

I. TRẮC NGHIỆM (3,00 điểm)

Học sinh chọn một phương án đúng nhất ở mỗi câu và viết phương án chọn vào bài làm (Ví dụ: Câu 1: A, Câu 2: B, Câu 3: D,...)

Câu 1. Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}+3}$ ta được kết quả là

- A. $\sqrt{10}(\sqrt{10}-3)$. B. $\sqrt{10}(3-\sqrt{10})$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 2. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{8}$. B. $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$. C. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{15}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{5}{3}$.

Câu 3. Đường thẳng $y = ax + 2$ đi qua điểm $(-2; 4)$ có hệ số góc a bằng

- A. 1. B. -1. C. 2. D. 4.

Câu 4. Tìm m và n biết hệ phương trình $\begin{cases} mx - ny = 3 \\ nx + my = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(2; 1)$.

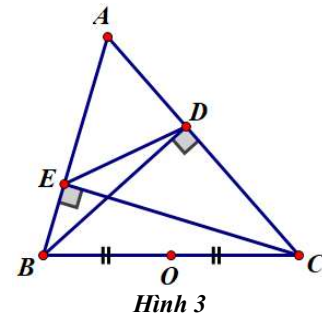
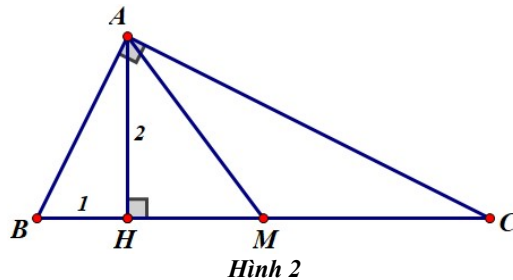
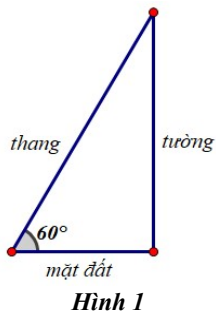
- A. $m = -2; n = 1$. B. $m = 2; n = -1$. C. $m = 1; n = 2$. D. $m = 2; n = 1$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \leq 1$. B. $m \geq -1$. C. $m < 1$. D. $m > -1$.

Câu 6. Điểm nào sau đây **không** thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$?

- A. $\left(1; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. D. $(2; 2)$.



Câu 7. Một cái thang dài 5m, đặt tạo mặt đất một góc bằng 60° (Hình 1). Vậy chân thang cách tường bao nhiêu mét?

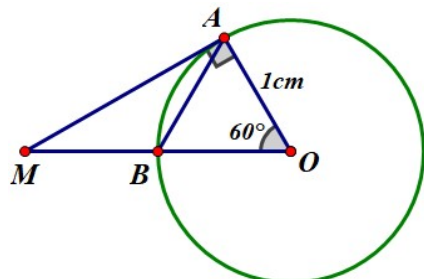
- A. 2,5. B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH , trung tuyến AM . Biết $AH = 2$, $BH = 1$ (Hình 2). Khẳng định nào sau đây **sai**?

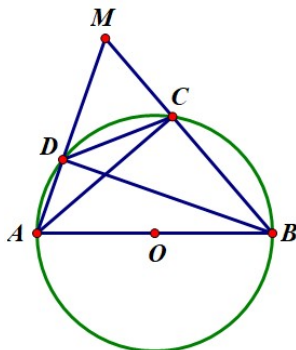
- A. $AC = 2\sqrt{5}$. B. $AB = 5$. C. $AM = \frac{5}{2}$. D. $CH = 4$.

Câu 9. Cho tam giác nhọn ABC , có các đường cao BD , CE ; O là trung điểm của BC (Hình 3). Khẳng định nào sau đây **sai**?

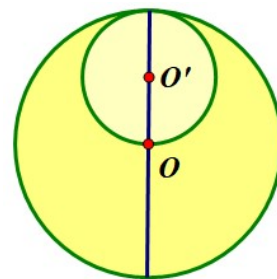
- A. $OD = OE$. B. $DE < BC$. C. $AB + AC > BC$. D. $AO = \frac{1}{2}BC$.



