4 - 1)(4^{2017} + 4^{2016+\dots} + 4^2 + 4 + 1) + 25$	
	$= 25 \cdot [4(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) - (4^{2017} + 4^{2016+\dots} + 4^2 + 4 + 1)] + 25$	0,25
	$= 25 \cdot (4^{2018} + 4^{2017} + \dots + 4^2 + 4) - 25(4^{2017} + 4^{2016} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$	0,25
	$= 25 \cdot 4^{2018} - 25 + 25$	0,25
	$= 25 \cdot 4^{2018} = 25 \cdot 4 \cdot 4^{2017} = 100 \cdot 4^{2017} : 100$	0,25
	Vậy $M : 10^2$	0,25
	b, Đặt $a \cdot b = c^2$ (1)	0,25
	Gọi $(a, c) = d$ nên $a : d, c : d$	
	Hay $a = m \cdot d$ và $c = n \cdot d$ với $(m, n) = 1$	0,25
Thay vào (1) ta được $m \cdot d \cdot b = n^2 \cdot d^2$	0,5	
$\Rightarrow m \cdot b = n^2 \cdot d \Rightarrow b : n^2$ vì $(a, b) = 1 = (b, d)$		
Và $n^2 : b \Rightarrow b = n^2$	0,5	
Thay vào (1) ta có $a = d^2 \Rightarrow$ đpcm		
2(4 điểm)	1. Ta có $A = 2x^2 - 6x - x^2 + 7x - 5x + 2015 = x^2 - 4x + 2015$ a, Với $x = 4$ ta được $A = 2015$	1

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>$b, A = 2015 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$</p> <p>2. Gọi số cây ba lớp trồng lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$) Theo đề bài ta có $b : c = 1,5 : 1,2$ và $b - a = 120$</p> $a = 32,5\%(a + b + c)$ <p>Vậy cả 3 lớp trồng được số cây là 2400 cây</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p>3(5 điểm)</p>	<div style="text-align: center;"> </div> <p>A, Vẽ tia CO cắt tia đối của tia By tại điểm E.</p> <p>Chứng minh $\Delta AOC = \Delta BOE$ ($g - c - g$) $\Rightarrow AC = BE; CO = EO$</p> <p>Chứng minh $\Delta DOC = \Delta DOE$ ($c - g - c$) $\Rightarrow CD = ED$</p> <p>Mà $ED = EB + BD = AC + BD$.</p> <p>Từ đó : $CD = AC + BD$ (đpcm)</p> <p>b, Áp dụng định lí Pytago vào các tam giác vuông BOE và BOD ta có:</p> $\begin{cases} OE^2 = OB^2 + EB^2 \\ OD^2 = OB^2 + DB^2 \end{cases} \Rightarrow OE^2 + OD^2 = 2OB^2 + EB^2 + DB^2$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

<p>Mà $OE^2 + OD^2 = DE^2$; Nên</p> $DE^2 = 2OB^2 + EB^2 + DB^2$ $= 2OB^2 + EB.(DE - BD) + DB.(DE - BE)$ $= 2OB^2 + EB.DE - EB.BD + DB.DE - DB.BE$ $= 2OB^2 + (EB.DE + DB.DE) - 2BD.BE$ $= 2OB^2 + DE.(EB + DB) - 2BD.BE = 2OB^2 + DE^2 - 2BD.BE$ <p>Suy ra $2OB^2 - 2BD.BE = 0 \Rightarrow BD.BE = OB^2$</p> <p>Mà $BE = AC; OB = \frac{AB}{2}$.</p> <p>Vậy $AC.BD = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{AB^2}{4}$ (đpcm)</p> <p>2.</p> <p>Qua H kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại D, kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E</p> <p>Ta có $\Delta AHD = \Delta HAE$ (g - c - g)</p> $\Rightarrow AD = HE; AE = HD$ <p>ΔAHD có $HA < HD + AD$ nên $HA < AE + AD$ (1)</p> <p>Từ đó $HE \perp BH$</p> <p>ΔHBE vuông nên $HB < BE$ (2)</p> <p>Tương tự ta có $HC < DC$ (3)</p> <p>Từ 1,2,3 ta có $HA + HB + HC < AB + AC$ (4)</p> <p>Tương tự $HA + HB + HC < AB + BC$ (5)</p> $HA + HB + HC < BC + AC$ (6) <p>Từ đó suy ra $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$ đpcm</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
---	---

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

<p>4 (2 điểm)</p>	<p>Ta có $7x - 5y \geq 0$; $2z - 3x \geq 0$ và $xy + yz + zx - 2000 \geq 0$</p> <p>Nên $A = 7x - 5y + 2z - 3x + xy + yz + zx - 2000 \geq 0$</p> <p>Mà $A = 0$ khi và chỉ khi</p> $ 7x - 5y = 2z - 3x = xy + yz + zx - 2000 = 0$ <p>Có: $7x - 5y = 0 \Leftrightarrow 7x = 5y \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{7}$</p> $ 2z - 3x = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{3}$ $ xy + yz + zx - 2000 = 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx = 2000$ <p>Từ đó tìm được $\begin{cases} x = 20; y = 28; z = 30 \\ x = -20; y = -28; z = -30 \end{cases}$</p> <p>$A \geq 0$, mà $A = 0 \Leftrightarrow (x, y, z) = (20; 28; 30)$ hoặc $(x, y, z) = (-20; -28; -30)$</p> <p>Vậy $\min A = 0 \Leftrightarrow (x, y, z) = (20; 28; 30)$ hoặc $(x, y, z) = (-20; -28; -30)$</p>	<p>1</p> <p>1</p>
-----------------------	---	--

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 10. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Bài 1: Thực hiện phép tính (6 điểm).

$$\text{a) } \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} ; \quad \text{b) } \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} ; \quad \text{c) } \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} .$$

Bài 2: (6 điểm)

a) Tìm x , biết: $2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$;

b) Tìm x , biết: $3\frac{1}{2} : |2x-1| = \frac{21}{22}$

c) Tìm x, y, z biết: $\frac{2x-y}{5} = \frac{3y-2z}{15}$ và $x+z=2y$.

Bài 3: (1,5 điểm) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh rằng: $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$.

Bài 4: (4,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A; K là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia KA lấy D, sao cho $KD = KA$.

a. Chứng minh: $CD // AB$.

b. Gọi H là trung điểm của AC; BH cắt AD tại M; DH cắt BC tại N .

Chứng minh rằng: $\triangle ABH = \triangle CDH$

c. Chứng minh: $\triangle HMN$ cân.

Bài 5: (2 điểm): Chứng minh rằng số có dạng \overline{abcabc} luôn chia hết cho 11.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1: Thực hiện phép tính (6 điểm).

Giải:

a) $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4}$.

