

ĐỀ CƯƠNG NGUYỄN TRƯỜNG TỘ- HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2018-2019

NỘI DUNG CHÍNH

1. Bài toán phân thức tổng hợp
2. Giải phương trình
3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình
4. Giải bất phương trình
5. Tam giác đồng dạng
6. Bất đẳng thức

Dạng 1: Bài tập tổng hợp về phân thức đại số

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x+2} + \frac{x^3-8}{x^3+8} \cdot \frac{x^2-2x+4}{4-x^2} \right) : \frac{4}{x+2}$

- a. Tìm ĐKXĐ của biểu thức A. Rút gọn A.
- b. Tìm x để $A = 3$
- c. Tìm x để $A < 1$
- d. Tính giá trị của A khi $|x| = \frac{1}{2}$

Bài 2: Cho biểu thức: $B = \left(\frac{2}{2x+1} - \frac{3}{1-4x^2} - \frac{2}{2x-1} \right) : \frac{4x^2+1}{4x^2-1}$

- a. Rút gọn B.
- b. Tính giá trị của B khi $x = \frac{-2}{3}$.
- c. Chứng minh $B < 0 \forall x$ thỏa mãn ĐKXĐ của B.
- d. Tìm giá trị nhỏ nhất của B.

Bài 3. Cho biểu thức: $C = \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$

- a. Rút gọn biểu thức
- b. Tìm x để $C > 1$
- c. Tìm giá trị nhỏ nhất của C khi $x > 1$

Bài 4. Giải các phương trình sau

a. $(x-2)(x+3)-3(4x-2)=(x-4)^2$

b. $|2x-3|-4x=5$

c. $\frac{2x^2+1}{8}-\frac{7x-2}{12}=\frac{x^2-1}{4}-\frac{x-3}{6}$

d. $\frac{3}{4x-20}+\frac{15}{50-2x^2}+\frac{7}{6x+30}=0$

e. $x^2-x-20=0$

f. $(x+1)^2-|5-3x|-x=x(x+2)+4$

g. $\frac{x+2}{x+3}-\frac{x+1}{x-1}=\frac{4}{(x+3)(x-1)}$

h. $5+\frac{76}{x^2-16}=\frac{2x-1}{x+4}-\frac{3x-1}{4-x}$

Bài 5. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $(x+3)^2-3(2x-1)\geq x(x-4)$

b) $x^2-3x+4\geq 0$

c) $\frac{x-2}{4}-1+x>\frac{3x-1}{4}+\frac{3-x}{3}$

d) $\frac{5}{3x-1}<\frac{3}{5-4x}$

Dạng 2 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Bài 6. Một tổ sản xuất dự định may 40 chiếc áo trong 1 ngày. Khi thực hiện tổ đã vượt mức dự định 12 chiếc áo mỗi ngày. Vì vậy không những tổ hoàn thành sớm 2 ngày mà còn may thêm được 4 chiếc áo nữa. Tính số áo mà tổ phải may

Bài 7. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Sau khi đi $\frac{2}{3}$ quãng đường với vận tốc đó, người lái xe giảm tốc độ mỗi giờ 10km/h trên quãng đường còn lại, do đó đến B chậm hơn 30 phút so với dự định. Tính quãng đường AB.

Bài 8. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng 3m và giảm chiều dài 5m thì diện tích của khu vườn không thay đổi. Tính chu vi của khu vườn lúc đầu.

Bài 9. Hai người được giao làm một công việc. Nếu cùng làm chung thì hoàn thành trong 15 giờ. Nếu người A làm trong 5 giờ và người B làm trong 3 giờ thì làm được 30% công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người cần bao nhiêu lâu để hoàn thành công việc.

Bài 10: Trong tháng Giêng hai tổ công nhân may được 800 cái áo. Tháng Hai, tổ một vượt mức 15%, tổ hai vượt mức 20%, do đó cả hai tổ sản xuất được 945 cái áo. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ may được bao nhiêu cái áo?

Dạng 3: Hình học

Bài 11. Chu vi $\triangle ABC$ cân tại A là 80cm. Đường phân giác của góc \widehat{A} và \widehat{B} cắt nhau tại I. AI cắt BC tại J. Cho $\frac{AI}{JD}=\frac{4}{3}$. Tính các cạnh của $\triangle ABC$.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$, lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$. Qua D vẽ đường thẳng song song với AB cắt AC tại E , vẽ đường thẳng song song với AC cắt AB tại F . Cho M là trung điểm của AC .

- So sánh $\frac{BF}{AB}$ và $\frac{AE}{AC}$.
- Chứng minh $EF \parallel BM$.
- Giả sử $\frac{BD}{DC} = k$, tìm k để $EF \parallel DC$.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , đường cao AH , $AB = 5 \text{ cm}$; $AC = 12 \text{ cm}$. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB ; AC .

- Tính độ dài BC và DE
- Chứng minh $\triangle ADE \sim \triangle ACB$
- Đường thẳng vuông góc với DE tại D và E cắt BC tại M và N .
Chứng minh rằng M là trung điểm BH , N là trung điểm của CH .
- Chứng minh rằng: $BN^2 - CN^2 = AB^2$.

Bài 14. Cho tam giác ABC có góc A tù. Ba đường cao của tam giác AM, BP, CN cắt nhau tại H ($M \in BC$, N thuộc tia BA , P thuộc tia CA).

- Chứng minh $BM \cdot BC = BP \cdot BH$.
- Chứng minh $\triangle PAB \sim \triangle NAC, \triangle PAN \sim \triangle BAC$.
- Chứng minh NA là tia phân giác của \widehat{PNM}
- Gọi S là diện tích của tam giác BHC . Tính $BC \cdot AH + AB \cdot CH + AC \cdot BH$ theo S .

Bài 15: Cho tam giác ABC . Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Chứng minh:

- $BD \cdot AE = AD \cdot CE$
- Tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC .
- Các đường thẳng vuông góc với AB tại B và AC tại C cắt nhau ở D' . Chứng minh: $BHCD'$ là hình bình hành.
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để ba điểm A, H, D' thẳng hàng.

