SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 – 2022**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN**
	Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{3x+25}{x-25}$, với $x\ge 0, x\ne 25$

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm các giá trị của x để $P=\frac{5}{7}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y=(2m+1)x+m(m$ là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;5)$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x+3y=11\\4x-y=7\end{cases}$.

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2-6x+5=0$.

2. Cho phương trình $x^2-2x+m-1=0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m đề phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^4-x_1^3=x_2^4-x_2^3$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao $AD,BE,CF(D$ thuộc BC,E thuộc AC,F thuộc AB) của tam giác cắt nhau tại H,M là trung điểm của cạnh BC.

1. Chứng minh $AEHF$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh các đường thẳng ME và MF là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$.

3. Chứng minh $DE+DF\le BC$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho ba số thực x, y, z thay đổi thỏa mãn các điều kiện $x > \frac{1}{4}, y > \frac{1}{3}, z > \frac{1}{2}$ và

$\frac{4}{4x+3} + \frac{3}{3y+2} + \frac{2}{2z+1} \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = (4x-1)(3y-1)(2z-1)$.

----------HẾT-----------

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\dfrac{3x+25}{x-25}$, với $x\ge 0, x\ne 25$

1. Rút gọn biểu thức P.

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{3x+25}{x-25}$$

$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)-3x-25}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}$$

$$=\frac{x-5\sqrt{x}+2x+10\sqrt{x}-3x-25}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}$$

$$\frac{5\sqrt{x}-25}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}=\frac{5(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}=\frac{5}{\sqrt{x}+5}$$

Vậy $P=\dfrac{5}{\sqrt{x}+5}$ với $x\ge 0, x\ne 25$

2. Tìm các giá trị của x để $P=\dfrac{5}{7}$.

Ta có: $P=\dfrac{5}{\sqrt{x}+5}$ với $x\ge 0, x\ne 25$

$$P=\frac{5}{7}\Leftrightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+5}=\frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x}+5=7\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4(tm)$$

Vậy $x=4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y=(2m+1)x+m(m$ là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;5)$.

Vì $A(1;5)\in d$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$5=(2m+1)\cdot 1+m \Leftrightarrow 3m+1=5 \Leftrightarrow m=\dfrac{4}{3}$

Vậy $m=\dfrac{4}{3}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x+3y=11\\4x-y=7\end{cases}$.

Ta có: $\begin{cases}4x+3y=11\\4x-y=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4y=4\\4x-y=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\4x-1=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\x=2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(2;1)$.

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2-6x+5=0$.

Ta có: $\Delta=(-6)^2-4.1.5=16>0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{6+\sqrt{16}}{2}=5\\x_2=\dfrac{6-\sqrt{16}}{2}=1\end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{1;5\}$.

2. Cho phương trình $x^2-2x+m-1=0$ ***(*** m ***là tham số). Tìm các giá trị của*** m ***để phương trình có hai nghiệm*** x_1,x_2 ***thỏa mãn hệ thức*** $x_1^4-x_1^3=x_2^4-x_2^3$.

Phương trình $x^2-2x+m-1=0$ có $\Delta'=1-m+1=2-m$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'\ge 0 \Leftrightarrow 2-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 2$.

Khi đó theo định li Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1x_2=m-1\end{cases}$

Do x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $x^2-2x+m-1=0$ nên ta có: $\begin{cases}x_1^2=2x_1-m+1\\x_2^2=2x_2-m+1\end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$x_1^4-x_1^3=x_2^4-x_2^3$

$\Leftrightarrow x_1^4-x_2^4-\left(x_1^3-x_2^3\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(x_1^2+x_2^2\right)\left(x_1^2-x_2^2\right)-\left(x_1-x_2\right)\left(x_1^2+x_1x_2+x_2^2\right)=0$

$\Rightarrow \left(2\left(x_1+x_2\right)-2m+2\right)\left(2x_1-m+1-2x_2+m-1\right)-\left(x_1-x_2\right)\left[2\left(x_1+x_2\right)-2m+2+m-1\right]$

