

Chủ đề: 5 **HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ SỰ TƯƠNG GIAO**

A **Tóm tắt lý thuyết**

1_ Hàm số bậc nhất

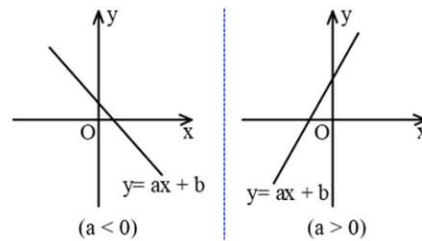
1. Khái niệm hàm số bậc nhất

- Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$. Trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$

2. Tính chất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị của x thuộc R và có tính chất sau:

- Đồng biến trên R khi $a > 0$
- Nghịch biến trên R khi $a < 0$



3. Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b
- Song song với đường thẳng $y = ax$, nếu $b \neq 0$, trùng với đường thẳng $y = ax$, nếu $b = 0$.

3. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- Bước 1.** Cho $x = 0$ thì $y = b$ ta được điểm A(0; b) thuộc trục tung Oy.
Cho $y = 0$ thì $x = -b/a$ ta được điểm B(-b/a; 0) thuộc trục hoành
- Bước 2.** Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$

4. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng (d): $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và (d'): $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$). Khi đó

- $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ • $d' \cap d = \{A\} \Leftrightarrow a \neq a'$
- $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$ • $d \perp d' \Leftrightarrow a.a' = -1$

5. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$

- Hệ số a trong phương trình $y = ax + b$ được gọi là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$

6. Một số phương trình đường thẳng đặc biệt

- Đường thẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ có hệ số góc k: $y = k(x - x_0) + y_0$
- Đường thẳng đi qua điểm A($x_0, 0$) và B(0; y_0) với $x_0, y_0 \neq 0$ là $\frac{x}{x_0} + \frac{y}{y_0} = 1$

2_ Hàm số bậc hai**①. Khái niệm hàm số bậc hai**

○ **Định nghĩa:** Hàm số có dạng $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

②. Tính chất

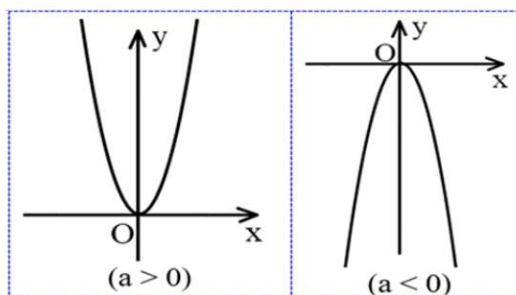
Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) xác định với mọi giá trị của x thuộc \mathbb{R} và:

- Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$
- Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$

③. Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một Parabol đi qua gốc tọa độ nhận trục Oy làm trục đối xứng

- Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị
- Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị

**④. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)**

- **Bước 1:** Xác định chiều biến thiên
- **Bước 2:** Lập bảng giá trị đặc biệt
- **Bước 3:** Vẽ đồ thị đi qua các điểm đặc biệt

⑤. Quan hệ giữa Parabol $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng $y = mx + n$ ($m \neq 0$)

- Cho Parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng (d): $y = mx + n$. Khi đó
- Cho Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = ax^2 \\ y = mx + n \end{cases}$$

- Cho Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $ax^2 = mx + n$ (*)
- Cho Số giao điểm của (P) và (d) là số nghiệm của phương trình (*)
 - Nếu (*) vô nghiệm thì (P) và (d) không có điểm chung
 - Nếu (*) có nghiệm kép thì (P) và (d) tiếp xúc nhau
 - Nếu (*) có hai nghiệm phân biệt thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt

B**Phân dạng toán cơ bản**

- ①. **Vẽ đồ thị hàm số**
- ②. **Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng và Parabol**
- ③. **Tìm phương trình đường thẳng, Parabol**
- ④. **Tìm điều kiện của tham số m thỏa mãn yêu cầu cho trước.**

Ví dụ 1

Trên mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m$ (m là tham số).

a) Vẽ parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

b) Với $m = 0$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phương pháp đại số.

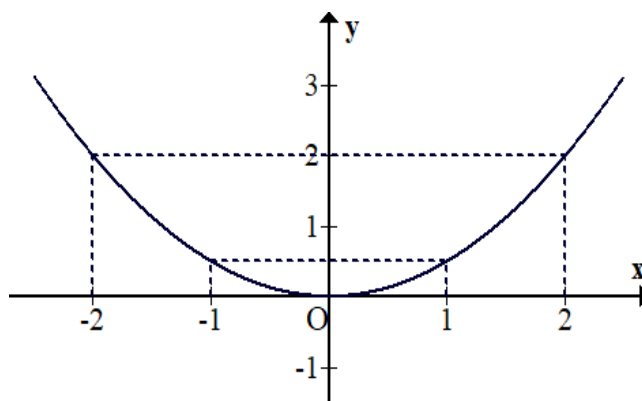
c) Tìm điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

a) • Bảng giá trị

| | | | | | |
|-----|----|---------------|---|---------------|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 2 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 |

• Đồ thị hàm số:



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$\frac{1}{2}x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

• Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$

• Với $x = 2 \Rightarrow y = 2$

• Vậy giao điểm của (d) và (P) là $(0;0)$ và $(2;2)$

c) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$\frac{1}{2}x^2 = x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2m = 0 \quad (*)$$

• Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình

$$(*) \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Ví dụ 2

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = mx - 2$ (với m là tham số).

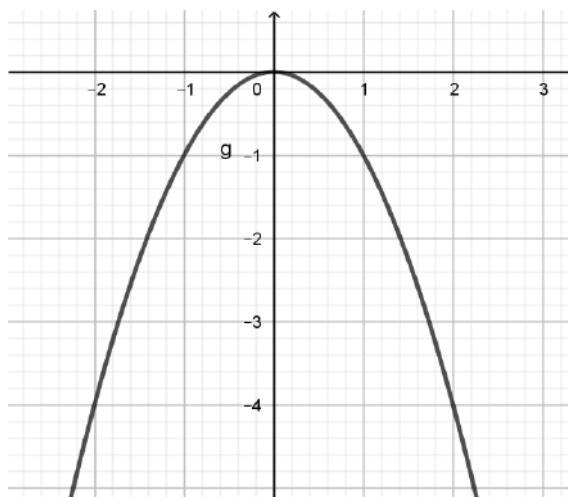
- a) Vẽ parabol (P) .
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$.

