PHÒNG GD&ĐT TAM DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2020-2021
ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi này gồm 01 trang

***Lưu ý:** Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.*

Câu 1. *(3,0 điểm)* Cho biểu thức: $Q=\dfrac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$

a) Tìm x để Q xác định và rút gọn Q.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = Q + x$.

Câu 2. *(2,0 điểm)* Cho $x=\sqrt{6+4\cos 45^0\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{18-16\sin 45^0}}}}-\tan 60^0$. Tính giá trị biểu thức: $T=20x^{1982}+11x^{11}+2020$.

Câu 3. *(2,0 điểm)* Tìm các giá trị của m để nghiệm của phương trình $\dfrac{m+1}{x-1}=1-m$ (*với m là tham số*) là số dương.

Câu 4. *(2,0 điểm)* Giải phương trình: $2\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+3}-\sqrt{5x+11}=0$.

Câu 5. *(1,5 điểm)* Tìm số tự nhiên n để A là số nguyên tố, biết $A=n^3-n^2-n-2$.

Câu 6. *(1,5 điểm)* Tìm số tự nhiên có hai chữ số $\overline{ab}$ thỏa mãn: $\sqrt{a+b}=\dfrac{\overline{ab}}{a+b}$.

Câu 7. *(2,0 điểm)* Cho tam giác ABC, biết AB = c; BC = a; CA = b. Vẽ phân giác AD (D thuộc BC). Chứng minh rằng: $AD<\dfrac{2bc}{b+c}$.

Câu 8. *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, $\widehat{C}=\alpha$ ($\alpha < 45^0$).

a) Tìm giá trị của α để $CH = 3BH$.

b) Chứng minh rằng: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

Câu 9. *(1,5 điểm)* Cho các số thực *x, y, z* thay đổi sao cho $3x+y+z\ge 12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=5x^2+3y^2+z^2-2xy+2yz-6x-6y+14$.

Câu 10. *(1,5 điểm)* Cho năm số nguyên dương đôi một phân biệt sao cho mỗi số trong chúng không có ước nguyên tố nào khác 2 và 3. Chứng minh rằng trong năm số đó tồn tại hai số mà tích của chúng là một số chính phương.

-------------HẾT------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: ...., SBD:................, Phòng thi:...........

PHÒNG GD&ĐT TAM DƯƠNG

HƯỚNG DẪN CHẤM – ĐÁP ÁN
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2020-2021
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM

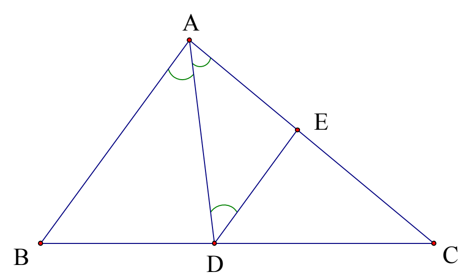
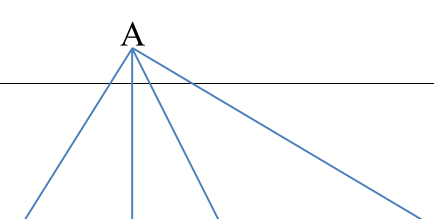
I. LƯU Ý CHUNG:

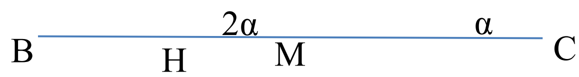
- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của thí sinh. Khi chấm nếu thí sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu thí sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Thí sinh được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Trong lời giải câu 7,8 nếu thí sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	**Ý**	**Nội dung trình bày**	**Điểm**
Câu 1 (3,0 điểm)	**a)**	Q xác định $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ \sqrt{x-1}-\sqrt{2}\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ \sqrt{x-1}\ne\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\ne 3 \end{cases}$	0.5
		Với x ≥1; x ≠ 3 ta có. $Q=\dfrac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$	0.25
		$=\dfrac{(x-3)\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{x-1}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\right)}$	0.25
		$=\dfrac{(x-3)\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{x-1}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$	0.25
		$=\dfrac{(x-3)\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\right)}{x-1-2}$	0.25
		$=\sqrt{x-1}+\sqrt{2}$	0.25
		Với x ≥1; x ≠ 3 thì $Q=\sqrt{x-1}+\sqrt{2}$	0.25
	b)	Với x ≥1; x ≠ 3, ta có $P=Q+x=x+\sqrt{x-1}+\sqrt{2}$	
		Vì x ≥1; x ≠ 3 $\Rightarrow \sqrt{x-1}\ge 0$	0.25
		nên $P=x+\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\ge 1+\sqrt{2}$	0.25
		Dấu “=” xảy ra khi x = 1	0.25
		Vậy $P_{\min}=1+\sqrt{2}\Leftrightarrow x=1$	0.25
Câu 2 (2,0 điểm)		Ta có $x=\sqrt{6+4\cos 45^0\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{18-16\sin 45^0}}}}-\tan 60^0$ $=\sqrt{6+4\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{18-16\dfrac{\sqrt{2}}{2}}}}}-\sqrt{3}$	