$\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4}$	0,75đ
$= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{1} + \frac{9}{4} = \frac{36}{4} = 9$	0,75đ

b) $\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$

$\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}}$	1,0đ
$= \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$	1,0đ

c) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$

$\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{2 \cdot 15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}}$	01đ
$= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 3 - 7)}$	01đ
$= \frac{10 - 9}{15 - 7} = -\frac{1}{8}$	0,5đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

Bài 2: (6 điểm)

Giải:

a. Tìm x , biết: $2(x-1)-3(2x+2)-4(2x+3)=16$

$2x - 2 - 6x - 6 - 8x - 12 = 16$	0,25đ
$-12x - 20 = 16$	0,25đ
$-12x = 36$	0,50đ
$x = -3$	0,50đ

b. Tìm x , biết: $3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22}$

Nếu $x > \frac{1}{2}$. Ta có: (vì nếu $x = \frac{1}{2}$ thì $2x - 1 = 0$)	0,25đ
$3\frac{1}{2} : 2x - 1 = \frac{21}{22}$	
$\frac{7}{2} : (2x - 1) = \frac{21}{22}$	0,25đ
$2x - 1 = \frac{7}{2} : \frac{21}{22} = \frac{7}{2} \cdot \frac{22}{21} = \frac{11}{3}$	0,25đ
$2x = \frac{11}{3} + 1 = \frac{14}{3}$	0,25đ
$x = \frac{14}{3} : 2 = \frac{7}{3} > \frac{1}{2}$ (thỏa mãn)	0,25đ
Nếu $x < \frac{1}{2}$. Ta có:	0,25đ
$3\frac{1}{2} : 2x - 1 = \frac{21}{22}$	
$\frac{7}{2} : (1 - 2x) = \frac{21}{22}$	0,25đ
$-2x = \frac{11}{3} - 1 = \frac{8}{3}$	0,25đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

$x = \frac{8}{3} : (-2) = -\frac{4}{3} < \frac{1}{2}$	0,25đ
Vậy $x = \frac{7}{3}$ hoặc $x = -\frac{4}{3}$	0,25đ

c. Tìm x, y, z biết: $\frac{2x - y}{5} = \frac{3y - 2z}{15}$ và $x + z = 2y$

Từ $x + z = 2y$ ta có:	
$x - 2y + z = 0$ hay $2x - 4y + 2z = 0$ hay $2x - y - 3y + 2z = 0$	0,25đ
hay $2x - y = 3y - 2z$	0,25đ
Vậy nếu: $\frac{2x - y}{5} = \frac{3y - 2z}{15}$ thì: $2x - y = 3y - 2z = 0$ (vì $5 \neq 15$).	0,25đ
Từ $2x - y = 0$ suy ra: $x = \frac{1}{2}y$	0,25đ
Từ $3y - 2z = 0$ và $x + z = 2y \Rightarrow x + z + y - 2z = 0$ hay $\frac{1}{2}y + y - z = 0$	0,25đ
hay $\frac{3}{2}y - z = 0$ hay $y = \frac{2}{3}z$ suy ra: $x = \frac{1}{3}z$	0,25đ
Vậy các giá trị x, y, z cần tìm là: $\left\{ x = \frac{1}{3}z; y = \frac{2}{3}z; z \in \mathbb{Z} \right\}$	0,5đ
hoặc $\left\{ x = \frac{1}{2}y; y \in \mathbb{R}; z = \frac{3}{2}y \right\}$ hoặc $\{x \in \mathbb{R}; y = 2x; z = 3x\}$	

Bài 3: (1,5 điểm) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh rằng: $(a + 2c)(b + d) = (a + c)(b + 2d)$

Ta có: $(a + 2c)(b + d) = (a + c)(b + 2d)$	
$ab + ad + 2cb + 2cd = ab + 2ad + cb + 2cd$	0,75đ
$cb = ad$ suy ra: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	0,75đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

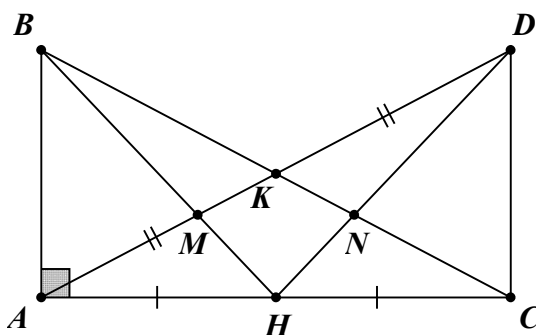
Bài 4: (4,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A; K là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia KA lấy D, sao cho $KD = KA$.

- a. Chứng minh: $CD // AB$.
- b. Gọi H là trung điểm của AC; BH cắt AD tại M; DH cắt BC tại N.

Chứng minh rằng: $\triangle ABH = \triangle CDH$

- c. Chứng minh: $\triangle HMN$ cân.

Giải:



a/ Chứng minh CD song song với AB.

Xét 2 tam giác $\triangle ABK$ và $\triangle DCK$ có:

$BK = CK$ (gt) 0,25đ

$\widehat{BKA} = \widehat{CKD}$ (đối đỉnh) 0,25đ

$AK = DK$ (gt) 0,25đ

$\Rightarrow \triangle ABK = \triangle DCK$ (c-g-c) 0,25đ

$\Rightarrow \widehat{DCK} = \widehat{DBK}$; mà $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} = 90^\circ$ 0,25đ

$\Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ = \widehat{BAC} \Rightarrow AB // CD$ ($AB \perp AC$ và $CD \perp AC$). 0,25đ

b. Chứng minh rằng: $\triangle ABH = \triangle CDH$

Xét 2 tam giác vuông: $\triangle ABH$ và $\triangle CDH$ có:

$BA = CD$ (do $\triangle ABK = \triangle DCK$) 0,25đ

$AH = CH$ (gt) 0,25đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

$$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle CDH \text{ (c-g-c)} \quad 0,50đ$$

c. Chứng minh: $\triangle HMN$ cân.

Xét 2 tam giác vuông: $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có:

$$AB = CD ; \widehat{ACD} = 90^\circ = \widehat{BAC} ; AC \text{ cạnh chung: } \Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA \text{ (c-g-c)} \quad 0,25đ$$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{CAD} \quad 0,25đ$$

$$\text{mà: } AH = CH \text{ (gt) và } \widehat{MHA} = \widehat{NHC} \text{ (vì } \triangle ABH = \triangle CDH \text{)} \quad 0,50đ$$

$$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle CNH \text{ (g-c-g)} \quad 0,50đ$$

$$\Rightarrow MH = NH . \text{ Vậy } \triangle HMN \text{ cân tại H} \quad 0,50đ$$

Bài 5: (2 điểm): Chứng minh rằng số có dạng \overline{abcabc} luôn chia hết cho 11.

Giải:

Ta có: $\overline{abcabc} = a \cdot 10^5 + b \cdot 10^4 + c \cdot 10^3 + a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$	0,25đ
$= a \cdot 10^2 (10^3 + 1) + b \cdot 10 (10^3 + 1) + c \cdot (10^3 + 1)$	0,50đ
$= (10^3 + 1)(a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c)$	0,50đ
$= (1000 + 1)(a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c) = 1001(a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c)$	0,25đ
$= 11 \cdot 91(a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c) : 11$	0,25đ
Vậy $\overline{abcabc} : 11$	0,25đ

Hết

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 11. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Câu 1 (2,5 điểm).

