PHÒNG GD – ĐT QUẬN HAI BÀ TRƯNG TRƯỜNG THCS NGÔ GIA TỰ ĐỀ CHÍNH THỨC	ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MÔN TOÁN LỚP 9 NĂM HỌC 2021 - 2022 Ngày khảo sát: 05/05/2022 Thời gian: 120 phút (*không kể thời gian phát đề*)

Bài I. *(2,0 điểm)* Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+6}$ và $B=\dfrac{x+16}{x-4}+\dfrac{5}{2-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$

2) Chứng minh: $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$

3) Với x là số tự nhiên thỏa mãn $x>3$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$

Bài II. *(2,5 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một nhóm công nhân dự định làm 350 sản phẩm. Trong 8 ngày đầu họ thực hiện đúng định mức đề ra, những ngày còn lại họ đã làm vượt định mức đề ra mỗi ngày 5 sản phẩm, nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nhóm công nhân cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

2) Một quả bóng đá tiêu chuẩn sử dụng tại các giải thi đấu chuyên nghiệp có đường kính 22 cm. Khi quả bóng được bơm căng đúng tiêu chuẩn thì thể tích của quả bóng là bao nhiêu?

Bài III. *(1,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases}\dfrac{2}{x-y}+\sqrt{y+1}=4\\ \dfrac{1}{x-y}-3\sqrt{y+1}=-5\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+4$.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để : $x_1^2+mx_2=6m-5$.

Bài IV. *(3,5 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Các đường thẳng BE và CF cắt đường tròn (O; R) tại Q và K.

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh KQ // EF.

3) Gọi I là trung điểm BC, chứng minh I thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

4) Cho BC cố định, tìm vị trí của A để chu vi tam giác DEF có giá trị lớn nhất.

Bài V. *(0,5 điểm)* Cho x, y là hai số dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

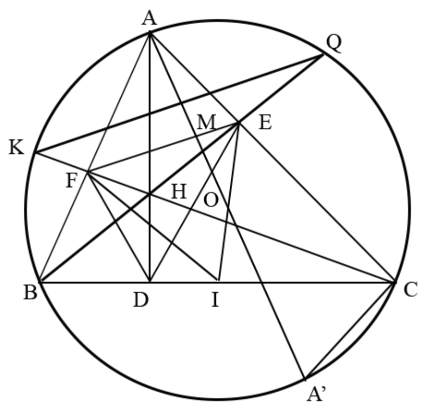
$$S=\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}+\frac{(x+y)^2}{xy}.$$

===== HẾT =====

ĐÁP ÁN ĐỀ THI KS THÁNG 5 -MÔN TOÁN

Bài	**Nội dung**	**Điểm**
Bài I		**2đ**
Ý 1 (0,5 đ)	Thay x = 25 (TMĐK) vào A:	
	$A=\frac{\sqrt{25}-3}{2\sqrt{25}+6}=\frac{5-3}{2.5+6}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$	0,25
	$A=\frac{1}{8}$ khi $x=25$	0,25
Ý 2 (1đ)	$B=\frac{x+16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{5}{\sqrt{x}-2}$	
	$B=\frac{x+16-5\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
	$B=\frac{x+16-5\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
	$B=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$	0.25
	KL: Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0;x\ne 4;x\ne 9$	0,25
Ý 3 (0,5đ)	$P=\frac{B}{A}$ $=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}:\frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+6}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}.\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-3}=\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}+2}=\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)+2}{\sqrt{x}+2}=2+\frac{2}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	Với x là số tự nhiên thỏa mãn $x>3$ mà $x\ne 4$ $\Rightarrow x\ge 5$ Với $x\ge 5\Rightarrow \sqrt{x}\ge \sqrt{5}\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+2}\le 2\sqrt{5}-4\Rightarrow 2+\frac{2}{\sqrt{x}+2}\le 2\sqrt{5}-2$ hay $P\le 2\sqrt{5}-2$ Kết luận: $MaxP=2\sqrt{5}-2\Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn)	0,25
Bài II		**2đ**
Ý 1(2đ)	1) Gọi số sản phẩm nhóm công nhân mỗi ngày cần sản xuất theo kế hoạch là x (sản phẩm, $x\in N^*$)	0,25
	Thời gian nhóm công nhân sản xuất theo kế hoạch là $\frac{350}{x}$ (ngày)	0,25
	Trong 8 ngày đầu nhóm công nhân sản xuất được $8x$ (sản phẩm) Số sản phẩm còn lại tổ phải sản xuất là $350-8x$ (sản phẩm)	0,25
	Những ngày còn lại nhóm công nhân đã làm vượt định mức đề ra mỗi	0,25