	$=\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{18-8\sqrt{2}}}}}-\sqrt{3}$	0.25
	$=\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{\left(4-\sqrt{2}\right)^2}}}}-\sqrt{3}$	0.25
	$=\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{4+2\sqrt{3}}}}-\sqrt{3}=\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}}}-\sqrt{3}$	0.25
	$=\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}}-\sqrt{3}=\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}-\sqrt{3}$	0.25
	$=\sqrt{6+2\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}}-\sqrt{3}=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}$	0.25
	$=\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}-\sqrt{3}=1$	0.25
	Thay x = 1 vào T, ta được	
	$T = 20.1^{1982} + 11.1^{11} + 2020 = 2051$	0.25
	Vậy T = 2051	0.25
Câu 3 (2,0 điểm)	ĐKXĐ: $x \neq 1$.	0.25
	Đưa phương trình về dạng (1-m)x=2	0.25
	Nếu m=1 thì phương trình vô nghiệm	0.25
	Nếu $m \neq 1$ thì $x=\dfrac{2}{1-m}$	0.25
	Để $x=\dfrac{2}{1-m}$ là nghiệm của phương trình thì $x\neq 1 \Rightarrow m\neq -1$	0.25
	Vậy nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{2}{1-m}$ với $m\neq \pm 1$	0.25
	Phương trình có nghiệm dương khi $\begin{cases} m\neq \pm 1 \\ \dfrac{2}{1-m}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq \pm 1 \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m<1 \end{cases}$	0.25
	Vậy với $m<1;\ m\neq -1$ thì phương trình có nghiệm dương	0.25
Câu 4 (2,0 điểm)	***Giải phương trình*** $2\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+3}-\sqrt{5x+11}=0$.	
	ĐKXĐ: $x\geq \dfrac{1}{2}$	0.25
	$2\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+3}-\sqrt{5x+11}=0$	0.25
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+3}=\sqrt{5x+11}$	0.25
	$\Leftrightarrow 9x-1+4\sqrt{2x^2+5x-3}=5x+11$	0.25
	$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+5x-3}=3-x$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 3 \\ 2x^2+5x-3=9-6x+x^2 \end{cases}$	0.25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ x^2 + 11x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -12 \end{array}\right.$	0.25
		Đối chiếu điều kiện ta được $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình	0.25
Câu 5 (1,5 điểm)		Ta có, $A = n^3 - n^2 - n - 2$	
		$= n^3 - 2n^2 + n^2 - 2n + n - 2$	0.25
		$= (n-2)(n^2 + n + 1)$	0.25
		Do $n - 2 < n^2 + n + 1$, với $\forall n \in N$	0.25
		Vậy A là số nguyên tố khi và chỉ khi $n - 2 = 1$ và $n^2 + n + 1$ là số nguyên tố	0.25
		$\Leftrightarrow n = 3$ và khi đó $A =$ 13 (thỏa mãn)	0.25
		Vậy n = 3, thì A là số nguyên tố	0.25
Câu 6 (1,5 điểm)		Ta có, với $a, b \in N^*$ thì $\sqrt{a+b} = \dfrac{\overline{ab}}{a+b} \Leftrightarrow \sqrt{(a+b)^3} = \overline{ab} \Leftrightarrow (a+b)^3 = (\overline{ab})^2$, nên a + b là số chính phương.	0.25
		Vì $1 \le a + b \le 18$ nên $a + b \in \{1; 4; 9; 16\}$	0.25
		+ Với a + b = 1 ta có $\overline{ab} = 1$ (loại)	0.25
		+ Với a + b = 4 ta có $\overline{ab} = 8$ (loại)	0.25
		+ Với a + b = 9 ta có $\overline{ab} = 27$ (thỏa mãn)	0.25
		+ Với a + b = 16 ta có $\overline{ab} = 64$ (loại) Vậy số tự nhiên cần tìm là 27	0.25
Câu 7 (2,0 điểm)			
		Qua D kẻ DE song song với AB, E ∈ AC.	0.25
		Chứng minh được ΔEAD cân tại E. Suy ra AE =ED.	0.25
		Áp dụng hệ quả của định lý Ta-lét vào ΔABC ta có: $\dfrac{ED}{AB} = \dfrac{EC}{AC}$	0.25
		Suy ra: $\dfrac{AE}{AC} + \dfrac{ED}{AB} = \dfrac{EC}{AC} + \dfrac{AE}{CA} = 1$	0.25
		hay $AE(\dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}) = 1 \Leftrightarrow AE = \dfrac{bc}{b+c}$	0.25
		Trong tam giác ADE có AD < AE + ED	0.25
		$\Leftrightarrow$ AD < 2AE (đpcm)	0.25
		$\Leftrightarrow AD < \dfrac{2bc}{b+c}$	0.25
Câu 8 (3,0	**a**		