Bài 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8 \text{ cm}$; $BC = 6 \text{ cm}$. Vẽ đường cao AH của tam giác ADB .

- Chứng minh: $\triangle AHB$ đồng dạng với $\triangle BCD$.
- Tính độ dài cạnh BD ; AH ; DH .
- Tính diện tích $\triangle AHB$.

Bài 17. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 36\text{cm}$, $AC = 48\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của BC . Đường thẳng vuông góc với BC tại M cắt đường thẳng AC, AB theo thứ tự tại D và E .

- Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác MDC
- Tính các cạnh của tam giác MDC
- Tính độ dài cạnh EC
- Tính tỉ số diện tích của hai tam giác MDC và ABC .

Bài 18: Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O , $\widehat{ABC} = \widehat{ACD}$. Gọi E là giao điểm của hai đường AD và BC . Chứng minh:

- $\triangle AOB \sim \triangle DOC$
- $\triangle AOD \sim \triangle BOC$
- $EA \cdot ED = EB \cdot EC$

Bài 19: Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có O là giao điểm của AC và BD .

- Chứng minh $OA \cdot OD = OB \cdot OC$
- Đường thẳng qua O vuông góc với AB và CD theo thứ tự tại H và K .

Chứng minh $\frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD}$

Bài 20. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = 8\text{cm}$. Đường thẳng DE cắt CB kéo dài tại F .

- Chứng minh $\triangle AED \sim \triangle BEF$, $\triangle BEF \sim \triangle CDF$, $\triangle AED \sim \triangle CDF$.
- Tính độ dài các đoạn thẳng EF, BF . Biết $DE = 10\text{cm}$.
- Tính tỉ số hai đường cao, diện tích của hai tam giác $\triangle AED; \triangle BEF$.

Bài 21. Cho $\triangle ABC$. D trên cạnh AB . Đường thẳng qua D song song với BC cắt AC tại E , cắt đường thẳng qua C song song với AB tại G .

a) Chứng minh $AD \cdot GE = DE \cdot CG$.

b) Nối BG cắt AC tại H . Chứng minh $HC^2 = HE \cdot HA$

c) Qua H kẻ đường thẳng song song với AB , cắt BC tại I . Chứng minh $\frac{1}{IH} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CG}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CƯƠNG NGUYỄN TRƯỜNG TỘ

Bài 1:

a. ĐKXĐ: $x \neq \pm 2$

$$A = \left(\frac{x}{x+2} + \frac{x^3 - 8}{x^3 + 8} \cdot \frac{x^2 - 2x + 4}{4 - x^2} \right) : \frac{4}{x+2}$$

$$A = \left(\frac{x}{x+2} + \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} \cdot \frac{x^2 - 2x + 4}{4 - x^2} \right) : \frac{4}{x+2}$$

$$A = \left(\frac{x}{x+2} + \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x+2)(4 - x^2)} \right) : \frac{4}{x+2}$$

$$A = \left(\frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x+2)(x^2 - 4)} \right) : \frac{4}{x+2}$$

$$A = \left(\frac{x}{x+2} - \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+2)^2} \right) : \frac{4}{x+2}$$

$$A = \left(\frac{x(x+2) - (x^2 + 2x + 4)}{(x+2)^2} \right) \cdot \frac{(x+2)}{4}$$

$$A = \left(\frac{x^2 + 2x - x^2 - 2x - 4}{(x+2)^2} \right) \cdot \frac{(x+2)}{4}$$

$$A = \frac{-1}{x+2}$$

b. Tìm x để $A = 3$. Khi đó ta có: $\frac{-1}{x+2} = 3$; ĐKXĐ: $x \neq \pm 2$

$$\Rightarrow -1 = 3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 3x = -7$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-7}{3} \text{ (t/m)}$$

c. Tìm x để $A < 1$. Khi đó ta có: $\frac{-1}{x+2} < 1$; ĐKXĐ: $x \neq \pm 2$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{x+2} < \frac{x+2}{x+2}$$

$$\Rightarrow -1 < x+2$$

$$\Leftrightarrow x > -3 \text{ (t/m)}$$

Vậy $x > -3$ và $x \neq \pm 2$

d. Tính giá trị của A khi $|x| = \frac{1}{2}$. ĐK: $x \neq \pm 2$

TH1: $x = \frac{1}{2}$ (TM). Khi đó A có dạng: $A = \frac{-1}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{-2}{5}$

TH2: $x = -\frac{1}{2}$ (TM). Khi đó A có dạng: $A = \frac{-1}{-\frac{1}{2} + 2} = \frac{-2}{3}$

Bài 2:

a. Rút gọn B

$$B = \left(\frac{2}{2x+1} + \frac{3}{4x^2-1} - \frac{2}{2x-1} \right) \cdot \frac{4x^2-1}{4x^2+1}$$

$$B = \left[\frac{2(2x-1) + 3 - 2(2x+1)}{(4x^2-1)} \right] \cdot \frac{(4x^2-1)}{4x^2+1}$$

$$B = \frac{-1}{4x^2+1}$$

b. Thay $x = \frac{-2}{3}$ (TM). Khi đó B có dạng: $B = \frac{-1}{4 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 + 1} = \frac{-9}{25}$

c. Chứng minh $B < 0 \forall x$ thỏa mãn ĐKXD của B:

$$\text{Vì } x^2 \geq 0 \forall x; \text{ suy ra: } 4x^2 + 1 \geq 1 \forall x \text{ và } -1 < 0$$

$$\text{nên } B < 0 \forall x \neq \pm \frac{1}{2}$$

d. Tìm giá trị nhỏ nhất của B: Ta có: $x^2 \geq 0 \forall x$ nên:

$$4x^2 + 1 \geq 1 \forall x$$

Vậy B đạt giá trị nhỏ nhất $B = -1$ khi $x^2 = 0$ hay $x = 0$.