$\Leftrightarrow [2.2-2m+2].2\left(x_1-x_2\right)-\left(x_1-x_2\right)[2.2-m+1]$

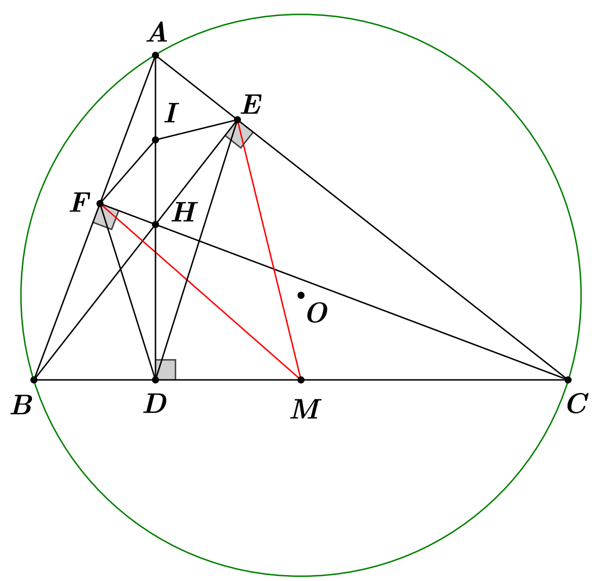
$\Leftrightarrow \left(x_1-x_2\right)[2(6-2m)-5+m]=0$

$\Leftrightarrow \left(x_1-x_2\right)(3m+7)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=x_2 \\ m=\dfrac{7}{3}(ktm) \end{array}\right.$

Thay $x_1=x_2$ vào (1) ta được: $\begin{cases} 2x_1=2 \\ x_1^2=m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ m=2(tm) \end{cases}$

Vậy $m=2$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao $AD, BE, CF(D$ thuộc BC, E thuộc AC, F thuộc AB) của tam giác cắt nhau tại H, M là trung điểm của cạnh BC.



1. Chứng minh** $AEHF$ **là tứ giác nội tiếp.

Xét tứ giác AEHF có: $\widehat{AFH}+\widehat{AEH}=90°+90°=180°$

Mà hai góc này đối diện nhau trong tứ giác $AEHF$ nên tứ giác $AEHF$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm M đường kính BC (dhnb).

2. *Chứng minh các đường thẳng ME và MF là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$.*

Gọi I là trung điểm của AH suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF.

$\Rightarrow IH = IF \Rightarrow \Delta H$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{IFH} = \widehat{IHF}$ (tính chất tam giác cân).

Mà $\widehat{IHF} = \widehat{DHC}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{IFH} = \widehat{DHC}$

Do ΔBFC vuông tại F, M là trung điểm của BC nên $MF = \dfrac{1}{2}BC = MC$ (định li đường trung tuyến trong tam giác vuông) $\Rightarrow \Delta MFC$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{MFH} = \widehat{MCF}$ (2)

Cộng (1) với (2) ta được: $\widehat{MFH} + \widehat{IFH} = \widehat{DHC} + \widehat{MCF} = 90°$ (Do tam giác CDH vuông tại D).

Suy ra: $\widehat{MFI} = 90°$ hay $IF \perp MF$.

Vậy MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$.

Chứng minh tương tự ta được ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$.

3. *Chứng minh* $DE + DF \leq BC$.

Giả sử $DE + DF \leq BC \Leftrightarrow (DE + DF) \cdot BC \leq BC^2 \Leftrightarrow DE \cdot BC + DF \cdot BC \leq BC^2$.