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Câu 10. Cho đường tròn tâm O bán kính bằng 1cm, cung AB bằng 60 độ. Tiếp tuyến tại A cắt OB tại M (Hình 4). Tính độ dài đoạn AM .

- A. $AM = 3\text{cm}$. B. $AM = \sqrt{5}\text{cm}$. C. $AM = 5\text{cm}$. D. $AM = \sqrt{3}\text{cm}$.

Câu 11. Cho đường tròn tâm O đường kính AB ; M là điểm ở ngoài đường tròn. Gọi C , D lần lượt là giao điểm của MB , MA với đường tròn (Hình 5). Tính \widehat{AMB} , biết $\widehat{CD} = 60^\circ$.

- A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 12. Cho hai đường tròn $(O; 2)$ và $(O'; 1)$ tiếp xúc nhau (Hình 6). Tính diện tích miền tô đậm tạo bởi đường tròn (O) và đường tròn (O') .

- A. π . B. 2π . C. 3π . D. 4π .

II. TỰ LUẬN (7,00 điểm)

Câu 13. (1,50 điểm) Giải các phương trình sau:

- a) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})x - 2 = 0$; b) $x^2 + 10x - 11 = 0$; c) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$;

Câu 14. (1,50 điểm) Cho hàm số $y = ax^2$.

- Xác định hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y = 2x$ tại điểm A có hoành độ bằng 1.
- Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x$ và đồ thị hàm số $y = ax^2$ với giá trị của a vừa tìm được ở câu a) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Dựa vào đồ thị, hãy xác định tọa độ giao điểm thứ hai (khác A) của hai đồ thị vừa vẽ trong câu b).

Câu 15. (2,00 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 5km và một đoạn xuống dốc dài 10km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 1 giờ 10 phút và đi từ B về A hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc, lúc xuống dốc của người đi xe đạp.

Câu 16 (2,00 điểm) Cho hình thang $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $AD = 4AB$, $CD = 3AB$. Gọi M là trung điểm của AD , E là hình chiếu vuông góc của M lên BC . Tia BM cắt đường thẳng CD tại F .

- a) Chứng minh rằng $\widehat{MAE} = \widehat{MBE}$.
- b) Chứng minh rằng $ABDF$ là hình bình hành.
- c) Đường thẳng qua M vuông góc với BF cắt cạnh BC tại N . Gọi H là hình chiếu vuông góc của N lên CD . Chứng minh rằng tam giác BNF cân.
- d) Chứng minh rằng đường thẳng MH đi qua trung điểm của DE .

————— **HẾT** —————

I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	B	D	A	B	A	B	D	D	C	C

Câu 1. Ta có: $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}+3} = \frac{\sqrt{10}(\sqrt{10}-3)}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)} = \frac{\sqrt{10}(\sqrt{10}-3)}{(\sqrt{10})^2-3^2} = \sqrt{10}(\sqrt{10}-3)$. **Chọn A**

Câu 2. Khai phương một tích, ta có: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{15}$ **Chọn C**

Câu 3. Ta thế $(-2; 4)$ vào $y = ax + 2$, ta được: $4 = -2a + 2 \Leftrightarrow 2a = -2 \Leftrightarrow a = -1$ **Chọn B**

Câu 4. Thế $(2; 1)$ vào HPT, ta được:

$$\begin{cases} 2m - 1n = 3 \\ 2n + 1m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - n = 3 \\ 2m + 4n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - n = 3 \\ 5n = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 3 \\ n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \quad \text{Chọn D}$$

Câu 5. PT có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$ **Chọn A**

Câu 6. Ta thế $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 1 = \frac{1}{8}$ (Vô lý) **Chọn B**

Câu 7. Ta có: $\cos 60^\circ = \frac{x}{5} \Leftrightarrow x = 5 \cdot \cos 60^\circ = 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ **Chọn A**