Bài 3.

$$\begin{aligned} \text{a. } C &= \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right), x \neq 0, x \neq \pm 1 \\ &= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x^2-1+x+2-x^2}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2}{x-1} \end{aligned}$$

$$\text{b. Để } C > 1 \text{ khi và chỉ khi } \frac{x^2}{x-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{x^2-x+1}{x-1} > 0, x \neq 0, x \neq \pm 1$$

$$\text{Vì } x^2-x+1 = \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ mọi } x$$

$$\Rightarrow C > 1 \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{c. } C = \frac{x^2}{x-1} = x-1 + \frac{1}{x-1} + 2 \geq 4 \text{ (áp dụng bất Côsi)}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow x-1 = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow x=2 \text{ (vì } x > 1)$$

Bài 4. Giải các phương trình sau

$$\text{a. } (x-2)(x+3) - 3(4x-2) = (x-4)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 - 12x + 6 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Leftrightarrow 3x = -16 \Leftrightarrow x = \frac{-16}{3}$$

$$\text{b. } |2x-3| - 4x = 5$$

$$\text{- Nếu } 2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2} \text{ thì}$$

$$\text{Pt } \Leftrightarrow 2x-3-4x=5 \Leftrightarrow x=-4 \text{ (loại)}$$

$$\text{- Nếu } 2x-3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2} \text{ thì}$$

$$\text{Pt } \Leftrightarrow -2x+3-4x=5 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{c. } \frac{2x^2+1}{8} - \frac{7x-2}{12} = \frac{x^2-1}{4} - \frac{x-3}{6}$$

$$\Leftrightarrow 6x^2+3-14x+4 = 6x^2-4-4x+12$$

$$\Leftrightarrow 10x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$\text{d. } \frac{3}{4x-20} + \frac{15}{50-2x^2} + \frac{7}{6x+30} = 0$$

$$\text{ĐK } x \neq \pm 5$$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow \frac{3}{4(x-5)} + \frac{15}{2(5-x)(5+x)} + \frac{7}{6(x+5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x + 45 - 90 + 14x - 70 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ (loại)}$$

e. $x^2 - x - 20 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) - 5(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x+4) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ hoặc } x = -4$$

f. $(x+1)^2 - |5-3x| - x = x(x+2) + 4$

- Nếu $5-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{3}$ thì

$$\text{Pt} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 5 + 3x - x = x^2 + 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (loại)}$$

- Nếu $5-3x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$ thì

$$\text{Pt} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + 5 - 3x - x = x^2 + 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow -4x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (loại)}$$

g. $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{(x+3)(x-1)}$

Đk $x \neq -3$ và $x \neq 1$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow (x+2)(x-1) - (x+1)(x+3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -3x = 9 \Leftrightarrow x = -3 \text{ (loại)}$$

h. $5 + \frac{76}{x^2 - 16} = \frac{2x-1}{x+4} - \frac{3x-1}{4-x}$

ĐK $x \neq \pm 4$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow 5x^2 - 80 + 76 = 2x^2 - 9x + 4 + 3x^2 + 11x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2 \text{ (thỏa mãn)}$$

Bài 5. Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $(x+3)^2 - 3(2x-1) \geq x(x-4)$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - 6x + 3 \geq x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 4x + 12 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq -3$$

Biểu diễn tập nghiệm trên trục số:



Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{x/x \geq -3\}$

$$b) x^2 - 3x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq 0$$

Vậy bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi x .

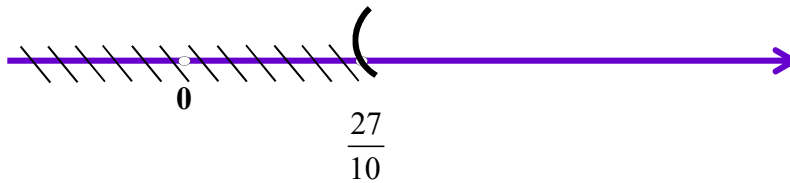
$$c) \frac{x-2}{4} - 1 + x > \frac{3x-1}{4} + \frac{3-x}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 6 - 12 + 12x > 9x - 3 + 12 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 10x > 27$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{27}{10}$$

Biểu diễn tập nghiệm trên trục số:



Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{x/x > \frac{27}{10}\right\}$

$$d) \frac{5}{3x-1} < \frac{3}{5-4x}$$

$$\text{ĐKXĐ: } x \neq \frac{1}{3}; x \neq \frac{5}{4}$$

Với mọi $x \in \text{ĐKXĐ}$ ta có:

$$\frac{5}{3x-1} < \frac{3}{5-4x}$$

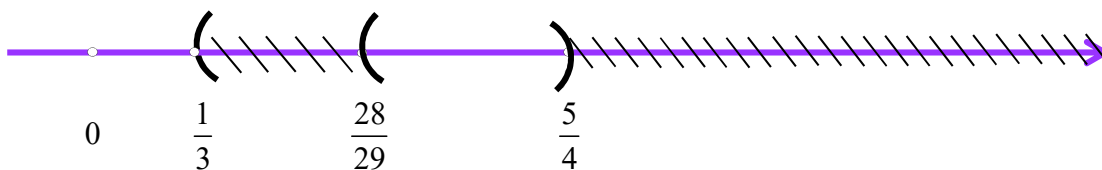
$$\Leftrightarrow \frac{5}{3x-1} - \frac{3}{5-4x} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{28-29x}{(3x-1)(5-4x)} < 0 \quad (1)$$

Ta lập bảng xét dấu về trái:

x		$\frac{1}{3}$		$\frac{28}{29}$		$\frac{5}{4}$	
$28 - 29x$	+		+	0	-		-
$3x - 1$	-	0	+		+		+
$5 - 4x$	+		+		+	0	-
VT	-		+	0	-		+

Biểu diễn tập nghiệm trên trục số:



$$\text{Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm } S = \left\{ x / x < \frac{1}{3}; \frac{28}{29} < x < \frac{5}{4} \right\}$$

Dạng : Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Bài 6. Giải

Gọi số áo tổ sản xuất phải may theo dự định là x (áo); $x \in \mathbb{N}^*$

\Rightarrow Số áo tổ sản xuất may thực tế là $x + 4$ (áo)

Số ngày tổ sản xuất phải may theo dự định là: $\frac{x}{40}$ (ngày)