Lời giải

a) • Bảng giá trị

| | | | | | |
|------------|----|----|---|----|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = -x^2$ | -4 | -1 | 0 | -1 | -4 |

• Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): -x^2 = mx - 2 \Leftrightarrow x^2 + mx - 2 = 0$

• Có $\Delta = m^2 + 8 > 0 \forall m$ nên d và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

• Theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$

• Theo giả thiết ta có $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$

$\Leftrightarrow -2 + 2(-m) + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Ví dụ 3

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

b) Biết rằng đồ thị của hàm số $y = (m+1)x - 3m + 4$ đi qua điểm $A(1;3)$. Tìm m .

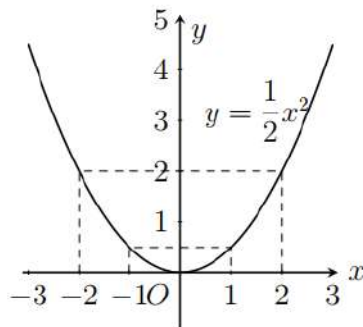
Lời giải

• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

- Bảng giá trị

| | | | | | |
|----------------------|----|---------------|---|---------------|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = \frac{1}{2}x^2$ | 2 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 |

- Đồ thị



b)

- Điểm A thuộc đồ thị hàm số $y = (m+1)x - 3m + 4$ (*) nên tọa độ A thỏa mãn phương trình của hàm số.
- Thay $x=1, y=3$ vào (*) ta được $3 = (m+1).1 - 3m + 4 \Leftrightarrow m = 1$
- Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 4

- Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x + b$. Xác định giá trị của b bằng phép tính để đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P) .
- Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và $y = x - 3$.

Lời giải

a) Giao điểm của sẽ là nghiệm của phương trình

$$2x^2 = 3x + b \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - b = 0 \quad (*)$$

• Ta có $\Delta = 9 + 8b$

(P) và (d) tiếp xúc khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép

$$\text{hay } 9 + 8b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{9}{8}$$

• Vậy $b = -\frac{9}{8}$ là giá trị cần tìm.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và $y = x - 3$ là

$$-2x^2 = x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

+ Với $x=1$ ta có $y=-2$;

+ Với $x=-\frac{3}{2}$ ta có $y=-\frac{9}{2}$.

• Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại $A(1; -2)$ và $B\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

Ví dụ 5

a) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (P).

1. Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

2. Tìm tung độ của điểm nằm trên (P) có hoành độ bằng 8.

b) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ (với m là tham số).

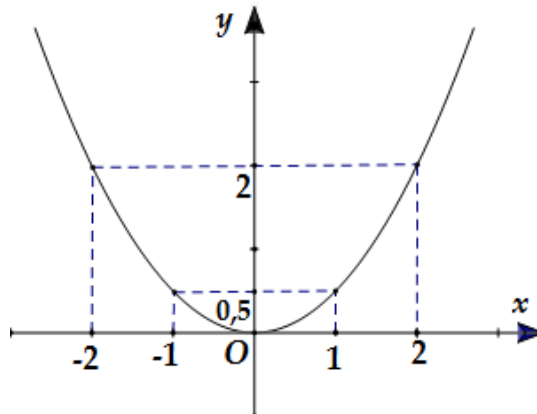
Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $(x_1x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1x_2 + 3$.

Lời giải

a) Bảng giá trị:

| | | | | | |
|-------------|----|-----|---|-----|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = -2x^2$ | 2 | 0,5 | 0 | 0,5 | 2 |

• Đồ thị:



2) Thay $x=8$, ta được $y = \frac{1}{2}.8^2 = 32$.

• Vậy tung độ của điểm cần tìm là $y = 32$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là:

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 = 4x + 2m \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2m = 0 \quad (1).$$

d cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot (-2m) > 0 \Leftrightarrow 4 + 2m > 0 \Leftrightarrow 2m > -4 \Leftrightarrow m > -2$.

• Ta có x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của d và (P) nên x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

- Do đó theo định lí Vi-et ta được:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$$
- Khi đó $(x_1 x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 3 \Leftrightarrow (-2m + 1)^2 = 4 - 2m + 3$
- $$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 7 - 2m \Leftrightarrow 4m^2 - 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$
- So sánh với điều kiện $m > -2$ ta được $m = -1, m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.

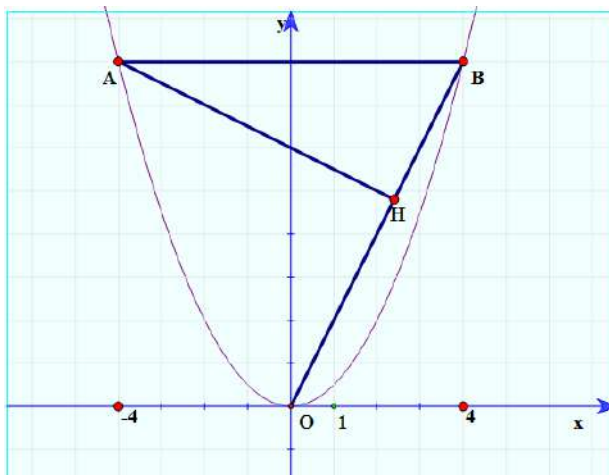
Ví dụ 6

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.
- Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục tọa độ là Centimet).

Lời giải

- a) • Đồ thị.