Tính:

a) $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$

b) $(6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$

Câu 2 (5 điểm).

So sánh A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = \frac{-2012}{4025}$; $B = \frac{-1999}{3997}$

b) $A = 3^{21}$; $B = 2^{31}$

c) $A = \frac{2011}{1.2} + \frac{2011}{3.4} + \frac{2011}{5.6} + \dots + \frac{2011}{1999.2000}$; $B = \frac{2012}{1001} + \frac{2012}{1002} + \frac{2012}{1003} + \dots + \frac{2012}{2000}$

Câu 3 (5 điểm).

a) Chứng minh rằng: $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+100}$ chia hết cho 120 (với $x \in \mathbb{N}$)

b) Cho $\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}$. Chứng minh rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

c) Cho $f(x)$ là hàm số xác định với mọi x thỏa mãn điều kiện $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ và $f(2) = 10$. Tính $f(32)$.

Câu 4 (5 điểm). Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = AB$. Gọi I là giao điểm các đường trung trực của BC và AD.

a) Chứng minh $\triangle AIB = \triangle DIC$

b) Chứng minh AI là tia phân giác của góc BAC.

c) Kẻ IE vuông góc với AB, chứng minh $AE = \frac{1}{2} AD$.

Câu 5 (2,5 điểm). Cho 100 số hữu tỉ trong đó tích của bất kì ba số nào cũng là một số âm. Chứng minh rằng tất cả 100 số đó đều là số âm.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	ý	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 1 (2,5đ)	a	$7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$	
	1,5đ	$= 10,5 \cdot (7,3 + 2,7) + 15 \cdot (7,3 + 2,7)$ $= 10,5 \cdot 10 + 15 \cdot 10$ $= 105 + 150 = 255$	0,5 0,5 0,5
	b	$(69 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$	
	1đ	$= (3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}) : (2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8)$ $= [2^{19} \cdot 3^9 (1 + 2 \cdot 3)] : [2^{18} \cdot 3^9 (2 + 5)]$ $= (2 \cdot 3) : 7 = 2$	0,5 0,25 0,25
Câu 2 (5đ)	a	$\frac{2012}{4025} < \frac{2012}{4024} = \frac{1}{2}; \frac{1}{2} = \frac{1999}{3998} < \frac{1999}{3997} \Rightarrow \frac{2012}{4025} < \frac{1999}{3997}$	1,5
	2đ	$\Rightarrow \frac{-2012}{4025} > \frac{-1999}{3997}$. Vậy $A > B$	0,5
	b	$A = 3^{21} = 3 \cdot (3^2)^{10} = 3 \cdot 9^{10}$	0,5
	1,5đ	$B = 2^{31} = 2 \cdot (2^3)^{10} = 2 \cdot 8^{10}$	0,5
		Suy ra $A > B$	0,5
	c	$A = \frac{2011}{1 \cdot 2} + \frac{2011}{3 \cdot 4} + \frac{2011}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{2011}{1999 \cdot 2000}$	
	1,5đ	$= 2011 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000} \right)$ $= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{1999} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \right]$ $= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \right]$	0,25 0,25 0,25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

		$= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{999} + \frac{1}{1000} \right) \right]$ $= 2011 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right)$ $B = 2012 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} \right)$	0,25
		Suy ra $A < B$	0,25
Câu 3 (5đ)	a	$3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+100}$ $= (3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4}) + (3^{x+5} + 3^{x+6} + 3^{x+7} + 3^{x+8}) + \dots + (3^{x+97} + 3^{x+98} + 3^{x+99} + 3^{x+100})$ $= 3^x (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + 3^{x+4} (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + 3^{x+96} (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4)$ $= 3^x \cdot 120 + 3^{x+4} \cdot 120 + \dots + 3^{x+96} \cdot 120$ $= 120 (3^x + 3^{x+4} + \dots + 3^{x+96}) : 120 \text{ (đpcm)}$	0,75
	b	$\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}. \text{ Suy ra:}$ $\frac{4(3x - 2y)}{16} = \frac{3(2z - 4x)}{9} = \frac{2(4y - 3z)}{4} = \frac{12x - 8y + 6z - 12x + 8y - 6z}{29} = 0$ <p>Vậy $\frac{3x - 2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ (1)</p> $\frac{2z - 4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4}$ (2)	0,75
		Từ (1) và (2) ta được $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$	0,25
	c	Vì $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ nên	0,5
	1đ	$f(4) = f(2 \cdot 2) = f(2) \cdot f(2) = 10 \cdot 10 = 100$ $f(16) = f(4 \cdot 4) = f(4) \cdot f(4) = 100 \cdot 100 = 10000$ $f(32) = f(16 \cdot 2) = f(16) \cdot f(2) = 10000 \cdot 10 = 100000$	0,25
		Hình vẽ	0,5

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

Câu 4	(5đ)		
	a	<p>Vi I là giao điểm các đường trung trực của BC và AD</p> <p>nên $IB = IC, IA = ID$</p> <p>Lại có $AB = CD$ (gt)</p> <p>Do đó $\triangle AIB = \triangle DIC$ (c.c.c)</p>	0,25 0,5 0,25 0,5
	b	<p>$\triangle AID$ cân ở I, suy ra $\widehat{DAI} = \widehat{D}$</p> <p>$\triangle AIB = \triangle DIC$ (câu a), suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{D}$</p> <p>Do đó $\widehat{DAI} = \widehat{BAI}$.</p> <p>Vậy AI là tia phân giác của góc BAC</p>	0,5 0,250 ,5 0,25
	c	<p>Kẻ $IP \perp AD$, ta có $\triangle AIE = \triangle AIP$ (cạnh huyền-góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow AE = AP$ Mà $AP = \frac{AD}{2}$ (vì P là trung điểm AD)</p> <p>Suy ra $AE = \frac{1}{2} AD$</p>	0,5 0,25 0,5 0,25
Câu 5	1đ	<p>Trong 100 số đã cho, phải có ít nhất một số âm (vì nếu cả 100 số đều dương thì tích của ba số bất kì không thể là một số âm).</p> <p>Ta tách riêng số âm đó ra. Chia 99 số còn lại thành 33 nhóm, mỗi nhóm 3 thừa số.</p> <p>Theo đề bài, mỗi nhóm đều có tích là một số âm nên tích của 33 nhóm</p>	0,25 0,25 0,25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