	ngày 5 sản phẩm nên mỗi ngày họ sản xuất được $x+5$ (sản phẩm) Thời gian nhóm công nhân sản xuất số sản phẩm còn lại là $\frac{350-8x}{x+5}$ (ngày)	
	Do nhóm công nhân đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày nên ta có phương trình: $\frac{350}{x}=8+\frac{350-8x}{x+5}+1$	0,25
	Giải phương trình ta được $x=25$ (tmđk)	0,5
	Vậy số sản phẩm nhóm công nhân mỗi ngày cần sản xuất theo kế hoạch là 25 sản phẩm	0,25
Ý 2(0.5đ)	2)Bán kính của quả bóng khi quả bóng được bơm căng đúng tiêu chuẩn là: $R=\frac{22}{2}=11\text{ cm}$. +) Thể tích của quả bóng khi quả bóng được bơm căng đúng tiêu chuẩn là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\cdot\pi.11^3=\frac{5324\pi}{3}\ \left(\text{cm}^3\right)$. Vậy thể tích của quả bóng là $\frac{5324\pi}{3}\ \left(\text{cm}^3\right)$	0,25 0,25
Bài III		**2đ**
Ý 1(1đ)	1. Điều kiện: $x\neq y; y\geq -1$ Đặt $\frac{1}{x-y}=a;\sqrt{y+1}=b$ (điều kiện $a\neq 0;b\geq 0$) Khi đó hệ phương trình đã cho có dạng $\begin{cases}2a+b=4\\a-3b=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6a+3b=12\\a-3b=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a=7\\b=4-2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1(tm)\\b=2(tm)\end{cases}$ Với $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x-y}=1\\\sqrt{y+1}=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-y=1\\y+1=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3=1\\y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4(tm)\\y=3(tm)\end{cases}$ Nghiệm của hệ PT: $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$	0,25 0,25 0,25
Ý 2(1đ)	2. a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P), ta có: $x^2=mx+4\Leftrightarrow x^2-mx-4=0$ (1) Ta có: $\Delta=(-m)^2-1.4.(-4)=m^2+16>0$ với mọi m. Từ đó ta có phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m. Vậy với mọi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2.	0,25
	b) Vì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m nên theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-4\end{cases}$	

	Theo đề bài,ta có: $x_1^2 + mx_2 = 6m - 5$ $\Leftrightarrow x_1^2 + mx_2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 - 6m + 5 = 0$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 6m + 5 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 4 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 = 0$ $\Rightarrow (m-3)^2 = 0 \Rightarrow m = 3$ (thỏa mãn) Vậy với $m = 3$ thì $x_1^2 + mx_2 = 6m - 5$	0,25 0,25
Bài IV		**3,5đ**
		
	Vẽ hình chính xác	0,25
	1) 0.75đ	
	* Chứng minh được: $BEC = BFC = 90^\circ$ * Cm tứ giác BCEF tứ giác nội tiếp * KL: điểm B, C, E. F cùng thuộc một đường tròn.	0,25 0,25 0,25
	2) **1đ**	
	* Chỉ ra do tứ giác BCEF tứ giác nội tiếp $\Rightarrow BEF = BCF$ (hai góc nôi tiếp cùng chắn cung BF) * Xét (O) chứng minh được: $BCF = BQK$ (hai góc nôi tiếp cùng chắn cung BK) * Suy ra được: $BEF = BQK \Rightarrow$ EF // QK.	0,25 0,25 0,5
	3) **1đ**	
	* Chỉ ra B, F, E, C thuộc đường tròn tâm I đường kính BC. $\Rightarrow FBE = FCE = \frac{1}{2} FIE$.(góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung FE)	0,25 0,25

	* Chứng minh BDHF và CDHE nội tiếp nên $FBH = FDH$ và $ECH = EDH$. * Từ đó suy ra $FDE = FIE$. Suy ra tứ giác DIEF nội tiếp đường tròn. $\Rightarrow$ I nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác EDF	0,25 0,25
	4)**0,5đ**	
	Kẻ đường kính AA’ cắt EF tại M. $*C/m: \Delta AME \backsim \Delta ACA'(g.g)$ $\Rightarrow AME = ACA' = 90^\circ$ $\Rightarrow OA \perp FE$ tại M. Tương tự ta chứng minh được $OB \perp FD$, $OC \perp DE$. * Chứng minh được $S_{OAE} + S_{OAF} = \frac{1}{2}OA(ME + MF) = \frac{1}{2}R.EF$ Tương tự $S_{OFB} + S_{ODB} = \frac{1}{2}R.FD$; $S_{ODC} + S_{OEC} = \frac{1}{2}R.DE$. $S_{ABC} = \frac{1}{2}R.(DE + DF + FE) = \frac{1}{2}R$. Chu vi ΔDEF lớn nhất khi S_{ABC} lớn nhất khi AD lớn nhất. * Có $AD \le AI, AI \le AO + OI \Rightarrow AD \le AO + OI$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow$ I, O, A thẳng hàng $\Leftrightarrow$ A là điểm chính giữa cung lớn BC.	0,25 0,25
Bài V		0,5 đ
	$S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+2xy+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{xy} + 2$ Áp dụng BĐT cosi ta có: $x + y \ge 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow xy \le \frac{(x+y)^2}{4}$ Do đó: $S \ge \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{4(x^2+y^2)}{(x+y)^2} + 2 \underset{BDT\ Cosi}{\ge} 2\sqrt{\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}.\frac{4(x^2+y^2)}{(x+y)^2}} + 2 = 6$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow$ Dấu “=” ở các B Đ T cosi xảy ra $\Leftrightarrow x = y$. Vậy $S_{min} = 6 \Leftrightarrow x = y$.	0,25 0,25

Lưu ý: Các cách làm khác nếu đúng học sinh vẫn được điểm tương ứng với biểu điểm của Hướng dẫn chấm.