- b) Tọa độ điểm B(4;8)

- Ta có: $AB = 8$ và $OB = 4\sqrt{5}$
- Điểm K(0;8) là hình chiếu của O trên AB.
- Ta có $OK = 8$.
- Theo công thức tính diện tích tam giác OAB:

$$\frac{1}{2} OK \cdot AB = \frac{1}{2} AH \cdot OB \Rightarrow AH = \frac{16\sqrt{5}}{5}$$

Tính được $BH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ và diện tích tam giác ABH bằng $\frac{64}{5} (cm^2)$

Ví dụ 7

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) .

- Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.
- Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -1 và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng 1 .
- Với (d) vừa tìm được, tìm giao điểm còn lại của (d) và (P) .

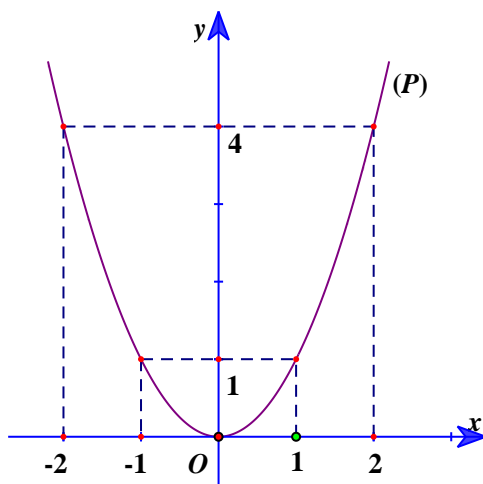
Lời giải

a)

• Bảng giá trị đặc biệt:

| | | | | | |
|-----------|-----|-----|---|---|---|
| x | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

• Vẽ đồ thị:



b) PT đường thẳng (d) có dạng: $y = ax + b$

• Vì (d) có hệ số góc bằng -1 nên $a = -1 \Rightarrow (d): y = -x + b$

• Vì (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 1 nên thay $x = 1$ vào hàm số $y = x^2$ ta được: $y = 1^2 = 1$

• Thay tọa độ $(1;1)$ vào phương trình đường thẳng $(d): y = -x + b$, ta được:

$$1 = -1 + b \Leftrightarrow b = 2$$

• Vậy phương trình đường thẳng (d) là: $y = -x + 2$

c) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 (*)$$

• Phương trình $(*)$ có các hệ số: $a = 1; b = 1; c = -2$

• Vì $a + b + c = 1 + 1 + (-2) = 0$ nên PT $(*)$ có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1^1 = 1$$

$$x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2 \Rightarrow y_2 = (-2)^2 = 4$$

• Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt: $A(1;1)$ và $B(-2;4)$

Ví dụ 8

Cho Parabol (P): $y = \frac{3}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -\frac{3}{2}x + 3$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng.

Lời giải

a) . Lập bảng giá trị (P), Vẽ (P)

Lập bảng giá trị (d), Vẽ (d)

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng.

• Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$\frac{3}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

• Tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là: $\left(1; \frac{3}{2}\right), (-2; 6)$

Ví dụ 9

Trên mặt phẳng Oxy , cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - m$ (m là tham số).

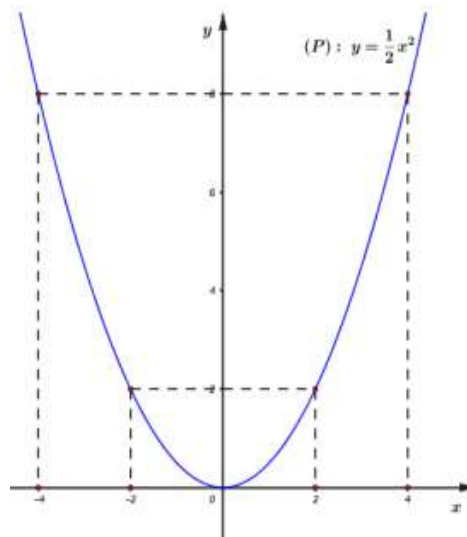
- Vẽ parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.
- Với $m = 0$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phương pháp đại số.
- Tìm điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

a) Bảng giá trị

| | | | | | |
|----------------------|----|----|---|---|---|
| x | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| $y = \frac{1}{2}x^2$ | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 |

• Do đó (P) đi qua các điểm $(-4;8), (-2;2), (0;0), (2;2)$ và $(4;8)$.



b) Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{1}{2}x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

• Vậy với $m = 0$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(0;0)$ và $B(2;2)$.

c) Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{1}{2}x^2 = x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2m = 0 (*)$.

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}.$$

• Vậy với $m < \frac{1}{2}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Ví dụ 10

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + m$ (m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$.

b) Tìm điều kiện của m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt. Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) , xác định m để $(1 - x_1x_2)^2 + 2(y_1 + y_2) = 16$.

Lời giải

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$.

• Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$ suy ra $3 = 2 \cdot (-2) + m$

$$\Leftrightarrow 3 = -4 + m \Leftrightarrow m = 7.$$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m = 0 \quad (1)$$

• Parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$.

$$\Delta' = 1 + 2m, \quad \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2} \quad (*).$$

• Khi đó theo định lý Vi-et ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases}$$

$$(1 - x_1 x_2)^2 + 2(y_1 + y_2) = 16 \Leftrightarrow (1 - x_1 x_2)^2 + 2(2x_1 + m + 2x_2 + m) = 16$$

$$\Leftrightarrow (1 - x_1 x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) + 4m = 16 \Leftrightarrow \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 + 4 + 4m = 16 \Leftrightarrow 1 + m + \frac{m^2}{4} + 4 + 4m = 16$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2}{4} + 5m + 5 = 16 \Leftrightarrow m^2 + 20m - 44 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -22 \end{cases}$$

• Đối chiếu điều kiện (*), ta có $m = 2$

Bài tập rèn luyện

○ **Câu 1:** Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

- Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

➔ Hướng dẫn giải

Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy .

+) Vẽ Parabol (P): $y = x^2$

Bảng giá trị:

| | | | | | |
|-----------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

Vậy Parabol (P): $y = x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2; 4), (1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$

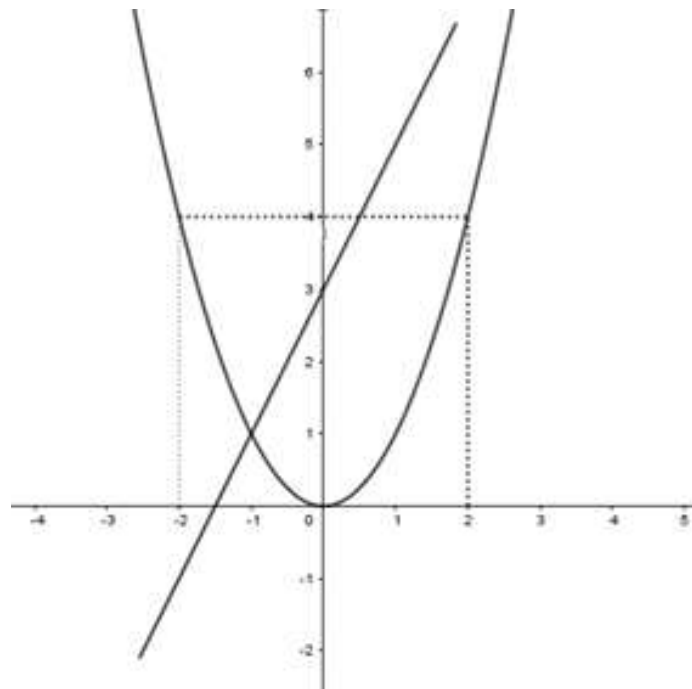
+) Vẽ đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

Bảng giá trị:

| | | |
|--------------|---|----|
| x | 0 | -1 |
| $y = 2x + 3$ | 3 | 1 |

Vậy đường thẳng (d): $y = 2x + 3$ đi qua hai điểm $(0; 3), (-1; 1)$

Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy



b) Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ (1)

Ta có $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm là $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$

Với $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1$

Với $x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 3^2 = 9$

Vậy (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có tọa độ là $(-1; 1), (3; 9)$.

○ Câu 2:

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Cho hàm số $y = mx + n$ có đồ thị là (d). Tìm giá trị m và n biết (d) song song với đường thẳng (d'): $y = x + 3$ và đi qua điểm $M(2; 4)$.

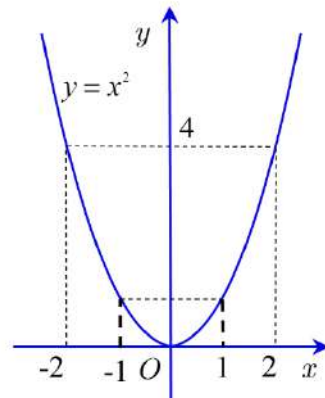
➔ Hướng dẫn giải

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Ta có bảng giá trị :

| | | | | | |
|-----------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

Do đó, đồ thị hàm số $y = x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.



b. Cho hàm số $y = mx + n$ có đồ thị là (d) . Tìm giá trị m và n biết (d) song song với đường thẳng (d') : $y = x + 3$ và đi qua điểm $M(2;4)$.

Vì đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') : $y = x + 3$ nên ta có: $\begin{cases} m = 1 \\ m \neq 3 \end{cases}$.

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = x + n (n \neq 3)$

Mà $M(2;4) \in (d) \Rightarrow 4 = 2 + n \Leftrightarrow n = 2 (tm)$

Vậy $m = 1, n = 2$.

○ Câu 3:

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2}{4}$.

b) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = (m^2 + m)x + 1$ cắt nhau.

➔ Hướng dẫn giải

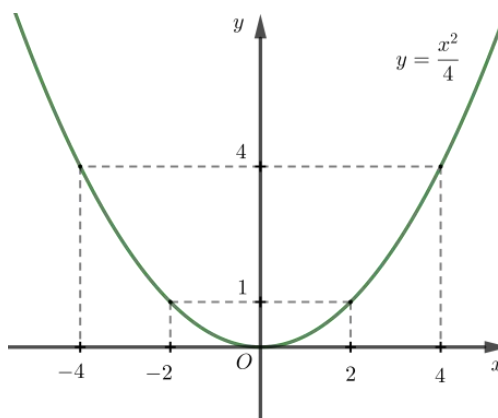
a)

Bảng giá trị

| | | | | | |
|-----|----|----|---|---|---|
| x | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| y | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ là đường cong đi qua các điểm

$(-4,4), (-2,1), (0,0), (2,1), (4,4)$ và nhận trục Oy làm trục đối xứng.



b) Tìm các tham số thực m để hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = (m^2 + m)x + 1$ cắt nhau.

Phương trình hoành độ giao điểm $2x = (m^2 + m)x + 1$

$$\Leftrightarrow m^2x + (m - 2)x + 1 = 0 \Leftrightarrow (m^2 + m - 2)x + 1 = 0 \quad (1)$$

+ Yêu cầu bài toán thỏa khi (1) có nghiệm $\Leftrightarrow m^2 + m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

○ Câu 4:

1) Cho hàm số bậc nhất $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$.

a) Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

b) Tính giá trị của y khi $x = 7 + \sqrt{18}$.

2) Cho hàm số: $y = 2x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ (P).

b) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2.

3) Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị của hai hàm số $y = x + (5 + m)$ và $y = 2x + (7 - m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành?

➔ Hướng dẫn giải

1) Cho hàm số bậc nhất $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$.

a) Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

Hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ có $a = (7 - \sqrt{18})$

Ta có: $7 = \sqrt{49} > \sqrt{18} \Leftrightarrow 7 - \sqrt{18} > 0 \Leftrightarrow a > 0$

nên hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .

b) Tính giá trị của y khi $x = 7 + \sqrt{18}$.

Thay $x = 7 + \sqrt{18}$ vào hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$

Ta được: $y = (7 - \sqrt{18})(7 + \sqrt{18}) + 2020 = 7^2 - 18 + 2020 = 2051$

Vậy $x = 7 + \sqrt{18}$ với thì $y = 2051$

2) Cho hàm số: $y = 2x^2$ có đồ thị (P).