(2,5đ)		<p>tức là của 99 số là một số âm.</p> <p>Nhân số âm này với số âm đã tách riêng từ đầu ta được tích của 100 số là một số dương</p>	0,25
b 1,5đ		<p>Sắp xếp 100 số đã cho theo thứ tự tăng dần, chẳng hạn</p> $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_{100}$ <p>Các số này đều khác 0 (vì nếu có 1 thừa số bằng 0 thì tích của nó với hai thừa số khác cũng bằng 0, trái với đề bài).</p> <p>Xét tích $a_{98} \cdot a_{99} \cdot a_{100} < 0 \Rightarrow a_{98} < 0$ (vì nếu $a_{98} > 0$ thì $a_{99} > 0, a_{100} > 0$, tích của ba số này không thể là một số âm).</p> <p>Vậy $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{98}$ là các số âm.</p> <p>Xét tích $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{99} < 0$ mà $a_1 a_2 > 0$ nên $a_{99} < 0$</p> <p>Xét tích $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{100} < 0$ mà $a_1 a_2 > 0$ nên $a_{100} < 0$</p> <p>Vậy tất cả 100 số đã cho đều là số âm.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 12. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Bài 1 (5 điểm)

a) Thực hiện phép tính:
$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Tính giá trị biểu thức:
$$B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + 17.18.19$$

c) Tìm một số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nếu tăng chữ số hàng trăm thêm n đơn vị đồng thời giảm chữ số hàng chục và giảm chữ số hàng đơn vị đi n đơn vị thì được một số có 3 chữ số gấp n lần số có 3 chữ số ban đầu.

Bài 2 (3 điểm)

a) Tìm các số x, y, z biết rằng: $3x = 4y, 5y = 6z$ và $xyz = 30$.

b) Tìm x biết:
$$\left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

Bài 3 (3 điểm)

1) Cho hàm số $y = f(x) = (m - 1)x$

a) Tìm m biết: $f(2) - f(-1) = 7$

b) Cho $m = 5$. Tìm x biết $f(3 - 2x) = 20$

2) Cho các đơn thức $A = -\frac{1}{2}x^2yz^2$, $B = -\frac{3}{4}xy^2z^2$, $C = x^3y$

Chứng minh rằng các đơn thức A, B, C không thể cùng nhận giá trị âm.

Bài 4 (7 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn có góc $\widehat{A} = 60^\circ$. Phân giác \widehat{ABC} cắt AC tại D , phân giác \widehat{ACB} cắt AB tại E . BD cắt CE tại I .

a) Tính số đo góc BIC .

b) Trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BF = BE$. Chứng minh $\triangle CID = \triangle CIF$.

c) Trên tia IF lấy điểm M sao cho $IM = IB + IC$. Chứng minh $\triangle BCM$ là tam giác đều.

Bài 5 (2 điểm)

Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện: $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n = 2^{n+11}$

-----Hết-----

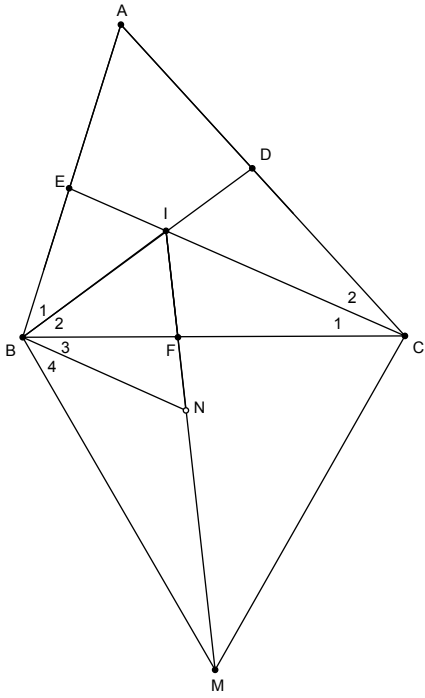
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

BÀI	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
1 (5đ)	a	$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$	0.5
		$A = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)}$	0.5
		$A = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9}$	0.5
		$A = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0.5
	b	$4B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot (5-1) + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot (6-2) + \dots + 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot (20-16)$	0.5
		$4B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 - 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19$	0.5
		$4B = 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20$	0.5
		$B = 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 5 = 29070$	0.5
	c	Gọi số có 3 chữ số cần tìm là \overline{abc} (a, b, c là STN có 1 chữ số, $a \neq 0$)	0.25
		Theo bài ra ta có: $\overline{(a+n)(b-n)(c-n)} = \overline{n \cdot abc}$	
$\Rightarrow 100(a+n) + 10(b-n) + (c-n) = n(100a + 10b + c)$			
$\Rightarrow 100a + 100n + 10b - 10n + c - n = 100an + 10bn + cn$			
$\Rightarrow 100(n-1)a + 10(n-1)b + (n-1)c = 89n$		0.25	
$\Rightarrow (n-1)(100a + 10b + c) = 89n$			
$\Rightarrow 89n : n-1 \text{ mà } (89; n-1) = 1 \text{ nên } n : n-1$	0.25		
Tìm được $n = 2$			
Số có 3 chữ số cần tìm là 178	0.25		
2 (3đ)	a	$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{3}; \frac{y}{6} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = k$	0.25
		$\Rightarrow x = 8k, y = 6k, z = 5k$	0.25
		$xyz = 30 \Rightarrow 8k \cdot 6k \cdot 5k = 30 \Rightarrow 240k^3 = 30 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$	0.5
		$\Rightarrow x = 4, y = 3, z = \frac{5}{2}$	0.5
	b	$\left x - \frac{1}{2} \right + \frac{3}{4} = \left -1,6 + \frac{3}{5} \right \Rightarrow \left x - \frac{1}{2} \right + \frac{3}{4} = \left -\frac{8}{5} + \frac{3}{5} \right $	0.25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

		$\Rightarrow \left x - \frac{1}{2} \right + \frac{3}{4} = 1$	0.25
		$\Rightarrow \left x - \frac{1}{2} \right = \frac{1}{4}$	0.5
		$\Rightarrow x = \frac{3}{4}; x = \frac{1}{4}$	0.5
3 (3đ)	1.a	Vì $f(2) - f(-1) = 7 \Rightarrow (m - 2) \cdot 2 - (m - 1) \cdot (-1) = 7$	0.25
		$\Rightarrow 2m - 4 + m - 1 = 7$	0.25
		$\Rightarrow 3m - 5 = 7 \Rightarrow m = 4$	0.5
	1.b	Với $m = 5$ ta có hàm số $y = f(x) = 4x$	0.25
		Vì $f(3 - 2x) = 20 \Rightarrow 4(3 - 2x) = 20$	0.25
		$\Rightarrow 12 - 8x = 20 \Rightarrow x = -1$	0.5
	2 (3đ)	Giả sử cả 3 đơn thức A, B, C cùng có giá trị âm $\Rightarrow A.B.C$ có giá trị âm (1)	0.25
		Mặt khác: $A.B.C = \frac{3}{8}x^6y^4z^4$	0.25
Vì $\frac{3}{8}x^6y^4z^4 \geq 0 \forall x, y \Rightarrow A.B.C \geq 0 \forall x, y$ (2)		0.25	
Ta thấy (1) mâu thuẫn với (2) \Rightarrow điều giả sử sai. Vậy ba đơn thức A, B, C không thể cùng có giá trị âm.		0.25	
4 (7đ)	Vẽ hình đúng, ghi đúng giả thiết, kết luận 		0.5

