

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**ĐỀ BÀI**

**Câu 1.** Cho hàm số bậc nhất  $y = 2021x + 2022$ . Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

**Câu 2.** Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$ .

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$ .

**Câu 4.** Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$ .

**Câu 5.** Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ , với  $x > 0$ .

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$ .

**Câu 6.** Một nhóm học sinh dự định làm 360 chiếc mũ chắn giọt bắn trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch bệnh COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định hai ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 10\text{cm}$  và  $\sin \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$ .

Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC$  và  $AH$ .

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(1;2)$ . Xác định vị trí tương đối của đường tròn  $(M;1)$  và các trục tọa độ.

**Câu 9.** Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  ( $MN$  không phải là đường kính). Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $KM > KN (K \neq N)$ . Gọi  $I$  là điểm chính giữa của cung

nhỏ  $MN$ . Đường thẳng  $IK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E(E \neq I)$ . Tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  cắt đường thẳng  $MN$  tại điểm  $F$ .

a) Chứng minh  $\widehat{NKE} = \widehat{IME}$ ;

b) Gọi  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $K$  qua  $F$ . Đường thẳng  $PE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $Q(Q \neq E)$ . Chứng minh  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$ .

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ).  $D$  là điểm nằm trên cung nhỏ  $BC(D \neq B, DB < DC)$ . Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AE > ED(E \neq D)$ . Đường tròn đường kính  $ED$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $F(F \neq D, F \neq B, F \neq C)$ . Đường thẳng  $DO$  và  $AF$  cắt đường tròn đường kính  $ED$  lần lượt tại các điểm  $M, N(M \neq D, N \neq F)$ . Kẻ đường kính  $DK$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh:

a) Bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh:  $\Delta NAD = \Delta MAD$ .

\_\_\_\_\_ HẾT \_\_\_\_\_

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Câu 1:

Cho hàm số bậc nhất  $y = 2021x + 2022$ . Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

Hàm số  $y = 2021x + 2022$  có  $a = 2021 > 0$  nên hàm số  $y = 2021x + 2022$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

### Câu 2:

Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$ .

Phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  có  $a + b + c = 3 - 4 + 1 = 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = 1$  và  $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$ .

### Câu 3:

Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} \\ &= \sqrt{4 \cdot 5} - 2 - |\sqrt{5} - 2| \\ &= 2\sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + 2 \quad (\text{do } \sqrt{5} - 2 > 0) \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \sqrt{5}$ .

### Câu 4:

Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot (-1) - 3 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm  $S = \{(-1; -1)\}$ .

**Câu 5:**

Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}$  với  $x > 0$

a) Rút gọn biểu thức  $B$ ;

ĐKXĐ:  $x > 0$

$$\begin{aligned} B &= \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{x-6-(\sqrt{x}+3)+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$

Điều kiện:  $x > 0$ .

Ta có:  $B = -2$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = -2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = -2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ( TMDK )}$$

Vậy  $x = 1$  thì  $B = -2$ .

### Câu 6:

Một nhóm học sinh dự định làm 360 chiếc mũ chắn giọt bán trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định hai ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?

Gọi số chiếc mũ mỗi ngày nhóm học sinh dự định là được là  $x$  (chiếc), ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 360$ ).

$\Rightarrow$  Thời gian dự định nhóm học sinh làm xong 360 chiếc mũ là:  $\frac{360}{x}$  (ngày)

Thực tế mỗi ngày, nhóm học sinh làm được số chiếc mũ là:  $x + 12$  (chiếc).

$\Rightarrow$  Thời gian thực tế nhóm học sinh hoàn thành  $360 + 4 = 364$  chiếc mũ là:  $\frac{364}{x + 12}$  (ngày)

Nhóm học sinh đã hoàn thành xong trước dự định 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{360}{x} - \frac{364}{x + 12} = 2$$

$$\Leftrightarrow 360(x + 12) - 364x = 2x(x + 12)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 24x = 360x + 4320 - 364x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 28x - 4320 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 14x - 2160 = 0$$

Phương trình có:  $\Delta' = (-7)^2 + 1.2160 = 2209 > 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = -7 + \sqrt{2209} = 40(tm)$  và

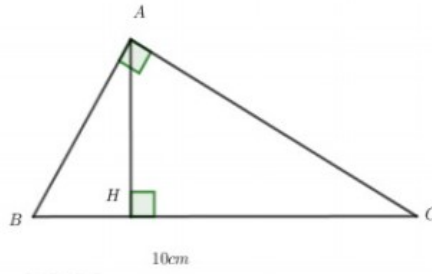
$$x_2 = -7 - \sqrt{2209} = -54(ktm)$$

Vậy theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được 40 chiếc mũ.