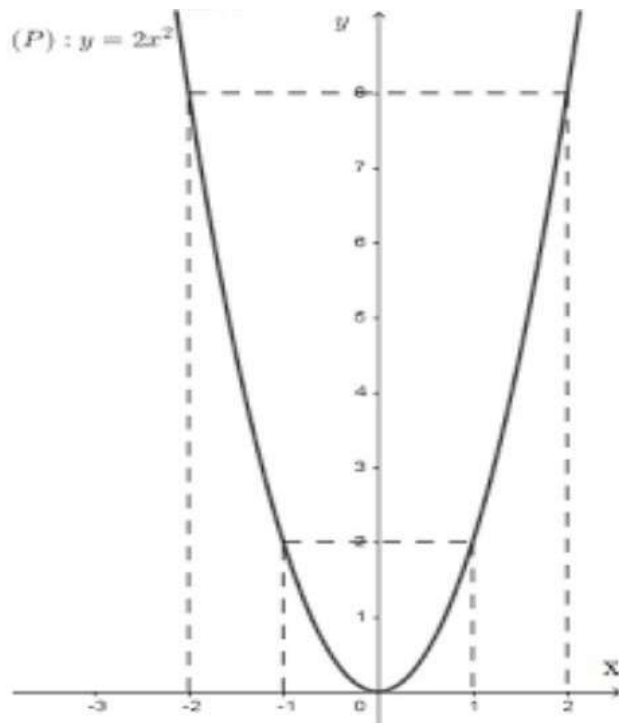
a) Vẽ (P).

Bảng giá trị:

| | | | | | |
|------------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = 2x^2$ | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 |

Đồ thị hàm số là parabol (P) đi qua các điểm $(-2; 8), (-1; 2), (0; 0), (1; 2), (2; 8)$

Hình vẽ:



b) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2.

Gọi điểm $N(x; 2)$ thuộc (P): $y = 2x^2$

$$\text{Ta có: } 2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy ta có hai điểm thỏa mãn đề bài là $(1; 2)$, $(-1; 2)$

3) Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị của hai hàm số $y = x + (5 + m)$ và $y = 2x + (7 - m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành?

Xét đường thẳng $y = x + (5 + m)$ có $a = 1$ và đường thẳng $y = 2x + (7 - m)$ có $a' = 2$

Vì $a \neq a'$ ($1 \neq 2$) nên hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau.

Gọi $M(x; y)$ là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (d')

Vì $M(x; y)$ thuộc trục hoành nên $M(x; 0)$

Lại có $M(x; 0)$ thuộc (d): $y = x + (5 + m)$ nên ta có: $0 = x + (5 + m) \Leftrightarrow x = -5 - m$

Và $M(x; 0)$ thuộc (d'): $y = 2x + (7 - m)$ nên ta có: $0 = 2x + (7 - m) \Leftrightarrow x = \frac{m - 7}{2}$

$$\text{Suy ra } -5 - m = \frac{m - 7}{2} \Leftrightarrow m - 7 = -2m - 10 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

○ Câu 5:

Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d)

- a) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) .

➤ Hướng dẫn giải

a) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

• $y = -\frac{1}{2}x^2$

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$

Bảng giá trị

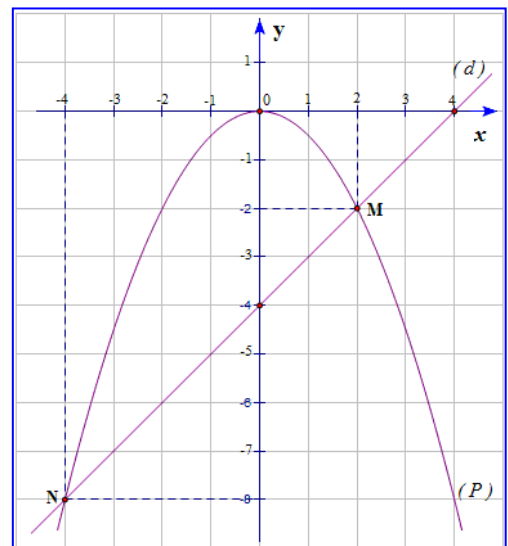
| | | | | | |
|---|----|------|---|------|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | -2 | -0,5 | 0 | -0,5 | -2 |

Nhận xét: Đồ thị hs là một parabol đi qua gốc tọa độ, nhận trục tung làm trục đối xứng nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất

• $y = x - 4$

Đồ thị hs là đường thẳng đi qua hai điểm

$(0; -4)$ và $(4; 0)$



b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$\Delta' = 1 + 8 = 9 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 2; x_2 = -4$

$x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = -2$; $x_2 = -4 \Rightarrow y_2 = -8$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(2; -2)$ và $(-4; -8)$

OCâu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A = -1; x_B = 2$.

- Tìm tọa độ của hai điểm A, B.
- Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.
- Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

➔ **Hướng dẫn giải**

a) Vì A, B thuộc (P) nên:

$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$$

Vậy $A\left(-1; \frac{1}{2}\right), B(2; 2)$.

b) Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy (d): $y = \frac{1}{2}x + 1$.

c) (d) cắt trục Oy tại điểm C(0; 1) và cắt trục Ox tại điểm D(-2; 0)

$$\Rightarrow OC = 1 \text{ và } OD = 2$$

Gọi h là khoảng cách từ O tới (d).

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào Δ vuông OCD, ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ gốc O tới (d) là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

○ Câu 7:

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = 2x^2$. Vẽ đồ thị parabol (P) .
- b) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + x_2 = 0$.