Số ngày tổ sản xuất may thực tế là: $\frac{x+4}{52}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \frac{x+4}{52} = 2$$

$$\Leftrightarrow 13x - 10x - 40 = 1040$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1080$$

$$\Leftrightarrow x = 360 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số áo tổ sản xuất phải may theo dự định là 360 áo

Bài 7. Giải

Vận tốc của ô tô sau khi giảm là: $50 - 10 = 40$ (km/h)

Gọi quãng đường AB dài là x (km); $x > 0$

Thời gian dự định ô tô đi hết quãng đường AB là: $\frac{x}{50}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi $\frac{2}{3}$ quãng đường AB là: $\frac{2}{3}x : 50 = \frac{x}{75}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi $\frac{1}{3}$ quãng đường còn lại là: $\frac{1}{3}x : 40 = \frac{x}{120}$ (giờ)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{x}{75} + \frac{x}{120} - \frac{x}{50} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 5x - 12x = 300$$

$$\Leftrightarrow x = 300 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy quãng đường AB dài 300km

Bài 8.

Gọi chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật lúc đầu là x (m, $x > \frac{5}{2}$)

Chiều dài của khu vườn lúc đầu là $2x$ (m)

Diện tích của khu vườn lúc đầu là $2x \cdot x = 2x^2$ (m²)

Vì chiều rộng của khu vườn sau khi tăng thêm 3m là $x + 3$ (m),

Chiều dài của khu vườn sau khi giảm đi 5m là $2x - 5$ (m),

Diện tích mới của khu vườn là $(x + 3)(2x - 5)$ (m²)

Vì thay đổi chiều dài và chiều rộng nhưng diện tích khu vườn không thay đổi nên ta có phương trình là:

$$2x^2 = (x + 3)(2x - 5)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 2x^2 - 5x + 6x - 15$$

$$\Leftrightarrow x = 15 \text{ (tmđk)}$$

Vậy chu vi khu vườn lúc đầu là $2(x + 2x) = 2(15 + 2 \cdot 15) = 90$ (m)

Bài 9.

Gọi thời gian người A hoàn thành công việc một mình là x (h, $x > 15$)

Trong 1h người A làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$ (công việc), trong 5h người A làm được $\frac{5}{x}$ (công việc)

Trong 1h cả hai người làm chung thì làm được số phần công việc là $1:15 = \frac{1}{15}$ (công việc)

Trong 1h người B một mình làm được số phần công việc là $\frac{1}{15} - \frac{1}{x}$ (công việc), trong 3h người B làm được $3\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{x}\right)$ (công việc)

Nếu người A làm trong 5 giờ và người B làm trong 3 giờ thì làm được 30% công việc nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{5}{x} + 3\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{x}\right) &= 30\% \\ \Leftrightarrow \frac{5}{x} + \frac{1}{5} - \frac{3}{x} &= \frac{3}{10} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{x} + \frac{1}{5} &= \frac{3}{10} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{x} &= \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \\ \Leftrightarrow x &= 2 : \frac{1}{10} = 20 \text{ (tm)} \end{aligned}$$

Thời gian để người A hoàn thành công việc một mình là 20h.

Trong 1h người B một mình làm được số phần công việc là $\frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{1}{60}$ (công việc), nên thời gian để người B hoàn thành công việc một mình là $1 : \frac{1}{60} = 60$ (h).

Bài 10:

Gọi số áo tổ một may được trong tháng Giêng là x (cái, $x \in N^*, x < 800$)

Số áo tổ hai may được trong tháng Giêng là $800 - x$ (cái)

Trong tháng Hai, tổ một vượt mức 15% nên số áo tổ một may được là

$$x + 15\% x = 1,15x \text{ (cái)}$$

Trong tháng Hai, tổ hai vượt mức 20% nên số áo tổ hai may được là

$$(800 - x) + 20\%(800 - x) = 1,2(800 - x) \text{ (cái)}$$

Vì tháng Hai cả hai tổ sản xuất được 945 cái áo nên ta có phương trình:

$$1,15x + 1,2(800 - x) = 945$$

$$\Leftrightarrow 1,15x + 960 - 1,2x = 945$$

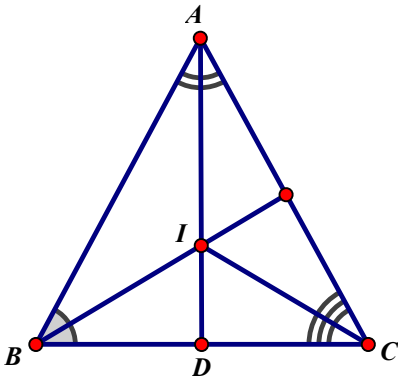
$$\Leftrightarrow 0,05x = 15$$

$$\Leftrightarrow x = 300 \text{ (tmđk)}$$

Vậy tháng Giêng tổ một may được 300 cái áo, tổ hai may được $800 - 300 = 500$ (cái áo).

Dạng 3: Hình học

Bài 11.



BI là đường phân giác của $\triangle BAD$ nên ta có $\frac{AI}{ID} = \frac{BA}{BD}$

CI là đường phân giác của $\triangle CAD$ nên ta có $\frac{AI}{ID} = \frac{CA}{CD}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{AI}{ID} = \frac{BA}{BD} = \frac{CA}{CD} = \frac{BA+CA}{BD+CD} = \frac{BA+CA}{BC} = \frac{4}{3}$