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

a	BD là phân giác của góc ABC nên $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \frac{\widehat{ABC}}{2}$	0.5
	CE là phân giác của góc ACB nên $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 = \frac{\widehat{ACB}}{2}$	
	Mà tam giác ABC có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ suy ra	0.5
	$60^\circ + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{B}_2 + \widehat{C}_1 = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{BIC} = 120^\circ$	0.5
b	$\triangle BIE = \triangle BIF$ (cgc) $\Rightarrow \widehat{BIE} = \widehat{BIF}$	0.5
	$\widehat{BIC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BIE} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BIE} = \widehat{BIF} = 60^\circ$	0.5
	Mà $\widehat{BIE} + \widehat{BIF} + \widehat{CIF} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CIF} = 60^\circ$	0.5
	$\widehat{CID} = \widehat{BIE} = 60^\circ$ (đ.đ) $\Rightarrow \widehat{CIF} = \widehat{CID} = 60^\circ$ $\Rightarrow \triangle CID = \triangle CIF$ (gcg)	0.5
c	Trên đoạn IM lấy điểm N sao cho $IB = IN \Rightarrow NM = IC$	0.5
	$\Rightarrow \triangle BIN$ đều $\Rightarrow BN = BI$ và $\widehat{BNM} = 120^\circ$	0.5
	$\Rightarrow \triangle BNM = \triangle BIC$ (cgc)	0.5
	$\Rightarrow BM = BC$ và $\widehat{B}_2 = \widehat{B}_4 \Rightarrow \triangle BCM$ đều	0.5
5 (2đ)	Đặt $S = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n$	0.5
	$S = 2S - S = (2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^5 + \dots + n \cdot 2^{n+1}) - (2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n)$	
	$S = n \cdot 2^{n+1} - 2^3 - (2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n)$	0.5
	Đặt $T = 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n$. Tính được $T = 2T - T = 2^{n-1} - 2^3$	0.5
	$\Rightarrow S = n \cdot 2^{n+1} - 2^3 - 2^{n-1} + 2^3 = (n-1) \cdot 2^{n+1}$ $(n-1) \cdot 2^{n+1} = 2^{n+11} \Rightarrow n-1 = 2^{10} \Rightarrow n = 2^{10} + 1 = 1025$	0.5

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 13. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Câu 1. (1,5 điểm)

$$a) M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$$

b) Tìm x, biết: $|x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$.

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$.

Hãy tính giá trị của biểu thức $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.

b) Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5 : 6 : 7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4 : 5 : 6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |2x + 2| + |2x - 2013|$ với x là số nguyên.

b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $x + y + z = xyz$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho $\widehat{xAy} = 60^\circ$ có tia phân giác Az . Từ điểm B trên Ax kẻ BH vuông góc với Ay tại H, kẻ BK vuông góc với Az và Bt song song với Ay , Bt cắt Az tại C. Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M. Chứng minh:

a) K là trung điểm của AC.

b) ΔKMC là tam giác đều.

c) Cho $BK = 2\text{cm}$. Tính các cạnh ΔAKM

Câu 5. (1,0 điểm). Cho ba số dương $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ chứng minh rằng:

$$\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Sản phẩm dành tặng Tập thể thầy cô giáo tham gia soạn giáo án Dạy thêm Toán 7!

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	$1) \text{ Ta có: } M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$ $= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2014}{2015}$ $= \left(\frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2014}{2015}$ $= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2014}{2015} = 0$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
	2) vì $x^2 + x - 1 > 0$ nên (1) $\Rightarrow x^2 + x - 1 = x^2 + 2$ hay $ x - 1 = 2$	0.25đ
	+) $\Rightarrow x = 3$	0.25đ
	+) $\Rightarrow x = -1$	0.25đ
Câu 2 (2,5 điểm)	<p>1)</p> <p>+Nếu $a + b + c \neq 0$</p> <p>Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,ta có:</p> $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$ <p>mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$</p> $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$ <p>Vậy $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$</p>	0.25đ 0.25đ 0.25đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>+Nếu $a + b + c = 0$</p> <p>Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,ta có:</p> $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 0$ <p>mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 1$</p> $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 1$ <p>Vậy $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{a}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right) = 1$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
	<p>2) Gọi tổng số gói tăm 3 lớp cùng mua là x (x là số tự nhiên khác 0)</p> <p>Số gói tăm dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lúc đầu lần lượt là: a, b, c</p> <p>Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3}; c = \frac{7x}{18}$ (1)</p> <p>Số gói tăm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c', ta có:</p> $\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15} = \frac{x}{3}; c' = \frac{6x}{15}$ (2) <p>So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'; b = b'; c < c'$ nên lớp 7C nhận nhiều hơn lúc đầu.</p> <p>Vậy: $c' - c = 4$ hay $\frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$</p> <p>Vậy số gói tăm 3 lớp đã mua là 360 gói.</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Câu 3 (2,0 điểm)</p>	<p>1) Ta có: $A = 2x + 2 + 2x - 2013 = 2x + 2 + 2013 - 2x$</p> $\geq 2x + 2 + 2013 - 2x = 2015$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $(2x + 2)(2013 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{2013}{2}$</p> <p>Vậy $Min A = 2015$ khi $-1 \leq x \leq \frac{2013}{2}, x \in \mathbb{Z}$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>2) Vì x, y, z nguyên dương nên ta giả sử $1 \leq x \leq y \leq z$</p> <p>Theo bài ra $1 = \frac{1}{yz} + \frac{1}{yx} + \frac{1}{zx} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{x^2}$</p> <p style="text-align: center;">$\Rightarrow x^2 \leq 3 \Rightarrow x = 1$</p> <p>Thay vào đầu bài ta có $1 + y + z = yz = y - yz + 1 + z = 0$</p> <p style="text-align: center;">$\Rightarrow y(1 - z) - (1 - z) + 2 = 0$</p> <p style="text-align: center;">$\Rightarrow (y - 1)(z - 1) = 2$</p> <p>TH1: $y - 1 = 1 \Rightarrow y = 2$ và $z - 1 = 2 \Rightarrow z = 3$</p> <p>TH2: $y - 1 = 2 \Rightarrow y = 3$ và $z - 1 = 1 \Rightarrow z = 2$</p> <p>Vậy có hai cặp nghiệm nguyên thỏa mãn $(1, 2, 3); (1, 3, 2)$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Câu 4 (3,0 điểm)</p>	<p>Vẽ hình , GT _ KL</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>a, $\triangle ABC$ cân tại B do $\widehat{CAB} = \widehat{ACB} (= \widehat{MAC})$ và BK là đường cao</p> <p>\Rightarrow BK là đường trung tuyến \Rightarrow K là trung điểm của AC</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>
	<p>b, $\triangle ABH = \triangle BAK$ (cạnh huyền + góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow BH = AK$ (hai cạnh t. ý) mà $AK = \frac{1}{2} AC$</p> <p>$\Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC$</p> <p>Ta có : $BH = CM$ (t/c cặp đoạn chắn)</p> <p>mà $CK = BH = \frac{1}{2} AC \Rightarrow CM = CK \Rightarrow \triangle MKC$ là tam giác cân (1)</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>Mặt khác $\widehat{MCB} = 90^\circ$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MCK} = 60^\circ$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta MKC$ là tam giác đều</p>	0,25đ
	<p>c) Vì ΔABK vuông tại K mà $\widehat{KAB} = 30^\circ \Rightarrow AB = 2BK = 2.2 = 4$ cm</p> <p>Vì ΔABK vuông tại K nên theo Pitago ta có:</p> $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$	0,25đ
	<p>Mà $KC = \frac{1}{2}AC = KC = AK = \sqrt{12}$</p> <p>$\Delta KCM$ đều $\Rightarrow KC = KM = \sqrt{12}$</p> <p>Theo phần b) $AB = BC = 4$</p> $AH = BK = 2$ $HM = BC \text{ (HBCM là hình chữ nhật)}$	0,25đ
	<p>$\Rightarrow AM = AH + HM = 6$</p>	0,25đ
<p>Câu 5 (1 điểm)</p>	<p>Vì $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ nên:</p> $(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab+1 \geq a+b \Leftrightarrow \frac{1}{ab+1} \leq \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{c}{ab+1} \leq \frac{c}{a+b} \quad (1)$ <p>Tương tự: $\frac{a}{bc+1} \leq \frac{a}{b+c} \quad (2)$; $\frac{b}{ac+1} \leq \frac{b}{a+c} \quad (3)$</p> <p>Do đó: $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \quad (4)$</p> <p>Mà $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{2a}{a+b+c} + \frac{2b}{a+b+c} + \frac{2c}{a+b+c} = \frac{2(a+b+c)}{a+b+c} = 2 \quad (5)$</p> <p>Từ (4) và (5) suy ra: $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2 \quad (\text{đpcm})$</p>	0,25đ
		0,25đ
		0,25đ
		0,25đ