➔ Hướng dẫn giải

- a) Vẽ Parabol $(P): y = 2x^2$

Bảng giá trị giữa x và y :

| | | | | | |
|-----|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 |

Vẽ đúng đồ thị

- b) Phương trình có $\Delta' = (m+1)^2 - 1 \cdot (m-1) = m^2 + 2m + 1 - m + 1 = m^2 + m + 2$.

$$\Delta' = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{4}\right) = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall m.$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Khi đó, theo Vi-ét $x_1 + x_2 = 2m + 2$ (1);

$$x_1 \cdot x_2 = m - 1. \quad (2)$$

Theo đề bài ta có $3x_1 + x_2 = 0$ (3)

Từ (1) và (3) suy ra $x_1 = -1 - m; x_2 = 3m + 3$ thay vào (2) ta được

$$(-1 - m)(3m + 3) = m - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

○ Câu 8:

- a) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 6$. Vẽ đồ thị (P) và tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính.
- b) Cho hai đường thẳng $(d): y = -x + m + 2$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

➔ Hướng dẫn giải

- a) Bảng giá trị

| | | | | | | | | |
|-----------|-----|--|----|----|---|---|---|-----|
| x | ... | | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | ... |
| $y = x^2$ | ... | | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | ... |

Đồ thị

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 = -x + 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

Giải phương trình được $x_1 = 2, x_2 = -3$.

Tọa độ giao điểm của d và P là: $A(2;4), B(-3;9)$.

$$\text{b) Ta có (d) và (d')} \text{ song song với nhau thì: } \begin{cases} -1 = m^2 - 2 \\ m + 2 \neq 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

○ Câu 9:

1) Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2;3)$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = (k - 1)x + 4$ (k là tham số) và parabol (P): $y = x^2$.

a) Khi $k = -2$, hãy tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P)

b) Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Gọi $y_1; y_2$ là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P).

Tìm k sao cho $y_1 + y_2 = y_1 \cdot y_2$

➔ Hướng dẫn giải

1) Đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2;3) \Leftrightarrow 3 = 4 + m \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m = -1$.

2)

a) Khi $k = -2$, (d) có dạng $y = -3x + 4$

Khi đó phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$$x^2 = -3x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \text{ ta thấy } a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0 \text{ nên ta có:}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -4$$

$$\text{Với } x_1 = 1 \Rightarrow y = 1;$$

$$\text{Với } x_2 = -4 \Rightarrow y = 16;$$

Vậy với $k = -2$ thì đường thẳng (d) và Parabol (P) tại hai điểm $(1;1); (-4;16)$

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$$x^2 = (k - 1)x + 4 \Leftrightarrow x^2 - (k - 1)x - 4 = 0 \quad (1)$$

ta thấy tích hệ số $a.c = 1.(-4) < 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm pb với mọi k

Vậy với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Vì $y_1; y_2$ là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P).

nên $y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$ (trong đó $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1)) thay vào đẳng thức: $y_1 + y_2 = y_1.y_2$ ta được: $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2.x_2^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = (x_1.x_2)^2$ (*)

Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = k - 1 \\ x_1.x_2 = -4 \end{cases}$ thay vào (*) ta được:

$$(k-1)^2 - 2.(-4) = (-4)^2 \Leftrightarrow k^2 - 2k + 1 + 8 = 16 \Leftrightarrow k^2 - 2k - 7 = 0$$

$$\text{Có } \Delta_k' = (-1)^2 - 1.(-7) = 8 > 0 \text{ suy ra } k_1 = 1 + \sqrt{8}; k_2 = 1 - \sqrt{8}$$

Vậy với $k_1 = 1 + \sqrt{8}; k_2 = 1 - \sqrt{8}$ thì đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm có: $y_1 + y_2 = y_1.y_2$

○ Câu 10:

Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$.

a) Với $m = -1$: vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ. Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d).

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $x_1 - 2x_2 = 5$.

➔ Hướng dẫn giải

a)

Với $m = -1$, hãy vẽ P và d trên cùng hệ trục và tìm tọa độ giao điểm của chúng.

Xét $m = -1 \Rightarrow (P): y = x^2; (d): y = -x + 2$.

| Parabol (P): $y = x^2$ | | | | | | Đường thẳng (d): $y = -x + 2$ | | |
|------------------------|----|----|---|---|---|-------------------------------|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | x | 0 | 2 |
| $y = x^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | $y = -x + 2$ | 2 | 0 |

Vẽ đồ thị:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: A(1;1) và B(-2;4)

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0$

Có: $\Delta = m^2 + 8 > 0$ với mọi m $\Rightarrow d$ luôn cắt P tại 2 điểm có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$$

Để $x_1 - 2x_2 = 5 \Leftrightarrow x_1 = 2x_2 + 5$ thì: $(2x_2 + 5) \cdot x_2 = -2 \Leftrightarrow 2x_2^2 + 5x_2 + 2 = 0 (*)$

Mà $x_1 + x_2 = m \Rightarrow 2x_2 + 5 + x_2 = m \Leftrightarrow 3x_2 + 5 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m-5}{3}$.

Thay vào (*) ta có:

$$2x_2^2 + 5x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{m-5}{3}\right)^2 + 5\frac{m-5}{3} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ hoặc $m = \frac{7}{2}$ thì (P) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 - 2x_2 = 5.$$



Phiếu 1

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx + 1$

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$.

b) Tìm giá trị của m để biểu thức $D = y_1 + y_2 - x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Chỉ rõ giá trị nhỏ nhất đó.

➔ Hướng dẫn giải

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$x^2 - 2mx - 1 = 0 \quad (1)$$

Tính được: $\Delta' = m^2 + 1$,

Ta có $\Delta' = m^2 + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ vì $m^2 \geq 0 \forall m$

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$.

Với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Theo phần a ta có PT(1) luôn có 2 nghiệm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

Ta có: $D = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2$

Suy ra $D = 4m^2 + 3 \geq 3$ vì $m^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow D_{\min} = 3 \Leftrightarrow m = 0$

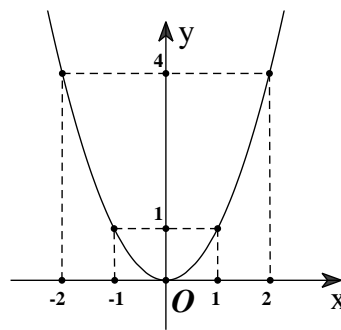
Phiếu 2

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4x + 9$.

- a) Vẽ đồ thị (P)
- b) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) song song (d) và (d_1) tiếp xúc (P).