điểm)			
		Xét tam giác ABH vuông tại H, ta có BH = AH.cotB = AH.tanα	0.25
		Xét tam giác ACH vuông tại H, ta có CH = AH.cotα	0.25
		$CH = 3BH \Rightarrow AH.\cot\alpha = 3AH.\tan\alpha$	0.25
		$\Rightarrow \frac{1}{\tan\alpha} = 3\tan\alpha$	0.25
		$\Rightarrow \tan^2\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	0.25
		$\Rightarrow \alpha = 30^0$, Vậy $\alpha = 30^0$ thì CH = 3BH	0.25
	b	Kẻ trung tuyến AM Vì $\angle C = \alpha < 45^0$ nên $\angle C < \angle B \Rightarrow$ AB < AC $\Rightarrow$ H nằm giữa B và M	0.25
		theo tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông ta có, $AM = MB = MC = \frac{1}{2}BC$, suy ra tam giác AMC cân tại M $\Rightarrow \angle AMB = 2\angle C = 2\alpha$	0.25
		Tam giác ABC vuông tại A, ta có $\sin\alpha = \frac{AB}{BC}; \cos\alpha = \frac{AC}{BC}$	0.25
		Tam giác AHM vuông tại H, ta có $\sin 2\alpha = \frac{AH}{AM}(1)$	0.25
		Ta có $2\sin\alpha\cos\alpha = 2.\frac{AB}{BC}.\frac{AC}{BC} = 2.\frac{AH.BC}{BC^2} = 2.\frac{AH}{2AM} = \frac{AH}{AM}(2)$	0.25
		Từ (1) và (2) suy ra sin2α = 2sinαcosα.	0.25
Câu 9 (1,5 điểm)		Ta có $M = 4x^2 - 4xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + y^2 + 9 + 2xy - 6x - 6y + 5$ $= (2x-y)^2 + (y+z)^2 + x^2 + y^2 + 3^2 + 2xy - 2.3x - 2.3.y + 5$	0.25
		$= \frac{(2x-y)^2}{1} + \frac{(y+z)^2}{1} + \frac{(x+y-3)^2}{1} + 5 \geq \frac{\left(2x-y+y+z+x+y-3\right)^2}{1+1+1} + 5$ $= \frac{(3x+y+z-3)^2}{3} + 5$	0.25
		Theo giả thiết, ta có $3x + y + z \geq 12 \Rightarrow 3x + y + z - 3 \geq 9 \Rightarrow (3x+y+z-3)^2 \geq 81.$ Suy ra $M \geq 32$.	0.25
		Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi : $\begin{cases} 2x - y = y + z \\ y + z = x + y - 3 \\ 3x + y + z - 3 = 9 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y - z = 0 \\ x - z = 3 \\ 3x + y + z = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3. \\ z = 0 \end{cases}$	0.25
		Vậy $M_{\min} = 32 \Leftrightarrow x = y = 3, z = 0.$	0.25

Câu 10 (1,5 điểm)		Gọi các số đã cho là a_1, a_2, a_3, a_4, a_5. vì các số này không có ước số nguyên tố nào khác 2 và 3 nên các số này đều có dạng $a_i = 2^{x_i}3^{y_i}$ với x_i, y_i là các số tự nhiên.	0.25
		Xét 5 cặp số $(x_1; y_1); (x_2; y_2); (x_3; y_3); (x_4; y_4); (x_5; y_5)$ mỗi cặp số này nhận giá trị một trong bốn trường hợp sau: (số chẵn; số chẵn), (số chẵn; số lẻ), (số lẻ; số chẵn), (số lẻ; số lẻ)	0.25
		Nên theo nguyên lí Dirichlet thì có ít nhất 2 cặp số trên nhận cùng một dạng giá trị.	0.25
		Không mất tính tổng quát khi giả sử $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ cùng nhận giá trị dạng (số chẵn; số lẻ).	0.25
		Khi đó $x_1 + x_2; y_1 + y_2$ đều là số chẵn nên	0.25
		$a_1a_2 = 2^{x_1}.3^{y_1}.2^{x_2}.3^{y_2} = 2^{x_1+x_2}.3^{y_1+y_2}$ là số chính phương. Do đó ta có điều phải chứng minh	0.25

---------- Hết ----------