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 14. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$.

2. Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $2x^3 - 1 = 15$. Tính $B = x + y + z$.

Câu 2: (4,0 điểm)

1. Tìm x, y biết: $x(x-y) = \frac{3}{10}$ và $y(x-y) = -\frac{3}{50}$.

2. Tìm x biết: $(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right) > 0$.

Câu 3: (5,0 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n-8}{2n-3}$ có giá trị lớn nhất.

2. Cho đa thức $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a, b, c, d là các hệ số nguyên. Biết rằng, $p(x) : 5$ với mọi x nguyên. Chứng minh rằng a, b, c, d đều chia hết cho 5.

3. Gọi a, b, c là độ dài các cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

✘

Câu 4: (5,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D (D khác B, C). Trên tia đối của tia CB , lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M . Đường vuông góc với BC kẻ từ E cắt đường thẳng AC tại N , MN cắt BC tại I .

1. Chứng minh $DM = EN$.

2. Chứng minh $IM = IN, BC < MN$.

3. Gọi O là giao của đường phân giác góc A và đường thẳng vuông góc với MN tại I .

Chứng minh rằng $\triangle BMO = \triangle CNO$. Từ đó suy ra điểm O cố định.

Câu 5: (2,0 đ) Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = a^{2014} + b^{2015}$.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

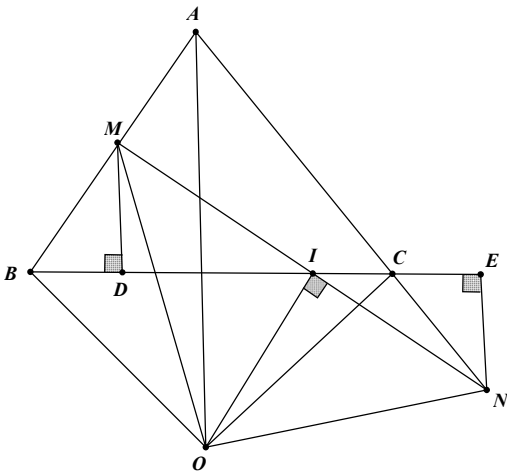
HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4,0đ)	$1. A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\left(\frac{2}{5} \cdot 5\right)^7 + \left(\frac{9}{4} : \frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^6(2 + 3^3)}{2^7(5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}.$	2,0
	2. Ta có: $2x^3 - 1 = 15 \Leftrightarrow 2x^3 = 16 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x^3 = 2^3 \Rightarrow x = 2.$	0,5
	Suy ra: $\frac{18}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$	0,25
	Do đó, ta có: $\frac{18}{9} = \frac{y-25}{16} \Leftrightarrow y-25 = 32 \Leftrightarrow y = 57.$	0,5
	$\frac{18}{9} = \frac{z+9}{25} \Leftrightarrow z+9 = 50 \Leftrightarrow z = 41.$	0,5
	Vậy $B = x + y + z = 2 + 57 + 41 = 100.$	0,25
2 (4,0đ)	1. Trừ từng vế hai đẳng thức đã cho ta được:	
	$x(x-y) - y(x-y) = \frac{3}{10} - \left(-\frac{3}{50}\right) \Leftrightarrow (x-y)(x-y) = \frac{9}{25} \Leftrightarrow (x-y)^2 = \left(\pm\frac{3}{5}\right)^2$	0,75
	Suy ra: $x - y = \pm\frac{3}{5}.$	0,25
	Thay $x - y = \frac{3}{5}$ vào hai đẳng thức đã cho ta được $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{10}.$	0,5
	Thay $x - y = -\frac{3}{5}$ vào hai đẳng thức đã cho ta được $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{10}.$	0,5
	2. Từ $(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right) > 0$ suy ra $x-3$ và $x+\frac{1}{2}$ cùng dấu.	0,25
	Dễ thấy $x-3 < x+\frac{1}{2}$ nên ta có:	0,5
	<ul style="list-style-type: none"> • $x-3$ và $x+\frac{1}{2}$ cùng dương $\Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ • $x-3$ và $x+\frac{1}{2}$ cùng âm $\Leftrightarrow x+\frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$ 	0,5