Câu 8. Áp dụng định lý Pytago cho ΔABH vuông tại H , ta có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow AB = \sqrt{5} \quad \text{Chọn B}$$

Câu 9. Xét tứ giác $BEDC$, ta có: $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ (gt)

$\Rightarrow \Delta BEC$ vuông tại E và ΔBDC vuông tại D cùng nhìn BC dưới một góc vuông

\Rightarrow Tứ giác $BEDC$ nội tiếp đường tròn nhận BC là đường kính

Mà M là trung điểm BC (gt) $\Rightarrow OD = OE = R$ (A đúng)

Ta có: $DE < BC$ (Tứ giác $BEDC$ nội tiếp đường tròn nhận BC là đường kính) (B đúng)

Xét ΔABC có: $AB + AC > BC$ (bất đẳng thức tam giác) (C đúng) **Chọn D**

Câu 10. Xét ΔOAM vuông tại A có: $\tan 60^\circ = \frac{AM}{AO} \Leftrightarrow AM = AO \cdot \tan 60^\circ = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$ **Chọn D**

Câu 11. Ta có: $ABCD$ nội tiếp đường tròn nhận đường kính $AB \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow AC \perp BM \\ \widehat{DAC} = \frac{sd \widehat{CD}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \end{cases}$

Xét ΔACM vuông tại C có: $\widehat{AMC} = 90^\circ - \widehat{CAM} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 60^\circ$ **Chọn C**

Câu 12. Ta có: $S_{(O;2)} - S_{(O;1)} = \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 3\pi$ **Chọn C**

II. TỰ LUẬN

Câu 13. (1,50 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})x - 2 = 0$; b) $x^2 + 10x - 11 = 0$; c) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$;

Lời giải

a) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})x - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{7} - \sqrt{5})x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \Leftrightarrow x = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{7 - 5} \Leftrightarrow x = \sqrt{7} + \sqrt{5}$

Vậy $x = \sqrt{7} + \sqrt{5}$ là nghiệm của phương trình.

b) Giải phương trình: $x^2 + 10x - 11 = 0$ ($a = 1; b = 10; c = -11$)

Ta có: $a + b + c = 1 + 10 - 11 = 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm

$$x = 1 \text{ và } x = \frac{c}{a} = -11$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; -11\}$

c) Giải phương trình: $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$

Đặt $t = x^2$ với $t \geq 0$. Khi đó phương trình trở thành

$$t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow (t - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 3 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{Với } t = 3 \text{ thì } x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

Câu 14. (1,50 điểm) Cho hàm số $y = ax^2$.

a) Xác định hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y = 2x$ tại điểm A có hoành độ bằng 1.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x$ và đồ thị hàm số $y = ax^2$ với giá trị của a vừa tìm được ở câu a) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

c) Dựa vào đồ thị, hãy xác định tọa độ giao điểm thứ hai (khác A) của hai đồ thị vừa vẽ trong câu b).

Lời giải

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $ax^2 = 2x \Leftrightarrow ax^2 - 2x = 0$ (1)

Do đồ thị hàm số $y = ax^2$ cắt đường thẳng $y = 2x$ tại điểm có hoành độ bằng 1 nên ta có $x = 1$ là một nghiệm của phương trình (1).

Thay $x = 1$ vào phương trình (1), ta có: $a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy $a = 2$.

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x$

Ta có bảng giá trị:

x	0	1
$y = 2x$	0	2

Do đó, đồ thị hàm số $y = 2x$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0; 0)$ và $(1; 2)$

Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$

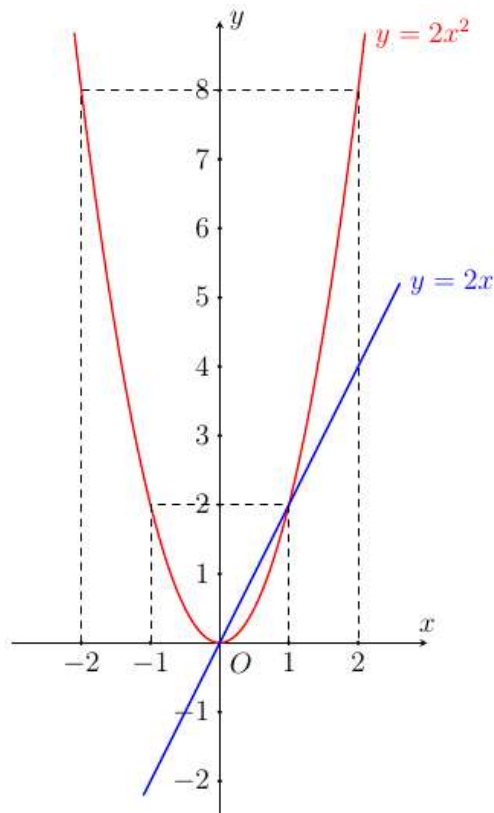
Đồ thị hàm số bậc hai và có hệ số $a = 2 > 0$ nên đồ thị có dạng Parabol và có bề lõm hướng lên trên. Hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$

Ta có bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Do đó, đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2; 8)$, $(-1; 2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$ và $(2; 8)$

Vẽ đồ thị hàm số



c) Dựa vào đồ thị trên, ta nhận thấy đồ thị hàm số $y = 2x^2$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x$ tại hai điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 1$.

Vậy giao điểm thứ hai khác A của hai đồ thị hàm số là $B(0, 0)$.

Câu 15. (2,00 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 5km và một đoạn xuống dốc dài 10km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 1 giờ 10 phút và đi từ B về A hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc, lúc xuống dốc của người đi xe đạp.

Lời giải

Đổi 1 giờ 10 phút $= \frac{7}{6}$ (h), 1 giờ 20 phút $= \frac{4}{3}$ (h).

Gọi vận tốc lên dốc và xuống dốc của người đó lần lượt là x (km/h) và y (km/h) với $y > x > 0$

Lúc đi: Thời gian lên dốc là $\frac{5}{x}$ (h), xuống dốc là $\frac{10}{y}$ (h)

Tổng thời gian đi hết 1 giờ 10 phút nên ta có phương trình: $\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6}$ (1)

Lúc về: Thời gian lên dốc là $\frac{10}{x}$ (h), xuống dốc là $\frac{5}{y}$ (h)

Tổng thời gian đi hết 1 giờ 20 phút nên ta có phương trình: $\frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{4}{3}$ (2)

Từ (1) và (2), ta lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Đặt $a = \frac{1}{x}$ và $b = \frac{1}{y}$ với $a > 0, b > 0$, ta được:

$$\begin{cases} 5a + 10b = \frac{7}{6} \\ 10a + 5b = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 20b = \frac{7}{3} \\ 10a + 5b = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 5b = \frac{4}{3} \\ 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 5 \cdot \frac{1}{15} = \frac{4}{3} \\ b = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{10} \\ b = \frac{1}{15} \end{cases} \text{ (Nhận)}$$

Từ đây ta suy ra

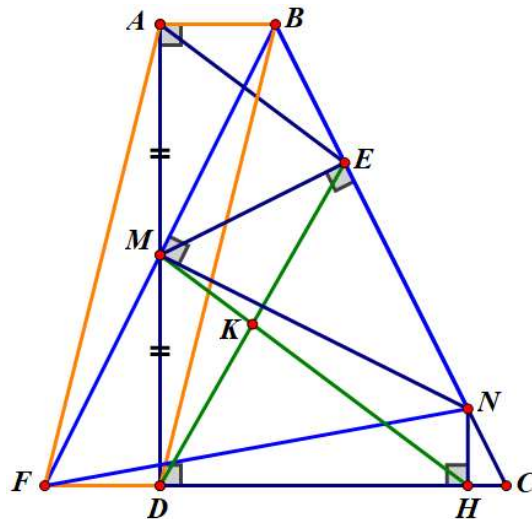
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (Nhận)}$$

Vậy vận tốc lúc lên dốc là 10(km/h) và vận tốc xuống dốc là 15(km/h).