Hướng dẫn giải

a) parabol (P) qua 5 điểm $(0;0), (1;1), (-1;1), (2;4), (-2;4)$



b) (d_1) song song (d) $\Rightarrow (d_1): y = 4x + b$ ($b \neq 9$)

(d_1) tiếp xúc (P) khi phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $x^2 = 4x + b \Leftrightarrow x^2 - 4x - b = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow 4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -4$
 $\Rightarrow (d_1): y = 4x - 4$

Phiếu 3

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là Parabol (P)

- a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm nằm trên Parabol (P) có hoành độ $x = 2$ và có hệ số góc k. Với giá trị k nào thì (d) tiếp xúc (P)?

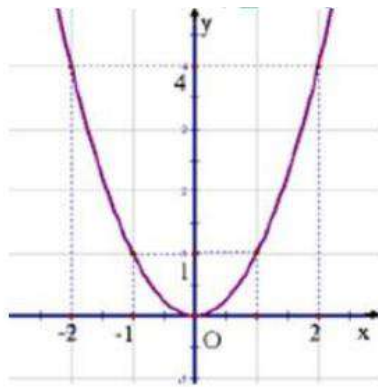
Hướng dẫn giải

a) $y = f(x) = x^2$

Bảng giá trị:

| | | | | | |
|-----------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

Đồ thị hàm số là hình vẽ



- b) Đường thẳng (d) có hệ số góc k nên có dạng $y = kx + b$
 Điểm thuộc (P) có hoành độ $x = 2 \Leftrightarrow y = 4$
 (d) qua $(2; 4) \Leftrightarrow 4 = k \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -2k + 4$
 (d): $y = kx - 2k + 4$
 Đường thẳng (d) tiếp xúc (P) khi đó phương trình sau có nghiệm kép
 $x^2 = kx - 2k + 4 \Leftrightarrow x^2 - kx + 2k - 4 = 0$
 $\Delta = k^2 - 8k + 16$
 Phương trình có nghiệm kép khi $\Delta = 0 \Leftrightarrow k^2 - 8k + 16 = 0 \Leftrightarrow k = 4$
 Vậy $k = 4$

Phiếu 4

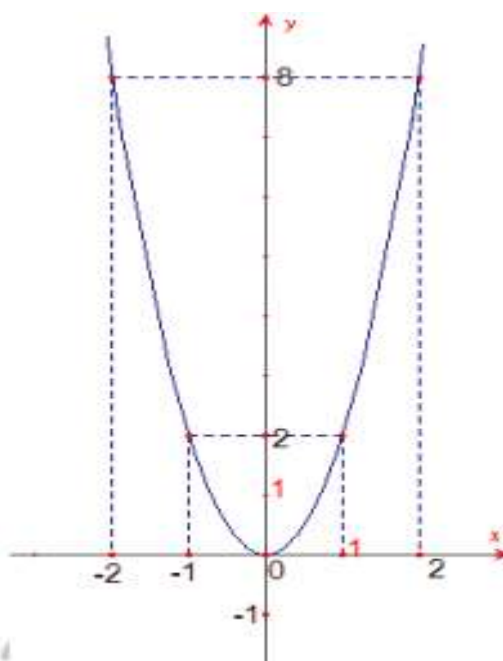
Cho parabol (P): $y=2x^2$ và đường thẳng (d) : $y=x-m+1$ (với m là tham số)

- Vẽ Parabol (P)
- Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) có đúng một điểm chung.
- Tìm tọa độ các điểm thuộc P có hoành độ bằng hai lần tung độ

Hướng dẫn giải

a) Vẽ đồ thị hàm số:

| | | | | | |
|----------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y=2x^2$ | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 |



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm cả (P) và (d) :

$$2x^2 = x - m + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x + m - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) = 9 - 8m$$

Để (P) và (d) có một điểm chung thì : $\Delta = 0 \Leftrightarrow 9 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$

Vậy với $m = \frac{9}{8}$ thì (P) và (d) có một điểm chung

c) Điểm thuộc (P) mà hoành độ bằng hai lần tung độ nghĩa là $x = 2y$ nên ta có:

$$y = 2(2y)^2 \Leftrightarrow y = 8y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vậy điểm thuộc (P) mà hoành độ bằng hai lần tung độ là $(0; 0)$; $(\frac{1}{4}; \frac{1}{8})$

Phiếu 5

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2(m-1)x + 5 - 2m$ (m là tham số)

- Vẽ đồ thị parabol (P).
- Biết đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 6$

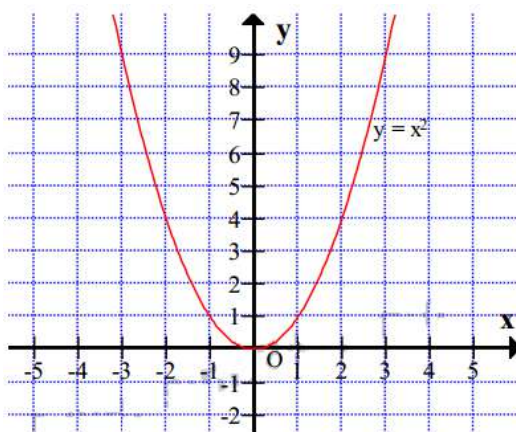
➔ Hướng dẫn giải

a) Vẽ đồ thị

Bảng giá trị:

| | | | | | |
|-----------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

Đồ thị:



a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 = 2(m-1)x + 5 - 2m$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$$

Theo định lý Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 6 \Leftrightarrow (2m-2)^2 - 2(2m-5) = 6 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy: $m = 1$ hoặc $m = 2$

Phiếu 6

Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m+3)x + 2m+4$ (m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B .

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ thỏa mãn

$$|x_A| + |x_B| = 5$$

Hướng dẫn giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta được:

$$x^2 - (2m+3)x - 2m - 4 = 0(*)$$

$$\Delta = [-(2m+3)]^2 - 4.1.(-2m-4)$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 4m^2 + 12m + 9 + 8m + 16$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (2m+5)^2$$

a) (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B thì phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (2m+5)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{5}{2}$$

b) Theo câu a) phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt A, B có hoành độ $x_A; x_B$.

Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình $(*)$ ta có:

$$\begin{cases} x_A + x_B = 2m + 3 \\ x_A \cdot x_B = -2m - 4 \end{cases}$$

Theo giả thiết: $|x_A| + |x_B| = 5 \Leftrightarrow (|x_A| + |x_B|)^2 = 5^2 \Leftrightarrow x_A^2 + x_B^2 + 2|x_A \cdot x_B| = 25$

$$(x_A + x_B)^2 - 2x_A \cdot x_B + 2|x_A \cdot x_B| = 25$$

$$\Leftrightarrow (2m+3)^2 - 2(-2m-4) + 2|-2m-4| = 25$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 12m + 9 + 4m + 8 + 4|m+2| = 25$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 16m - 8 + 4|m+2| = 0(1)$$

Trường hợp 1: Nếu $m+2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow 4m^2 + 16m - 8 + 4(m+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 20m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ m = -5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Trường hợp 2: Nếu $m + 2 < 0; m \neq -\frac{5}{2} \Leftrightarrow m < -2; m \neq -\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow 4m^2 + 16m - 8 - 4(m + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 12m - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(\text{loại}) \\ m = -4(\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

Vậy $m \neq \{0; -4\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Phiếu 7

Cho hàm số bậc nhất $y = (2m + 1)x - 6$

- Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R} ?
- Tìm m để đồ thị hàm số đã cho qua điểm $A(1; 2)$

Hướng dẫn giải

a) Hàm số bậc nhất $y = (2m + 1)x - 6$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi

$$2m + 1 < 0 \Leftrightarrow 2m < -1 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$$

b) Đồ thị hàm số $y = (2m + 1)x - 6$ qua điểm

$$A(1; 2) \Leftrightarrow 2 = (2m + 1) \cdot 1 - 6 \Leftrightarrow 2 = 2m + 1 - 6 \Leftrightarrow 2m = 7 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$$

Phiếu 8

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ
- Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

Hướng dẫn giải

a) Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

| | | | | | |
|-----------------------|----|----|----|----|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = -\frac{x^2}{4}$ | -4 | -1 | 0 | -1 | -4 |
| $y = \frac{x}{2} - 2$ | | | -2 | | 0 |

Đồ thị

$$x_C^2 + x_D^2 - 2x_Cx_D - 20 = 0$$

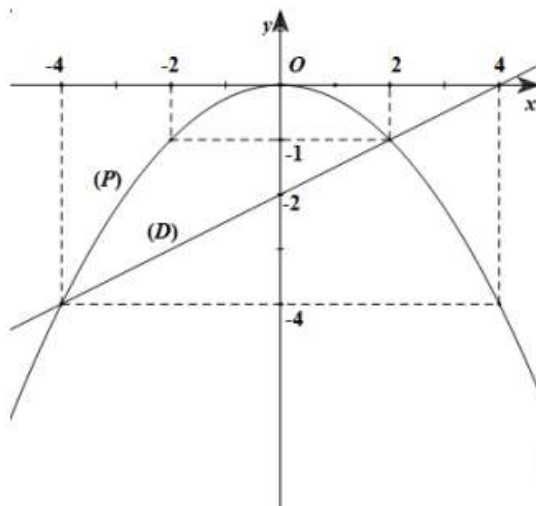
$$\Leftrightarrow (x_C + x_D)^2 - 4x_Cx_D - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(2m - 6) - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1$$



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính
Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 2$; $x_2 = -4$

Với $x_1 = 2$ ta có $y_1 = -1$, A(2; -1)

Với $x_2 = -4$ ta có $y_2 = -4$, B(-4; -4)

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(2; -1) ; B(-4; -4)

★ Phiếu 9

Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = mx + m - 3$

- Tìm a để đồ thị (P) đi qua điểm B(2; -2)
- Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m.
- Gọi x_C và x_D lần lượt là hoành độ của hai điểm C và D. Tìm các giá trị của m sao cho $x_C^2 + x_D^2 - 2x_Cx_D - 20 = 0$

➔ Hướng dẫn giải

a) (P) đi qua điểm B(2; -2) nên ta có: $-2 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$

Vậy (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-\frac{1}{2}x^2 = mx + m - 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 6 = 0(*)$$

$$\Delta' = m^2 - (2m - 6) = m^2 - 2m + 6 = (m - 1)^2 + 5 > 0 \forall m$$

Do đó, đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m.

c) Áp dụng định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_C + x_D = -2m \\ x_Cx_D = 2m - 6 \end{cases}$$

Theo giả thiết

Vậy với $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Phiếu 10

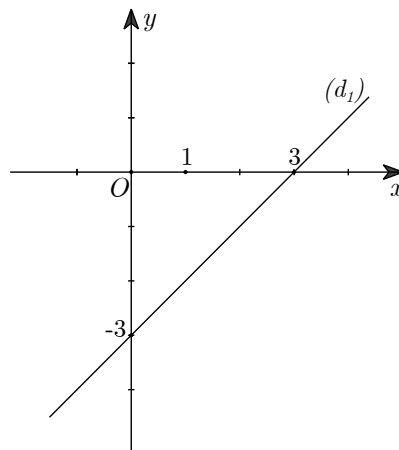
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1): y = x - 3$ và $(d_2): y = -3x + 1$.

- Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.
- Viết phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = ax + b$, biết (d) song song với (d_1) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7.

➔ Hướng dẫn giải

- Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

| | | |
|-------------|----|---|
| x | 0 | 3 |
| $y = x - 3$ | -3 | 0 |



- Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là: $x - 3 = -3x + 1$

$$\Leftrightarrow x + 3x = 1 + 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $1; -2$.

- Viết phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = ax + b$, biết (d) song song với (d_1) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7.

Vì (d) song song với $(d_1) \Rightarrow y = x + b, (b \neq -3)$.

Vì (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ là 7.

$$\Rightarrow b = 7 (b \neq -3).$$

Vậy $(d): y = x + 7$.