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	<p>Vậy $x > 3$ hoặc $x < -\frac{1}{2}$</p>	0,25
3 (5,0đ)	<p>1. Ta có: $\frac{7n-8}{2n-3} = \frac{2(7n-8)}{2(2n-3)} = \frac{7(2n-3)+5}{2(2n-3)} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2(2n-3)}$.</p> <p>Phân số đã cho có giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{5}{2(2n-3)}$ lớn nhất.</p> <p>Từ đó suy ra: $n = 2$.</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của phân số đã cho bằng 6 khi $n = 2$.</p>	0,75
	<p>2. Vì $p(x) : 5$ với mọi x nguyên nên $p(0) = d : 5$</p>	0,25
	<p>$p(1) = a + b + c + d : 5$ (1)</p>	0,25
	<p>$p(-1) = -a + b - c + d : 5$ (2)</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $2(b+d) : 5$ và $2(a+c) : 5$</p>	0,25
	<p>Vì $2(b+d) : 5$, mà $(2;5) = 1$ nên $b+d : 5 \Rightarrow b : 5$</p>	0,25
	<p>$p(2) = 8a + 4b + 2c + d : 5$ mà $d : 5; b : 5$ nên $8a + 2c : 5$.</p>	0,25
	<p>Kết hợp với $2(a+c) : 5 \Rightarrow 6a : 5 \Rightarrow a : 5$ vì $(6;5) = 1$. Từ đó suy ra $c : 5$</p>	0,25
	<p>Vậy a, b, c, d đều chia hết cho 5.</p>	0,25
	<p>3. Vì $a < b + c$ nên $\frac{a}{b+c} < 1 \Rightarrow \frac{a}{b+c} < \frac{a+a}{b+c+a}$. (1)</p> <p>Tương tự, ta có: $\frac{b}{c+a} < 1 \Rightarrow \frac{b}{c+a} < \frac{b+b}{c+a+b}$. (2)</p> <p>$\frac{c}{a+b} < 1 \Rightarrow \frac{c}{a+b} < \frac{c+c}{a+b+c}$. (3)</p> <p>Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < \frac{2a+2b+2c}{a+b+c} = 2$.</p>	0,25
	0,25	

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	 <p>1.</p> <p>Tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$; $\widehat{NCE} = \widehat{ACB}$; (đối đỉnh)</p> <p>Do đó: $\triangle MDB = \triangle NEC(g.c.g) \Rightarrow DM = EN$.</p>	<p>0,75</p> <p>0,75</p>
<p>4 (5,0đ)</p>	<p>2. Ta có $\triangle MDI = \triangle NEI(g.c.g) \Rightarrow MI = NI$</p> <p>Vì $BD = CE$ nên $BC = DE$.</p> <p>Lại có $DI < MI$, $IE < IN$ nên $DE = DI + IE < MI + IN = MN$</p> <p>Suy ra $BC < MN$.</p>	<p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p>
	<p>3) Ta chứng minh được:</p> <p>$\triangle ABO = \triangle ACO(c.g.c) \Rightarrow OC = OB, \widehat{ABO} = \widehat{ACO}$.</p> <p>$\triangle MIO = \triangle NIO(c.g.c) \Rightarrow OM = ON$.</p> <p>Ta lại có: $BM = CN$. Do đó $\triangle BMO = \triangle CNO(c.c.c)$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MBO} = \widehat{NCO}$, Mà: $\widehat{MBO} = \widehat{ACO}$ suy ra $\widehat{NCO} = \widehat{ACO}$, mà đây là hai góc kề bù nên $CO \perp AN$.</p> <p>Vì tam giác ABC cho trước, O là giao của phân giác góc A và đường vuông góc với AC tại C nên O cố định.</p>	<p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
<p>5 (2,0đ)</p>	<p>Ta có đẳng thức: $a^{102} + b^{102} = (a^{101} + b^{101})(a + b) - ab(a^{100} + b^{100})$ với mọi a, b.</p> <p>Kết hợp với: $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

<p>Suy ra: $1 = (a + b) - ab \Leftrightarrow (a - 1)(b - 1) = 0$.</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow 1 + b^{100} = 1 + b^{101} = 1 + b^{102} \Rightarrow b = 1 \\ b = 1 \Rightarrow 1 + a^{100} = 1 + a^{101} = 1 + a^{102} \Rightarrow a = 1 \end{cases}$</p> <p>Do đó $P = a^{2014} + b^{2015} = 1^{2014} + 1^{2015} = 2$.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
--	-----------------------

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

ĐỀ SỐ 15. ĐỀ HSG CẤP HUYỆN

Bài 1: (4,0 điểm).

a) Tính giá trị biểu thức $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5$

b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$

c) Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$.

Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$.

Bài 2: (4,0 điểm).

a) Tìm x: $\frac{1}{2} - \left|x + \frac{1}{5}\right| = \frac{1}{3}$

b) Tìm x, y, z biết: $2x = 3y$; $4y = 5z$ và $x + y + z = 11$

c) Tìm x, biết: $(x + 2)^{n+1} = (x + 2)^{n+11}$ (Với n là số tự nhiên)

Bài 3: (4,0 điểm).

a) Tìm độ dài 3 cạnh của tam giác có chu vi bằng 13cm. Biết độ dài 3 đường cao tương ứng lần lượt là 2cm, 3cm, 4cm.

b) Tìm x, y nguyên biết: $2xy - x - y = 2$

Bài 4: (6,0 điểm). Cho tam giác ABC ($AB < AC$, $\widehat{B} = 60^\circ$). Hai phân giác AD và CE của $\triangle ABC$ cắt nhau ở I, từ trung điểm M của BC kẻ đường vuông góc với đường phân giác AI tại H, cắt AB ở P, cắt AC ở K.

a) Tính \widehat{AIC}

b) Tính độ dài cạnh AK biết $PK = 6\text{cm}$, $AH = 4\text{cm}$.

c) Chứng minh $\triangle IDE$ cân.

Bài 5: (2,0 điểm) Chứng minh rằng $\sqrt{10}$ là số vô tỉ.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

		Nội dung	Điểm
Bài 1 (4,0đ)		Câu a: (1 điểm) $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5$ $= \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(\frac{-25}{6} + \frac{22}{7}\right) + \frac{15}{2}$ $= \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2}$ $= \frac{-245}{43} + \frac{15}{2} = \frac{-490}{86} + \frac{645}{86} = \frac{155}{86}$	0,5 đ
		$= \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2}$	0,5đ
		Câu b: (1 điểm) $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$ $= \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5}$ $= \frac{2^{11}.3^6.(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2}{3}$	0,5đ
		$= \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5}$	0,5
		Câu c: (2 điểm) $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ $\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$ $\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$	0,5
		$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$	0,5
		$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$	
		Ta có $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$	0,25
		Ta có : $\begin{cases} (2x - 5)^{2012} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2014} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \geq 0$	0,5
		Mà $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} = 0$	

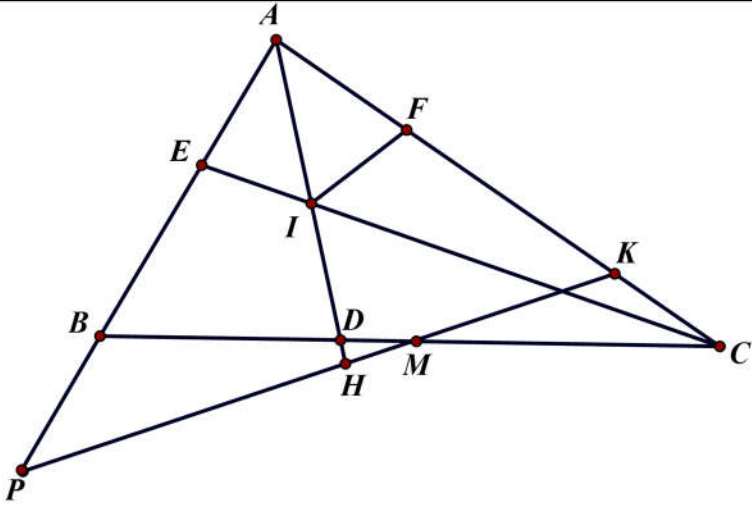
ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