### Câu 7.

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 10\text{cm}$  và  $\widehat{ACB} = \frac{3}{5}$ . Tính

độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC$  và  $AH$ .



Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ta có:

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \sin \widehat{ACB} = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6(\text{cm}).$$

Áp dụng định lí Pitago cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}).$$

Áp dụng hệ thức lượng cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$  ta có:

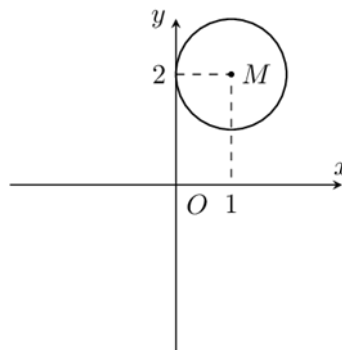
$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy  $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}, AH = 4,8\text{cm}$

**Câu 8:**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(1;2)$ . Xác định vị trí tương đối của đường tròn  $(M;1)$  và các trục tọa độ.



Gọi  $R$  là bán kính đường tròn  $(M;1) \Rightarrow R = 1$ .

Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy$ .

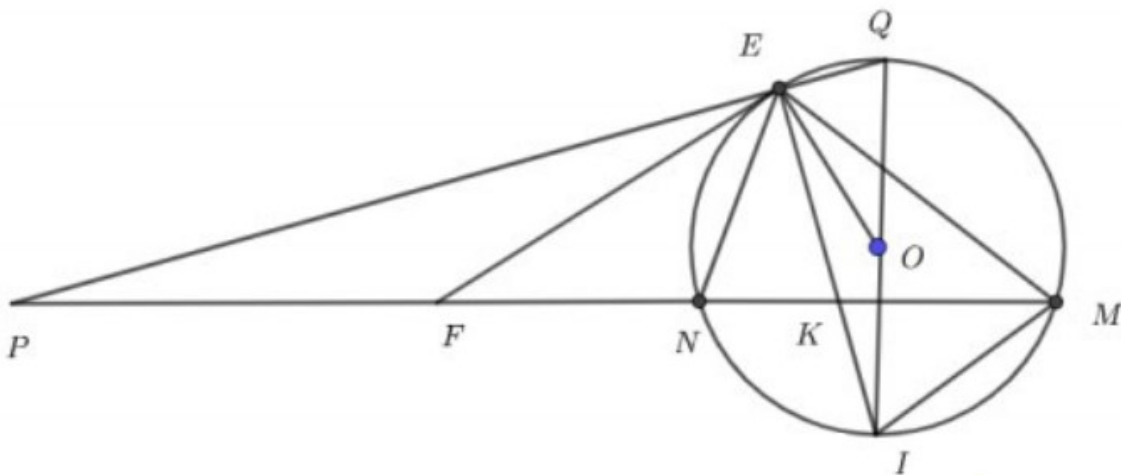
$$\text{Ta có: } \begin{cases} BM \perp OB \\ MA \perp OA \Rightarrow OAMB \text{ là hình chữ nhật} \\ OA \perp OB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MB = OA = 1 = R \\ MA = BO = 2 > R \end{cases}$$

$\Rightarrow Oy$  tiếp xúc với  $(M;1)$  tại  $B$  và  $Ox$  không cắt đường tròn  $(M;1)$ .

### Câu 9:

Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  ( $MN$  không phải là đường kính). Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $KM > KN (K \neq N)$ . Gọi  $I$  là điểm chính giữa của cung nhỏ  $MN$ . Đường thẳng  $IK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E (E \neq I)$ . Tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  cắt đường thẳng  $MN$  tại  $F$ .



a) Chứng minh  $\widehat{NKE} = \widehat{IME}$ .

Ta có:  $\widehat{NKE} = \widehat{IEM} + \widehat{EMN}$  (tính chất góc ngoài tam giác  $EMK$ ).

$$\widehat{IME} = \widehat{IMN} + \widehat{EMN}$$

Ta có  $\widehat{IEM} = \widehat{INM}$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $MI$ ).

Lại có  $I$  là điểm chính giữa cung  $MN$  suy ra  $IM = IN$  (hai cung bằng nhau căng 2 dây bằng nhau).

$\Rightarrow \triangle IMN$  là tam giác cân tại  $I \Rightarrow \widehat{IMN} = \widehat{INM}$  (tính chất tam giác cân).

