

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Chọn phương án trả lời đúng và ghi vào giấy kiểm tra.

Câu 1. Căn bậc hai số học của 5 là

- A. $-\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. -25.

Câu 2. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- A. $x^2 + 2x - 3 = 0$. B. $x + \frac{1}{x} - 1 = 0$. C. $2x + 3 = 0$. D. $x^3 + x^2 - 1 = 0$.

Câu 3. Hàm số $y = mx + 5$ đồng biến trên \mathbb{R} khi

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$.

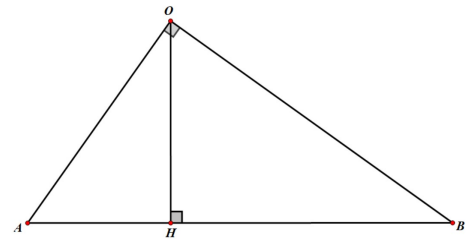
Câu 4. Cho tam giác OAB vuông tại O , $OH \perp AB$ tại H (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HB^2}$.

B. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$.

C. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} \cdot \frac{1}{OB^2}$.

D. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} - \frac{1}{OB^2}$.



Câu 5. Cho hai đường tròn $(O; 2cm)$ và $(O'; 6cm)$. Đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài với nhau khi OO' bằng

- A. 3cm. B. 4cm. C. 12cm. D. 8cm.

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(-3; 0)$. B. $(3; 3)$. C. $(0; -3)$. D. $(0; 3)$.

Câu 7. Hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(0; 1)$. B. $N(0; \frac{1}{2})$. C. $P(1; 1)$. D. $Q(0; 0)$.

Câu 8. Phương trình $x^2 - 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. -7. B. 7. C. -5. D. 5.

Câu 9. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 180° .

Câu 10. Thể tích hình cầu có bán kính R là

- A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. B. $\frac{4}{3}\pi R^3$. C. $4\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $M = \sqrt{75} - \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$.

b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 2. (1,5 điểm)

- a) Giải phương trình $x^2 + 5x - 6 = 0$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Một trường THPT nhận được 650 hồ sơ đăng kí thi tuyển sinh vào lớp 10 với hai hình thức: đăng kí trực tuyến và đăng kí trực tiếp tại nhà trường. Số hồ sơ đăng kí trực tuyến nhiều hơn số hồ sơ đăng kí trực tiếp là 120 hồ sơ. Hỏi nhà trường đã nhận bao nhiêu hồ sơ đăng kí trực tuyến?

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AD và H là trực tâm tam giác. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BC , từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (I) (M, N là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh tứ giác $AMIN$ nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh $\widehat{AMN} = \widehat{ADN}$ và $\widehat{AHN} = \widehat{AND}$.
- c) Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm $A(-3;9), B(2;4)$. Tìm điểm M có hoành độ thuộc khoảng $(-3;2)$ trên (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Chọn phương án trả lời đúng và ghi vào giấy kiểm tra.

Câu 1. Căn bậc hai số học của 5 là

Căn bậc hai số học của 5 là $\sqrt{5} \rightarrow$ Đáp án đúng là B

- A. $-\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. -25.

Câu 2. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

Phương trình bậc nhất một ẩn là phương trình có dạng $ax + b = 0$ ($a \neq 0$), nên phương trình bậc nhất một ẩn ở đây là $2x + 3 = 0 \rightarrow$ Đáp án đúng là C

- A. $x^2 + 2x - 3 = 0$. B. $x + \frac{1}{x} - 1 = 0$. C. $2x + 3 = 0$. D. $x^3 + x^2 - 1 = 0$.

Câu 3. Hàm số $y = mx + 5$ đồng biến trên \mathbb{R} khi

Hàm số $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $a > 0$

Vậy hàm số $y = mx + 5$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $m > 0 \rightarrow$ Đáp án đúng là A

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 4. Cho tam giác OAB vuông tại O , $OH \perp AB$ tại H (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

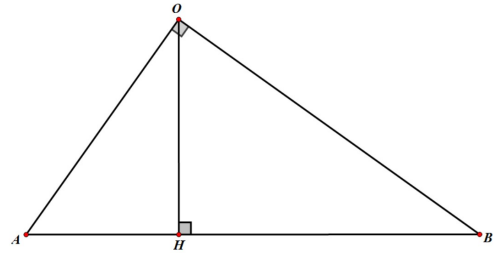
Xét $\triangle OAB$ vuông tại O , có $OH \perp AB$, OH là đường cao, AB là cạnh huyền.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \rightarrow \text{Đáp án đúng là B}$$

A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HB^2}$. B. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$.

C. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} \cdot \frac{1}{OB^2}$. D. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} - \frac{1}{OB^2}$.



Câu 5. Cho hai đường tròn $(O; 2cm)$ và $(O'; 6cm)$. Đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài với nhau khi OO' bằng

Hai đường tròn $(O; 2cm)$ và $(O'; 6cm)$ tiếp xúc ngoài với nhau khi đó $OO' = 2 + 6 = 8(cm)$

\rightarrow Đáp án đúng là D

- A. 3cm. B. 4cm. C. 12cm. D. 8cm.

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ là $(0; -3) \rightarrow$ Đáp án đúng là C

- A. $(-3; 0)$. B. $(3; 3)$. C. $(0; -3)$. D. $(0; 3)$.

Câu 7. Hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị đi qua điểm nào dưới đây?

Hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị đi qua một điểm thì tọa độ của điểm đó phải thỏa mãn phương trình của hàm số

$$M(0;1) \notin \text{đồ thị của hàm số vì } 1 \neq \frac{1}{2}0^2$$

$$N(0;\frac{1}{2}) \notin \text{đồ thị của hàm số vì } \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}0^2$$

$$P(1;1) \notin \text{đồ thị của hàm số vì } 1 \neq \frac{1}{2}1^2$$

$$Q(0;0) \in \text{đồ thị của hàm số vì } 0 = \frac{1}{2}0^2$$

Vậy hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị đi qua điểm $Q(0;0) \rightarrow$ Đáp án đúng là D

- A. $M(0;1)$. B. $N(0;\frac{1}{2})$. C. $P(1;1)$. **D. $Q(0;0)$.**

Câu 8. Phương trình $x^2 - 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 \cdot x_2$ bằng

Phương trình $x^2 - 5x - 7 = 0$ là phương trình bậc 2 ẩn x

Có hệ số $a = 1; b = -5; c = -7$

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 , nên theo hệ thức Vi-et ta có:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-7}{1} = -7 \rightarrow \text{Đáp án đúng là A}$$

- A. -7.** B. 7. C. -5. D. 5.

Câu 9. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng

Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông hay góc đó là $90^\circ \rightarrow$ Đáp án đúng là C

- A. 45° . B. 60° . **C. 90° .** D. 180° .

Câu 10. Thể tích hình cầu có bán kính R là

Thể tích hình cầu có bán kính R là $\frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow$ Đáp án đúng là B

- A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. **B. $\frac{4}{3}\pi R^3$.** C. $4\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $M = \sqrt{75} - \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$.

$$M = \sqrt{75} - \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$$

$$M = \sqrt{5^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{4^2 \cdot 3} + \sqrt{3}$$

$$M = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$M = 0$$

Vậy biểu thức $M = 0$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Với điều kiện $x \geq 0; x \neq 1$ biểu thức P được biến đổi tương đương như sau:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{4\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{x + \sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3 - 4\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{x}{x-1}$$

Vậy với $x \geq 0; x \neq 1$ thì $P = \frac{x}{x-1}$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 5x - 6 = 0$.

Cách 1:

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 6x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 6(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-6 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x \in \{-6; 1\}$

Cách 2:

Xét phương trình $x^2 + 5x - 6 = 0$ có hệ số $a = 1; b = 5; c = -6$

Ta có $a + b + c = 1 + 5 + (-6) = 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -6$

Vậy phương trình có nghiệm $x \in \{-6; 1\}$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Xét phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1)

$$\text{Có } \Delta = (-2m)^2 - 4(4m - 4) = 4m^2 - 16m + 16 = 4(m-2)^2$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi $\Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow 4(m-2)^2 \geq 0 \text{ luôn đúng với mọi giá trị của } m$$

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 4m - 4 \end{cases}$

Theo đề bài ta có $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 - 2(4m - 4) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy với $m=0$ hoặc $m=2$ thì phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Một trường THPT nhận được 650 hồ sơ đăng kí thi tuyển sinh vào lớp 10 với hai hình thức: đăng kí trực tuyến và đăng kí trực tiếp tại nhà trường. Số hồ sơ đăng kí trực tuyến nhiều hơn số hồ sơ đăng kí trực tiếp là 120 hồ sơ. Hỏi nhà trường đã nhận bao nhiêu hồ sơ đăng kí trực tuyến?