Câu 16 (2,00 điểm) Cho hình thang $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $AD = 4AB$, $CD = 3AB$. Gọi M là trung điểm của AD , E là hình chiếu vuông góc của M lên BC . Tia BM cắt đường thẳng CD tại F .

- Chứng minh rằng $\widehat{MAE} = \widehat{MBE}$.
- Chứng minh rằng $ABDF$ là hình bình hành.
- Đường thẳng qua M vuông góc với BF cắt cạnh BC tại N . Gọi H là hình chiếu vuông góc của N lên CD . Chứng minh rằng tam giác BNF cân.
- Chứng minh rằng đường thẳng MH đi qua trung điểm của DE .

Lời giải



a) Chứng minh rằng $\widehat{MAE} = \widehat{MBE}$.

Xét tứ giác $ABEM$ có

$\widehat{MAB} = 90^\circ$ (gt) và $\widehat{MEB} = 90^\circ$ (E là hình chiếu vuông góc của M lên BC)

$$\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{MEB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác $ABEM$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối trong bù nhau)

$\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MBE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ME).

b) Chứng minh rằng $ABDF$ là hình bình hành.

Ta có: $AB \parallel CD$ ($ABCD$ là hình thang) $\Rightarrow AB \parallel DF$

Áp dụng hệ quả của định lý Ta-let, ta có: $\frac{AB}{DF} = \frac{AM}{MD}$

Mà $AM = MD$ (M là trung điểm AD) nên $\frac{AB}{DF} = 1 \Rightarrow AB = DF$

Xét tứ giác $ABDF$, ta có: $AB \parallel DF$ (cmt) và $AB = DF$ (cmt)

\Rightarrow Tứ giác $ABDF$ là hình bình hành (tứ giác có một cặp cạnh vừa song song vừa bằng nhau).

c) Chứng minh rằng tam giác BNF cân.

Ta có: $ABDF$ là hình bình hành (cmt)

\Rightarrow Hai đường chéo AD và BF cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

Mà M là trung điểm AD (gt) nên M cũng là trung điểm BF .

Xét $\triangle BNF$ có:

NM là đường trung tuyến (M là trung điểm BF) và NM là đường cao ($MN \perp BF$)

$\Rightarrow \triangle BNF$ cân tại N (tam giác có trung tuyến đồng thời là đường cao)

d) Chứng minh rằng đường thẳng MH đi qua trung điểm của DE .

Gọi K là giao điểm của MH và DE .

Xét tứ giác $MNHF$ có

$\widehat{FMN} = 90^\circ$ ($MN \perp BF$) và $\widehat{NHF} = 90^\circ$ (H là hình chiếu vuông góc của N lên CD)

$$\Rightarrow \widehat{FMN} + \widehat{NHF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác $MNHF$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối trong bù nhau)

$\Rightarrow \widehat{HFN} = \widehat{HMN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HN) (1)

Ta có: $\widehat{NFM} = \widehat{NBM}$ ($\triangle NBF$ cân tại N) mà $\widehat{NBM} = \widehat{NME}$ (cùng phụ \widehat{BME})

$\Rightarrow \widehat{NFM} = \widehat{NME}$ (2)

Từ (1) và (2), ta cộng vế theo vế, ta được: $\widehat{HMN} + \widehat{NME} = \widehat{HFN} + \widehat{NFM} \Rightarrow \widehat{HME} = \widehat{HFM}$

Mà $\widehat{HFM} = \widehat{ABM}$ (so le trong của $AB \parallel DF$)

Mặt khác, $\widehat{ABM} = \widehat{AEM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AM} , $ABEM$ nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{HME} = \widehat{AEM}$ mà hai góc nằm ở vị trí so le trong nên $AE \parallel MH$

Xét $\triangle AED$ có: M là trung điểm AD (gt) và $AE \parallel MK$ ($K \in MH$, $AE \parallel MH$)

$\Rightarrow K$ là trung điểm DE (định lý đường trung bình trong tam giác)

Vậy MH luôn đi qua trung điểm của DE (đpcm).