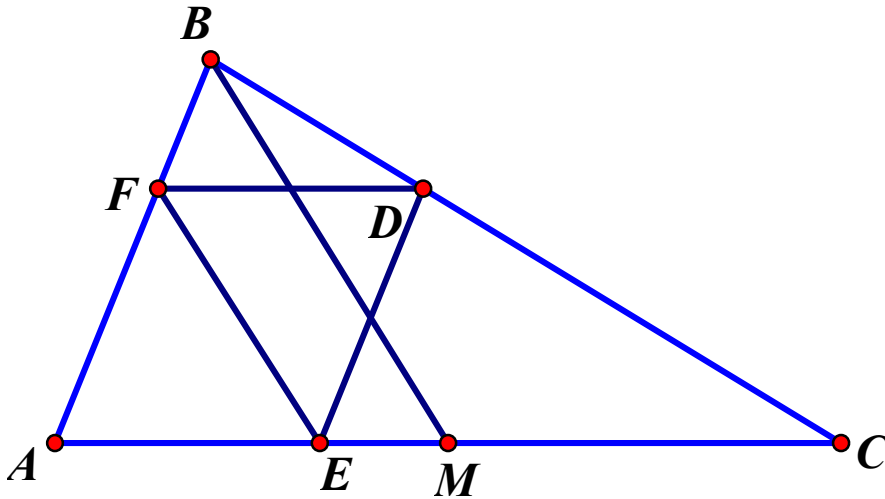
Lại có chu vi $\triangle ABC$ bằng 80 cm nên $AB + AC + BC = 80 \Rightarrow BA + CA = 80 - BC$

$$\Rightarrow \frac{80 - BC}{BC} = \frac{4}{3} \Rightarrow 240 - 3BC = 4BC \Rightarrow BC = \frac{240}{7} \text{ cm}$$

$$\triangle ABC \text{ cân tại A nên } AB = AC = \frac{1}{2}(80 - BC) = \frac{1}{2}\left(80 - \frac{240}{7}\right) = \frac{160}{7} \text{ cm}$$

$$\text{Vậy } BC = \frac{240}{7} \text{ cm}; \quad AB = AC = \frac{160}{7} \text{ cm}$$

Bài 12:



a) So sánh $\frac{BF}{AB}$ và $\frac{AE}{AC}$.

* Vì $DF \parallel AC$ (theo giả thiết) nên $\frac{BF}{AB} = \frac{BD}{BC}$ (theo định lý Talet)

$$\text{Mà } \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3} \text{ (vì } \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2} \text{)}$$

$$\text{Suy ra } \frac{BF}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

* Chứng minh tương tự ta có: $\frac{AE}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3} \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{BF}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

b) Chứng minh $EF \parallel BM$.

$$\text{*Ta có } \frac{AF}{AB} = \frac{2}{3} \text{ (vì } \frac{BF}{AB} = \frac{1}{3} \text{)} \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác } \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{2AM} = \frac{1}{3} \text{ (chứng minh trên) suy ra } \frac{AE}{AM} = \frac{2}{3} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AM} = \frac{2}{3}$ hay $EF \parallel BM$ (định lý Talet đảo)

c) Giả sử $\frac{BD}{DC} = k$, tìm k để $EF \parallel DC$.

Để $EF \parallel DC$ thì $\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC}$

Mà $\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AM}$ (chứng minh trên)

Nên $\frac{AE}{AM} = \frac{AE}{AC}$ hay M trùng C

*Để thấy $\frac{AE}{AM} = \frac{2}{3} = \frac{AF}{AB} = \frac{BD}{BC}$ suy ra $\frac{BD}{DC} = 2$

Vậy $k = 2$

Bài 13:

a.+ Áp dụng định lí Pitago trong $\triangle ABC$ vuông tại A có.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow BC = \sqrt{169} = 13$$

+ Xét tứ giác $ADHE$ có $\hat{A} = \hat{D} = \hat{E} = 90^\circ \Rightarrow ADHE$ là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow AH = DE$$

$$+ \text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{AH \cdot BC}{2}$$

$$\Rightarrow AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13} \approx 4,62 \text{ (cm)}$$

b. + Xét $\triangle AHE$ và $\triangle ACH$ có:

\hat{A} chung

$$\hat{E} = \hat{H} = 90^\circ$$

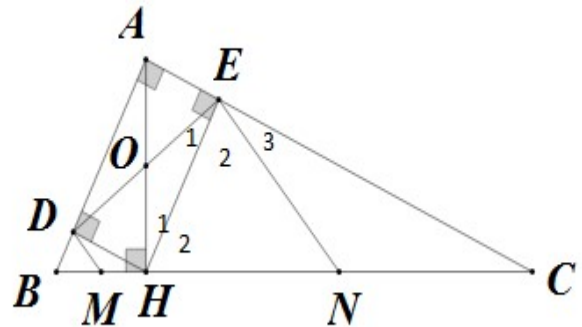
$$\Rightarrow \triangle AHE \sim \triangle ACH \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AH} \Rightarrow AH^2 = AE \cdot AC \text{ (1)}$$

+ Xét $\triangle ADH$ và $\triangle AHB$ có: $\hat{D} = \hat{H} = 90^\circ$; \hat{A} chung

$$\Rightarrow \triangle ADH \sim \triangle AHB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AD}{AH} \Rightarrow AH^2 = AD \cdot AB \text{ (2)}$$



Từ (1) và (2) suy ra:

$$AE.AC = AD.AB$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

+ Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ACB$ có: \widehat{A} chung; $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACB \text{ (c.g.c)}$$

c. + Gọi $AH \cap DE = \{O\}$

Vì $ADHE$ là hình chữ nhật $\Rightarrow OE = OH$

$$\Rightarrow \triangle OEH \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{H}_1$$

$$\text{Mà } \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = \widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{H}_2 \Rightarrow \triangle HEN \text{ cân tại } N \Rightarrow NE = NH \text{ (3)}$$

+ Xét $\triangle EHC$ vuông tại E có:

$$\widehat{H}_2 + \widehat{C} = 90^\circ$$

$$\widehat{E}_2 = \widehat{E}_3 = 90^\circ \text{ (} HE \perp AC \text{)}$$

$$\widehat{H}_2 = \widehat{E}_2 \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{E}_3 \Rightarrow \triangle NCE \text{ cân tại } N \Rightarrow NE = NC \text{ (4)}$$

+ Từ (3) và (4) $\Rightarrow NC = NH (= NE) \Rightarrow N$ là trung điểm HC

+ Chứng minh tương tự ta có M là trung điểm BH .

d. + Ta có N là trung điểm CH (cmt) $\Rightarrow 2HN = 2NC = HC$

+ Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CBA$ có:

$$\widehat{B} \text{ chung; } \widehat{H} = \widehat{A} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CBA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{CB} = \frac{BH}{BA}$$