Gọi số hồ sơ đăng kí trực tuyến là x (hồ sơ, điều kiện $x \in N^*, x < 650$)

Vì trường THPT nhận được 650 hồ sơ nên số hồ sơ đăng kí trực tiếp tại nhà trường là $650 - x$ (hồ sơ)
 Theo đề bài, số hồ sơ đăng kí trực tuyến nhiều hơn số hồ sơ đăng kí trực tiếp là 120 hồ sơ nên ta có phương trình: $x - (650 - x) = 120$

$$\Leftrightarrow 2x - 650 = 120$$

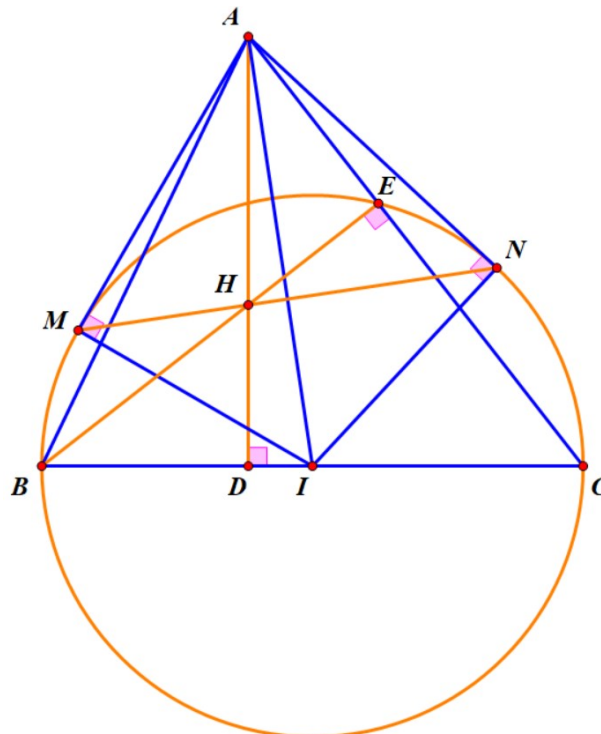
$$\Leftrightarrow 2x = 770$$

$$\Leftrightarrow x = 385 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số hồ sơ đăng kí trực tuyến là 385 hồ sơ.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AD và H là trực tâm tam giác. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BC , từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (I) (M, N là các tiếp điểm).



a) Chứng minh tứ giác $AMIN$ nội tiếp đường tròn.