	$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2012} = 0 \\ (3y+4)^{2014} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\frac{1}{2} \\ y = -1\frac{1}{3} \end{cases}. \text{ Vậy } \begin{cases} x = 2\frac{1}{2} \\ y = -1\frac{1}{3} \end{cases}$	0.25
	$\text{Vậy } M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \times \frac{5}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$	
2. (1,0đ)	$\frac{1}{2} - \left x + \frac{1}{5}\right = \frac{1}{3}$ $\left x + \frac{1}{5}\right = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ $\left x + \frac{1}{5}\right = \frac{1}{6}$ <p>TH1: $x + \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = -\frac{1}{30}$</p> <p>TH2: $x + \frac{1}{5} = -\frac{1}{6} \Rightarrow x = -\frac{1}{6} - \frac{1}{5} = -\frac{11}{30}$</p> <p>Vậy $x = -\frac{1}{30}; x = -\frac{11}{30}$</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
b. (1,5đ)	<p>Ta có : $2x = 3y$ suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ hay $\frac{x}{15} = \frac{y}{10}$</p> <p>$4y = 5z$ suy ra $\frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ hay $\frac{y}{10} = \frac{z}{8}$</p> <p>Vậy $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8}$</p> <p>Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau</p> $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{15+10+8} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$ <p>Suy ra $x = 5, y = \frac{10}{3}, z = \frac{8}{3}$</p>	0.25đ 0.5đ 0.5đ 0.25

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

		$(x + 2)^{n+1} = (x + 2)^{n+11}$ $(x + 2)^{n+1} - (x + 2)^{n+11} = 0$ $(x + 2)^{n+1} [1 - (x + 2)^{10}] = 0$	0.25
		c TH1: $(x + 2)^{n+1} = 0$ suy ra $x = -2$	0.5
		1,5 điểm TH2: $1 - (x + 2)^{10} = 0$ $(x + 2)^{10} = 1$ <ul style="list-style-type: none"> • $x + 2 = 1$ suy ra $x = -1$ • $x + 2 = -1$ suy ra $x = -3$ 	0.25
		Vậy $x = -2; x = -1; x = -3$	0.5
Bài 3 (4.0đ)	a (2.0đ)	Gọi độ dài ba cạnh của tam giác là x, y, z (cm) ($x, y, z > 0$) Theo bài ra ta có : $x + y + z = 13$ và $2x = 3y = 4z = 2S_{ABC}$	0,25 đ
		Suy ra $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x + y + z}{6 + 4 + 3} = \frac{13}{13} = 1$ suy ra $x = 6; y = 4; z = 3$ KL:	0,75 đ 0,75 0.25
b. (2,0đ)	b.	$2xy - x - y = 2$ $4xy - 2x - 2y = 4$ $2x(2y - 1) - 2y + 1 = 5$	0,5 đ
		$(2y - 1)(2x - 1) = 5$ HS xét 4 trường hợp tìm ra $(x, y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$ (Mỗi trường hợp đúng cho 0.25 đ) Vậy $(x, y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$	0,5 đ 1 đ

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

<p>Bài 4 (6.0đ)</p>		
<p>1 (2.0đ)</p>	<p>a/ Ta có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 120^\circ$</p> <p>AD là phân giác của \widehat{BAC} suy ra $\widehat{IAC} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$</p> <p>CE là phân giác của \widehat{ACB} suy ra $\widehat{ICA} = \frac{1}{2}\widehat{BCA}$</p> <p>Suy ra $\widehat{IAC} + \widehat{ICA} = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$</p> <p>Vậy $\widehat{AIC} = 120^\circ$</p>	<p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.25đ</p> <p>0.25đ</p>
<p>2 (2đ)</p>	<p>b/ Xét $\triangle AHP$ và $\triangle AHK$ có</p> <p>$\widehat{PAH} = \widehat{KAH}$ (AH là phân giác của \widehat{BAC})</p> <p>AH chung</p> <p>$\widehat{PHA} = \widehat{KHA} = 90^\circ$</p> <p>Suy ra $\triangle AHP = \triangle AHK$ (g-c-g) suy ra $PH = KH$ (2 cạnh tương ứng). Vậy $HK = 3cm$</p> <p>Vì $\triangle AHK$ vuông ở H theo định lý Pitago ta có</p> <p>$AK^2 = AH^2 + HK^2 = 4^2 + 3^2 = 25$</p> <p>Suy ra $AK = 5 cm$</p>	<p>0.5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>c (2.0đ)</p>	<p>Vì $\widehat{AIC} = 120^\circ$</p>	

ĐỀ KIỂM TRA HSG MÔN TOÁN 7

		Do đó $\widehat{AIE} = \widehat{DIC} = 60^\circ$	0,25 đ
		Trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $AF = AE$	0,5 đ
		Xét $\triangle EAI$ và $\triangle FAI$ có	
		$AE = AF$	
		$\widehat{EAI} = \widehat{FAI}$	
		AI chung	
		Vậy $\triangle EAI = \triangle FAI$ (c-g-c)	
		suy ra $IE = IF$ (hai cạnh tương ứng) (1)	0.25
		$\widehat{AIE} = \widehat{AIF} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{FIC} = \widehat{AIC} - \widehat{AIF} = 60^\circ$	0.5
		Xét $\triangle DIC$ và $\triangle FIC$ có	
		$\widehat{DIC} = \widehat{FIC} = 60^\circ$; Cạnh IC chung; $\widehat{DIC} = \widehat{FCI}$	0.25
		Suy ra $\triangle DIC = \triangle FIC$ (g-c-g)	
		Suy ra $ID = IF$ (hai cạnh tương ứng) (2)	0.25
		Từ (1) và (2) suy ra $\triangle IDE$ cân tại I	
Bài 5		Giả sử $\sqrt{10}$ là số hữu tỷ	0.25đ
(2,0đ)		$\sqrt{10} = \frac{a}{b}$ (a,b là số tự nhiên , b khác 0 ; $(a;b) = 1$)	0.5đ
		$\frac{a^2}{b^2} = 10$ Suy ra $a^2 = 10b^2$	0.25đ
		$a:2 \Rightarrow a^2:4 \Rightarrow 10b^2:4 \Rightarrow b^2:2 \Rightarrow b:2$	0.25đ
		Vậy $(a;b) \neq 1$ trái giả sử.	0.5đ
		Nên $\sqrt{10}$ là số vô tỷ	0.25đ

- Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nếu đúng và phù hợp đều đạt điểm tối đa. Giám khảo cần thảo luận, thống nhất đáp án và biểu điểm trước khi chấm.