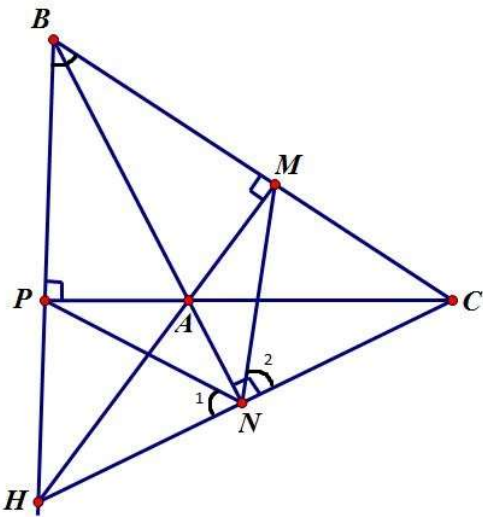
$$\Rightarrow AB^2 = BH.CB = BH.(BH + HC) = BH.(BH + 2HN)$$

$$\Rightarrow AB^2 = BH^2 + 2BH.HN + HN^2 - NC^2 \text{ (} HN^2 = NC^2 \text{)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = (BH + HN)^2 - NC^2 = BN^2 - CN^2$$

Vậy $BN^2 - CN^2 = AB^2$

Bài 14.



a, Chứng minh: $BM \cdot BC = BP \cdot BH$

Có $\Delta BPC \sim \Delta BMH$ vì $\begin{cases} \widehat{B} \text{ chung} \\ \widehat{BPC} = \widehat{BMH} = 90^\circ (gt) \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{BM}{BH} \Leftrightarrow BM \cdot BC = BP \cdot BH \text{ (đpcm)}$$

b, * Chứng minh: $\Delta PAB \sim \Delta NAC$

Có $\Delta PAB \sim \Delta NAC$ vì $\begin{cases} \widehat{BAP} = \widehat{NAC} \\ \widehat{BPA} = \widehat{ANC} = 90^\circ (gt) \end{cases}$

* Chứng minh: $\Delta PAN \sim \Delta BAC$

$$\text{Có: } \Delta PAB \sim \Delta NAC \Rightarrow \frac{PA}{AN} = \frac{AB}{AC} \quad (1)$$

$$\widehat{PAN} = \widehat{BAC} \text{ (đối đỉnh)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) có $\Delta PAN \sim \Delta BAC$ (c.g.c)

$$\text{c, Ta có } \Delta HPC \sim \Delta HNB (g, g) \Rightarrow \frac{HP}{HN} = \frac{HC}{HB} \text{ nên } \Delta HPN \sim \Delta HCB (c.g.c) \Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{B}.$$

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{N}_2 = \widehat{B}$ nên $\widehat{N}_1 = \widehat{N}_2$, suy ra $\widehat{PNA} = \widehat{MNA}$ hay NA là tia phân giác của \widehat{PNM}

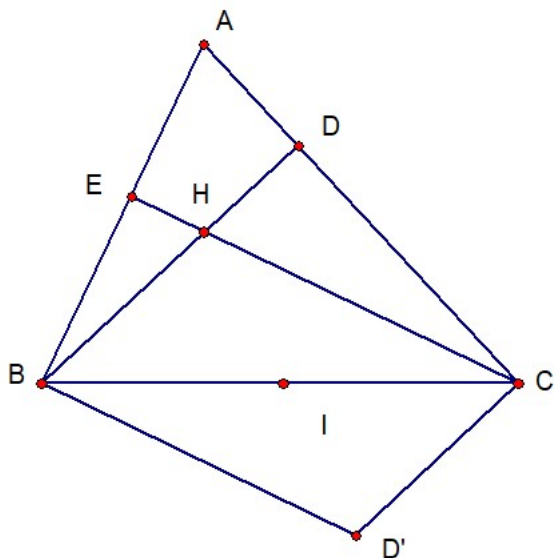
d, Ta có

$$\begin{aligned} HA.BC &= HA.(BM + MC) \\ &= HA.BM + HA.MC . \\ &= 2(S_{ABH} + S_{AHC}) \end{aligned}$$

Tương tự ta cũng có $AC.BH = 2(S_{ABC} + S_{AHC})$, $AB.HC = 2(S_{ABH} + S_{ABC})$.

Do đó $BC.AH + AB.CH + AC.BH = 4(S_{AHC} + S_{ABC} + S_{ABH}) = 4S$.

Bài 15:



Giải:

a/ Xét $\triangle ADB$ và $\triangle AEC$ có:

\widehat{A} chung

$$\widehat{ADB} = \widehat{AEC} = 90^\circ (CE \perp AB, BD \perp AC)$$

$$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle AEC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EC}$$

$$\Rightarrow AD.EC = AE.DB$$

b/ Xét $\triangle AED$ và $\triangle ACB$ có:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EC} \text{ (cmt)}$$

\widehat{A} chung

$$\Rightarrow \Delta AED \sim \Delta ACB (g.g)$$

c/ Có :

$$\left. \begin{array}{l} CH \perp AB \\ D'B \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow CH \parallel D'B \text{ (Từ vuông góc đến song song)}$$

Có

$$\left. \begin{array}{l} BH \perp AC \\ D'C \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BH \parallel D'C \text{ (Từ vuông góc đến song song)}$$

Xét tứ giác $BHCD'$ có:

$$\left. \begin{array}{l} CH \parallel D'B \\ BH \parallel D'C \end{array} \right\} \Rightarrow BHCD' \text{ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)}$$

d/ Gọi $BC \cap HD' = \{I\} \Rightarrow I$ là trung điểm BC

H, A, D' thẳng hàng $\Leftrightarrow A, I, H, D'$ thẳng hàng

$\Leftrightarrow AI$ vừa là đường cao vừa là trung tuyến $\Leftrightarrow \Delta ABC$ cân tại A

Vậy để $D'H$ đi qua A thì ΔABC cân tại A .