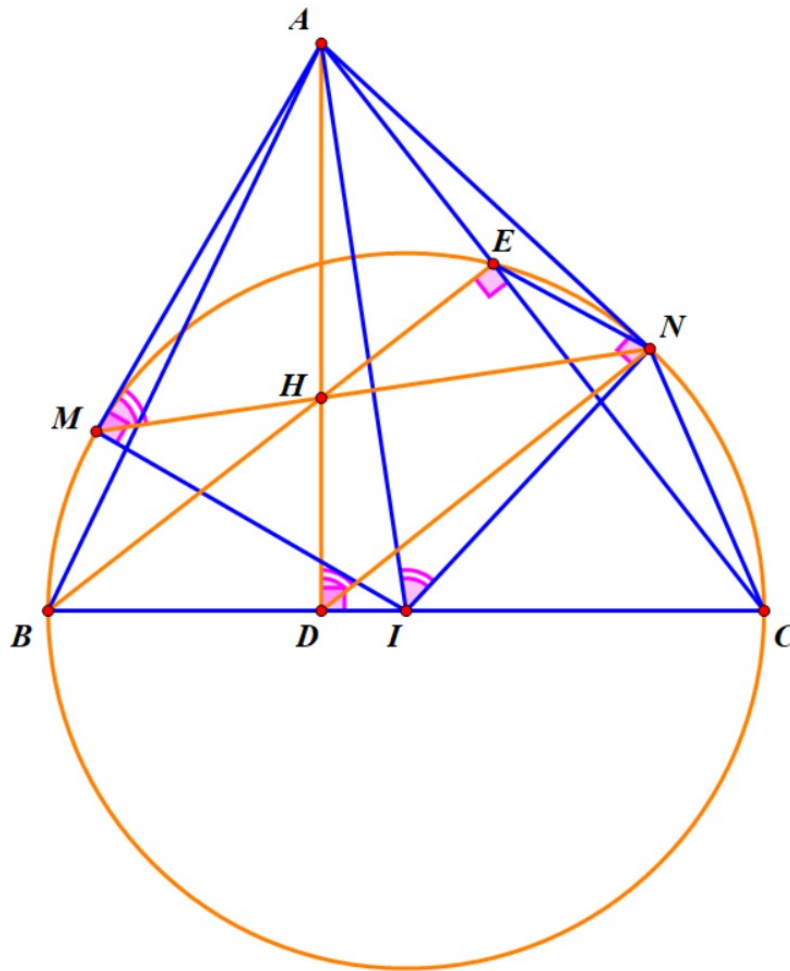
Theo giả thiết, AM, AN là các tiếp tuyến của đường tròn (I) với M, N là các tiếp điểm \Rightarrow

$$\widehat{AMI} = \widehat{ANI} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AMIN$ có $\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà \widehat{AMI} và \widehat{ANI} là hai góc ở vị trí đối diện nhau suy ra tứ giác $AMIN$ nội tiếp đường tròn (dấu hiệu nhận biết)

Vậy tứ giác $AMIN$ nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh $\widehat{AMN} = \widehat{ADN}$ và $\widehat{AHN} = \widehat{AND}$.



Theo giả thiết AD là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow AD \perp BC$ hay $\widehat{ADI} = 90^\circ$

Xét tứ giác $ADIN$ có $\widehat{ADI} + \widehat{ANI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc \widehat{ADI} và \widehat{ANI} ở vị trí đối diện nhau
 \Rightarrow tứ giác $ADIN$ nội tiếp đường tròn (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow \widehat{ADN} = \widehat{AIN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{AN}) (1)

Theo câu (a), tứ giác $AMIN$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AIN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{AN}) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{ADN}$

Gọi E là chân đường cao hạ từ B xuống AC , $BE \perp AC \Rightarrow \widehat{AEH} = 90^\circ$

Xét $\triangle AEH$ và $\triangle ADC$ có

$$\left. \begin{array}{l} \text{Chung } \widehat{DAC} \\ \widehat{AEH} = \widehat{ADC} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEH \# \triangle ADC (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AH \cdot AD = AC \cdot AE \quad (3)$$

Xét $\triangle AEN$ và $\triangle ANC$ có

Chung \widehat{EAN}

$\widehat{ANE} = \widehat{ACN}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung \widehat{EN})

$\Rightarrow \triangle AEN \# \triangle ANC (g - g)$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AC \cdot AE = AN^2 \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } AH \cdot AD = AN^2 \Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{AN}{AD}$$

Xét $\triangle AHN$ và $\triangle AND$ có

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{HAN} \\ \frac{AH}{AN} = \frac{AN}{AD} \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHN \sim \triangle AND \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AHN} = \widehat{AND} \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Ta có $\widehat{AMN} = \widehat{ANM}$ (hai góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung \widehat{MN} của (I))