Suy ra  $\widehat{NKE} = \widehat{IME}$ .

b) Gọi  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $K$  qua  $F$ . Đường thẳng  $PE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $Q(Q \neq E)$

Chứng minh  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$ .

Ta có:  $\widehat{FKE} = \widehat{IEM} + \widehat{NME}$  (tính chất góc ngoài tam giác)

$$\widehat{FEK} = \widehat{NEI} + \widehat{FEN}$$

Mà:  $\widehat{FEN} = \widehat{NME}$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung  $NE$ ).

Trong  $(O)$  có:  $\widehat{IEM} = \widehat{IEN}$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

Suy ra  $\widehat{FEK} = \widehat{FKE}$ . Suy ra tam giác  $FEK$  cân tại  $F$  suy ra  $FE = FK$  (tính chất tam giác cân).

Mặt khác  $FK = FP$  (gt) nên  $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$ .

Tam giác  $EKP$  có  $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$  suy ra tam giác  $EKP$  vuông tại  $E$ .

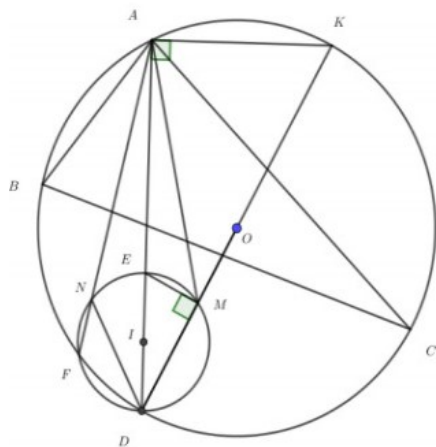
Suy ra  $EK \perp EP$  hay  $EI \perp PQ$ , suy ra  $\widehat{IEQ} = 90^\circ$  nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

Vậy  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$  (đpcm).

### **Câu 10:**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ).  $D$  là điểm nằm trên cung nhỏ  $BC$  ( $D \neq B, DB < DC$ ). Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AE > ED (E \neq D)$ . Đường tròn đường kính  $ED$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $F (F \neq D, F \neq B, F \neq C)$ . Đường thẳng  $DO$  và  $AF$  cắt đường tròn đường kính  $ED$  lần lượt tại các điểm  $M, N (M \neq D, N \neq F)$ . Kẻ đường kính  $DK$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh:





a) Ta có  $\widehat{DME} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $DE$ );  
 $\Rightarrow EM \perp DK \Rightarrow \widehat{EMK} = 90^\circ$ .

và  $\widehat{DAK} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $(O)$ ).  $\Rightarrow \widehat{EAK} = 90^\circ$

Xét tứ giác  $AEMK$  có

$\widehat{EAK} + \widehat{EMK} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$  tứ giác  $AEMK$  nội tiếp đường tròn (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ). Vậy bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có  $\widehat{EFD} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $ED$ )  $\Rightarrow EF \perp FD$

Tương tự  $\widehat{DFK} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $(O)$ )  $\Rightarrow KF \perp FD$

Từ (1) và (2) suy ra  $E, F, K$  thẳng hàng. Xét đường tròn đường kính  $ED$ , ta có  
 $\widehat{NFE} = \widehat{NDE}$  (2 góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{NE}$ ) hay  $\widehat{AFK} = \widehat{NDE}$

Lại có  $\widehat{AFK} = \widehat{ADK}$  (2 góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{AK}$ ) hay  $\widehat{AFK} = \widehat{EDM}$ . Từ (3) và (4) suy ra  
 $\widehat{NDE} = \widehat{EDM}$  (cùng bằng  $\widehat{AFK}$ ).

Xét  $\triangle EDN$  và  $\triangle EDM$  có

$$\widehat{END} = \widehat{EMD} = 90^\circ$$

$ED$  : cạnh chung.

$$\widehat{NDE} = \widehat{EDM} \text{ (chứng minh trên).}$$

$$\Rightarrow \triangle EDN = \triangle EDM \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow ND = MD \text{ (2 cạnh tương ứng).}$$

Xét  $\triangle NAD$  và  $\triangle MAD$  có

$$ND = MD.$$

$AD$  : cạnh chung.

$$\widehat{NDA} = \widehat{MDA} \text{ (chứng minh trên).}$$

$$\Rightarrow \Delta NDA = \Delta MDA \text{ (cạnh - góc - cạnh).}$$