Dễ dàng chứng minh được các tứ giác $ACDF, ABDE$ là các tứ giác nội tiếp nên ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= (BD + CD) \cdot BC \\ &= BD \cdot BC + CB \cdot CD \\ &= BF \cdot BA + CE.CA \end{aligned}$$

Xét ΔBDF và ΔBAC có:

$\widehat{ABC}$ chung;

$\widehat{BFD} = \widehat{BCA}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $ACDF$)

$\Rightarrow \Delta BDF \backsim \Delta BAC (g.g)$

Chứng minh tương tự ta có $\Delta CDE \backsim \Delta CAB (g.g) \Rightarrow \dfrac{DE}{AB} = \dfrac{CE}{BC} \Rightarrow DE \cdot BC = AB \cdot CE$

Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta có:

$DF \cdot BC + DE \cdot BC = AC \cdot BF + AB \cdot CE$

$\Rightarrow (DE + DF), BC = AC \cdot BF + AB \cdot CE$

Vì $(DE + DF) \cdot BC \leq BC^2$

$\Rightarrow AC \cdot BF + AB \cdot CE \leq BF \cdot BA + CE \cdot CA$

$\Rightarrow BF \cdot BA + CE \cdot CA - AC \cdot BF - AB \cdot CE \geq 0$

$\Leftrightarrow AC(CE - BF) + AB(BF - CE) \geq 0$

$\Leftrightarrow (CE - BF)(AC - AB) \geq 0(*)$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử $AC \geq AB$, khi đó ta cần chứng minh $CE - BF \geq 0 \Leftrightarrow CE \geq BF$.

Áp dụng định lí Pytago ta có: $\begin{cases} CE^2 = BC^2 - BE^2 \\ BF^2 = BC^2 - CF^2 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} 2S_{MBC} = BE.AC = CF \cdot AB \\ AB \leq AC \end{cases} \Leftrightarrow BE \leq CF$

$\Rightarrow CE^2 \geq BF^2 \Rightarrow CE \geq BF \Rightarrow (*)$ đúng nên giả sử ban đầu là đúng.

Vậy $DE + DF \leq BC$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho ba số thực x, y, z thay đổi thỏa mãn các điều kiện $x > \frac{1}{4}, y > \frac{1}{3}, z > \frac{1}{2}$ và

$\frac{4}{4x+3} + \frac{3}{3y+2} + \frac{2}{2z+1} \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = (4x-1)(3y-1)(2z-1)$.

$\frac{4}{4x+3} + \frac{3}{3y+2} + \frac{2}{2z+1} \geq 2$

$\Leftrightarrow \frac{4}{4x+3} \geq \left(1 - \frac{3}{3y+2}\right) + \left(1 - \frac{2}{2z+1}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{4}{4x+3} \geq \frac{3y-1}{3y+2} + \frac{2z-1}{2z+1}$

$\Leftrightarrow \frac{4}{4x+3} \geq 2\sqrt{\frac{3y-1}{3y+2} \cdot \frac{2z-1}{2z+1}}$ (Bất đẳng thức Cauchy)

Chứng minh tương tự ta có:

$$\frac{3}{3y+2} \geq 2\sqrt{\frac{4x-1}{4x+3}\cdot\frac{2z-1}{2z+1}};\frac{2}{2z+1} \geq 2\sqrt{\frac{4x-1}{4x+3}\cdot\frac{3y-1}{3y+2}}$$

Nhân vế theo vế 3 BĐT trên ta được:

$$\frac{4}{4x+3}\cdot\frac{3}{3y+2}\cdot\frac{2}{2z+1} \geq 2\sqrt{\frac{3y-1}{3y+2}\cdot\frac{2z-1}{2z+1}}\cdot 2\sqrt{\frac{4x-1}{4x+3}\cdot\frac{2z-1}{2z+1}}\cdot 2\sqrt{\frac{4x-1}{4x+3}\cdot\frac{3y-1}{3y+2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{4x+3}\cdot\frac{3}{3y+2}\cdot\frac{2}{2z+1} \geq 8\frac{4x-1}{4x+3}\cdot\frac{3y-1}{3y+2}\cdot\frac{2z-1}{2z+1}$$

$$\Leftrightarrow 24 \geq 8Q \Leftrightarrow Q \leq 3$$

Vậy $Q_{\max} = 3.$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x;y;z) = \left(\frac{3}{4};\frac{5}{6};1\right).$