$$\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{ADN}$$

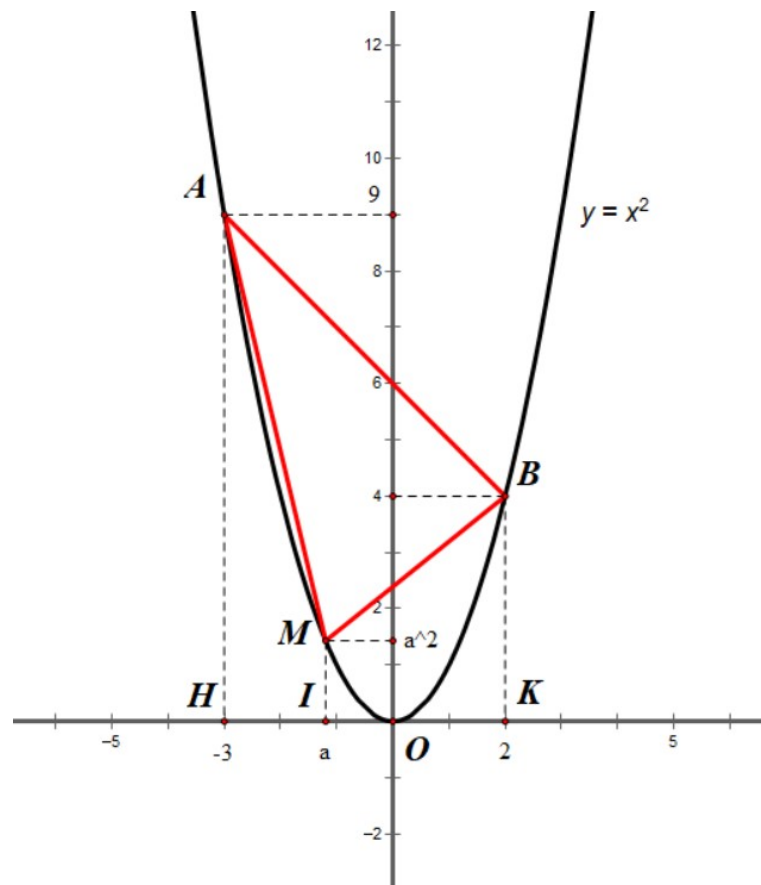
Theo câu (b), ta có $\triangle AHN \sim \triangle AND \Rightarrow \widehat{ANH} = \widehat{ADN}$

$\Rightarrow \widehat{ANH} = \widehat{ANM}$, mà H, M nằm cùng phía với $AN \Rightarrow$ ba điểm H, M, N thẳng hàng

Vậy ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm $A(-3;9), B(2;4)$. Tìm điểm M có hoành độ thuộc khoảng $(-3;2)$ trên (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.



Gọi $M(a; a^2) \in (P)$ với $-3 < a < 2$

Gọi H, K, I lần lượt là hình chiếu của A, B, M lên trục Ox

Diện tích tam giác MAB được xác định là:

$$\begin{aligned}
S_{\Delta MAB} &= S_{ABKH} - S_{AMIH} - S_{BMIK} \\
&= \frac{1}{2}(9+4) \cdot 5 - \frac{1}{2}(9+a^2) \cdot |-3-a| - \frac{1}{2}(4+a^2) \cdot |2-a| \\
&= \frac{65}{2} - \frac{1}{2}(9+a^2) \cdot |-3-a| - \frac{1}{2}(4+a^2) \cdot |2-a|
\end{aligned}$$

Vì $-3 < a < 2$ nên ta có $\begin{cases} a+3 > 0 \\ 2-a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |-3-a| = a+3 \\ |2-a| = 2-a \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned}
S_{\Delta MAB} &= \frac{65}{2} - \frac{1}{2}(9+a^2) \cdot (a+3) - \frac{1}{2}(4+a^2) \cdot (2-a) \\
&= \frac{65}{2} - \frac{1}{2}[(9+a^2) \cdot (a+3) + (4+a^2) \cdot (2-a)] \\
&= \frac{65}{2} - \frac{1}{2}(9a+27+a^3+3a^2+8-4a+2a^2-a^3) \\
&= \frac{65}{2} - \frac{1}{2}(5a^2+5a+35) \\
&= \frac{65}{2} - \frac{5}{2}(a^2+a+7)
\end{aligned}$$

Xét $a^2+a+7 = a^2+2a \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{27}{4} = \left(a+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} \geq \frac{27}{4}$

$$\Rightarrow S_{\Delta MAB} \leq \frac{65}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{27}{4} = \frac{125}{8}$$

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tam giác MAB là $\frac{125}{8}$, đạt được khi $a = -\frac{1}{2}$, tọa độ của

điểm $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.