Bài 16.

a) Xét ΔAHB vuông tại H có:

$$\widehat{HAB} + \widehat{ABH} = 90^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{ABH} + \widehat{DBC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{HAB} = \widehat{DBC}$$

Xét ΔAHB và ΔBCD có:

$$\widehat{HAB} = \widehat{DBC}; \widehat{AHB} = \widehat{BCD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta BCD (g.g)$$

b) Vì $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AD = BC = 6\text{cm}$

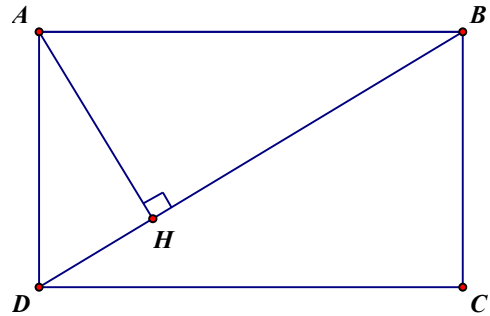
Xét ΔABD vuông tại A có:

$$AD^2 + AB^2 = BD^2 \text{ (định lý Pytago)}$$

$$\Rightarrow BD^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\Rightarrow BD = 10\text{cm}$$

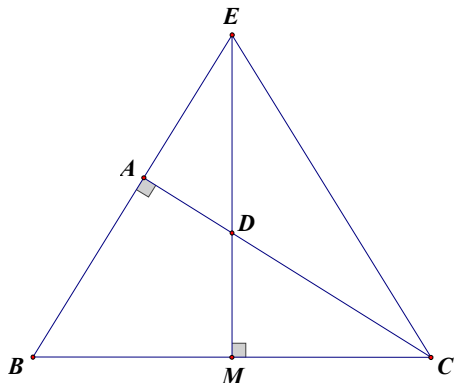
$$\text{Vì } \Delta AHB \sim \Delta BCD \text{ nên } \frac{AH}{BC} = \frac{AB}{BD} = \frac{HB}{CD} \Rightarrow \frac{AH}{6} = \frac{8}{10} = \frac{HB}{8}$$



$$\Rightarrow AH = 4,8\text{cm}; HB = 6,4\text{cm} \Rightarrow DH = BD - BH = 10 - 6,4 = 3,6\text{cm}$$

$$c) S_{AHB} = \frac{1}{2} AH \cdot HB = \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 6,4 = 15,36\text{cm}^2$$

Bài 17.



a) Xét tam giác ABC và tam giác MDC có: \widehat{C} chung; $\widehat{BAC} = \widehat{DMC} = 90^\circ$, suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MDC$ (g.g)

b) Tam giác ABC vuông tại A nên:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 36^2 + 48^2 = 3600 \Rightarrow BC = 60(\text{cm}).$$

$$\text{Do } M \text{ là trung điểm của } BC \text{ nên } MC = \frac{BC}{2} = 30(\text{cm})$$

Do

$$\triangle ABC \sim \triangle MDC \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{MC}{AC} = \frac{MD}{AB} = \frac{DC}{BC} \Rightarrow \frac{30}{48} = \frac{MD}{36} = \frac{DC}{60} \Rightarrow MD = \frac{45}{2}(\text{cm}), DC = \frac{75}{2}(\text{cm}).$$

$$c) \text{ Ta có } DA = AC - DC = \frac{21}{2}(\text{cm})$$

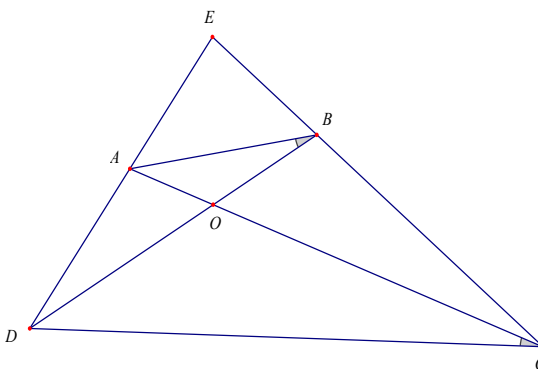
$$\text{Mặt khác do } \triangle DAE \sim \triangle DMC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{DA}{DM} \Rightarrow DE = \frac{DA \cdot DC}{DM} = \frac{35}{2}(\text{cm})$$

$$\text{Suy ra } ME = MD + DE = 40(\text{cm})$$

$$\text{Xét tam giác } MCE \text{ vuông tại } M \text{ có } EC^2 = ME^2 + MC^2 = 40^2 + 30^2 = 2500 \Rightarrow CE = 50(\text{cm}).$$

$$d) \text{ Do } \triangle ABC \sim \triangle MDC \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{S_{MDC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DC}{BC}\right)^2 = \frac{25}{64}.$$

Bài 18:



a) Xét $\triangle AOB$ và $\triangle DOC$ có:

$$\widehat{AOB} = \widehat{DOC} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{ABO} = \widehat{DCO} \text{ (giả thiết)}$$

$$\Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle DOC \text{ (g.g) (đpcm)}$$

b) Vì $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ (theo câu a)

$$\Rightarrow \frac{AO}{DO} = \frac{OB}{OC} \text{ hay } \frac{AO}{OB} = \frac{DO}{OC}$$

Xét $\triangle AOD$ và $\triangle BOC$ có:

$$\widehat{AOD} = \widehat{BOC} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\frac{AO}{OB} = \frac{DO}{OC} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AOD \sim \triangle BOC \text{ (c.g.c) (đpcm)}$$

c) Vì $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ (theo câu b) nên $\widehat{ADO} = \widehat{BCO}$ hay $\widehat{EDB} = \widehat{ECA}$

Xét $\triangle EBD$ và $\triangle EAC$ có:

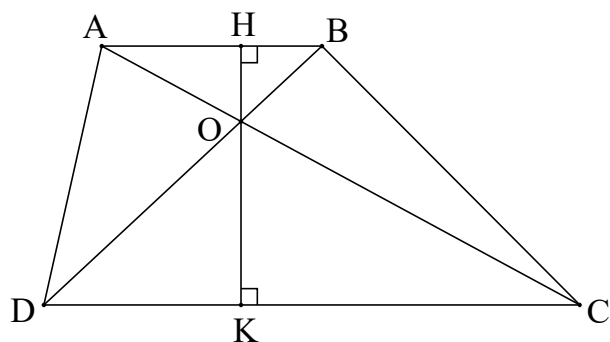
\widehat{E} chung

$$\widehat{EDB} = \widehat{ECA}$$

$$\Rightarrow \triangle EBD \sim \triangle EAC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EC} \Rightarrow EA \cdot ED = EB \cdot EC \text{ (đpcm)}$$

Bài 19:



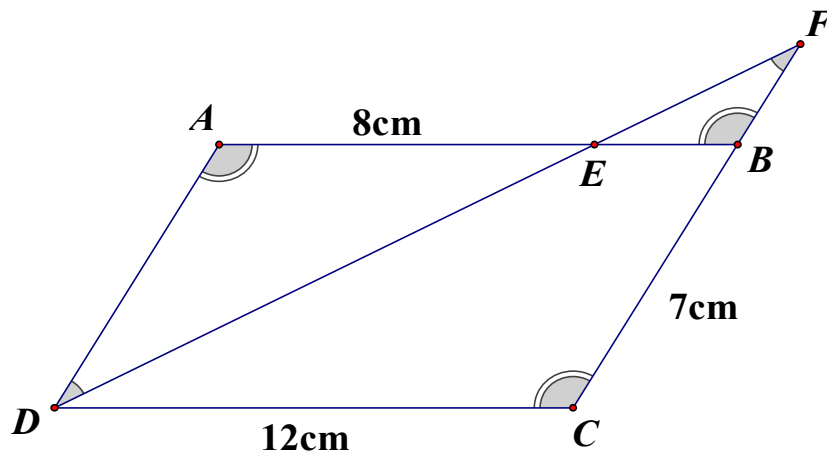
a) Xét $\triangle ODC$ có $AB \parallel CD$ nên theo định lý Ta-Lét ta có:

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow OA \cdot OD = OC \cdot OB$$

b) Xét $\triangle OKC$ có $AH \parallel KC$ nên theo định lý Ta-Lét ta có:

$$\frac{OH}{OK} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{OH}{OK} = \frac{AB}{CD} \text{ (đpcm)}$$

Bài 20.



a) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel DC$; $AD \parallel BC$ (tính chất hình bình hành)

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{ABF} \text{ (2 góc so le trong)} \text{ và } \widehat{C} = \widehat{ABF} \text{ (2 góc đồng vị)}$$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle BEF$ có:

$$+ \widehat{A} = \widehat{ABF} \text{ (cmt)}$$

$$+ \widehat{AED} = \widehat{BEF} \text{ (2 góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle BEF \text{ (g - g)} \quad (1)$$

Xét $\triangle BEF$ và $\triangle CDF$ có:

$$+ \widehat{C} = \widehat{ABF} \text{ (cmt)}$$

$$+ \widehat{F} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle BEF \sim \triangle CDF \text{ (g - g)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle AED \sim \triangle CDF (\sim \triangle BEF)$

$$\text{b) Có } AE + EB = AB \Rightarrow EB = AB - AE = 12 - 8 = 4 \text{ (cm)}$$

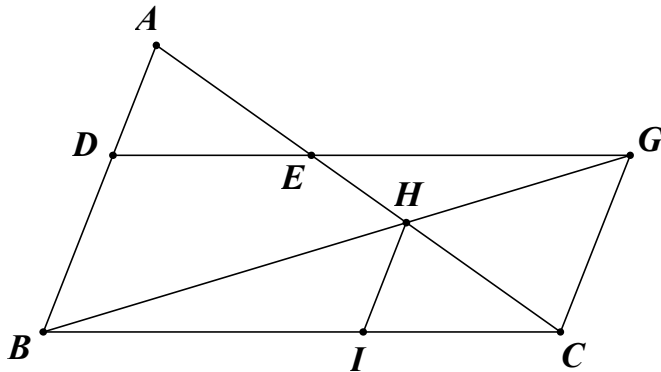
$$\text{Vì } \triangle AED \sim \triangle BEF \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AD}{BF} = \frac{ED}{EF} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{7}{BF} = \frac{10}{EF}$$

$$\Rightarrow BF = \frac{4 \cdot 7}{8} = \frac{7}{2} \text{ (cm); } EF = \frac{4 \cdot 10}{8} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\text{c) } \triangle AED \sim \triangle BEF \text{ theo tỉ số đồng dạng } k = \frac{AE}{BE} = \frac{8}{4} = 2$$

nên tỉ số giữa 2 đường cao của hai tam giác $\triangle AED; \triangle BEF$ cũng bằng 2; tỉ số diện tích giữa 2 tam giác $\triangle AED; \triangle BEF$ là 4.

Bài 21.



$$\text{a) Do } CG \parallel AB \Rightarrow CG \parallel AD \text{ nên theo hệ quả định lí Ta-lét ta có: } \frac{AD}{CG} = \frac{DE}{GE} \Rightarrow AD \cdot GE = DE \cdot CG.$$

$$\text{b) Do } CG \parallel AB \text{ nên theo hệ quả định lí Ta-lét ta có: } \frac{HC}{HA} = \frac{HG}{HB} \quad (1).$$

$$\text{Do } EG \parallel BC \text{ nên theo hệ quả định lí Ta-lét ta có: } \frac{HG}{HB} = \frac{HE}{HC} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{HC}{HA} = \frac{HE}{HC} \Rightarrow HC^2 = HE \cdot HA.$$

$$\text{c) Do } IH \parallel AB \text{ nên theo hệ quả định lí Ta-lét ta có: } \frac{IH}{AB} = \frac{IC}{BC} \quad (3).$$

Do $IH // CG$ nên theo hệ quả định lí Ta-lét ta có: $\frac{IH}{CG} = \frac{BI}{BC}$ (4).

Từ (3) và (4) ta có $\frac{IH}{AB} + \frac{IH}{CG} = \frac{IC}{BC} + \frac{BI}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{IH} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CG}$.