

Thời gian: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (7,5 điểm): Chọn phương án trả lời đúng duy nhất trong các câu sau:

Câu 1. Hình nón có chiều cao $h = 5\text{cm}$, bán kính đáy $r = 3\text{cm}$, có thể tích bằng

- A. $15\pi\text{ cm}^2$ B. $45\pi\text{ cm}^2$ C. $15\pi\text{ cm}^3$ D. $45\pi\text{ cm}^3$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = 2x + 4$ cắt trục tung tại điểm

- A. $Q(2;0)$ B. $N(0;-4)$ C. $P(-2;0)$ D. $M(0;4)$

Câu 3. Cho hai đường tròn $(O_1; 5\text{ cm})$ và $(O_2; 6\text{ cm})$. Biết $O_1O_2 = 1\text{ cm}$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. (O_1) và (O_2) tiếp xúc với nhau. B. (O_1) và (O_2) không giao nhau.
C. (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau. D. (O_1) và (O_2) cắt nhau.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ.

Hình vẽ

Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $a = 1, b = 2$ B. $a = -1, b = -2$ C. $a = 1, b = -2$ D. $a = -1, b = 2$

Câu 5. Trong một đường tròn, khẳng định nào dưới đây sai ?

- A. Dây nào nhỏ hơn thì dây đó gần tâm hơn. B. Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.
C. Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm. D. Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

Câu 6. Cho $x < 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\sqrt{81x^2} = -81x$ B. $\sqrt{81x^2} = 9x$ C. $\sqrt{81x^2} = 81x$ D. $\sqrt{81x^2} = -9x$

Câu 7. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất ?

- A. $y = \frac{1}{x} + 2021$ B. $y = 2021x + 2022$ C. $y = 2021\sqrt{x}$ D. $y = 2021x^2$

Câu 8. Hai hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} mx + 2y = 0 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$ tương đương với nhau khi và chỉ khi

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $y = 2021x^2$

Câu 9. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $6 < \sqrt{10}$ B. $4 > \sqrt{10}$ C. $3 > \sqrt{10}$ D. $5 < \sqrt{10}$

Câu 10. Cho $a \geq 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\sqrt{(a-2)^2} = (a-2)^4$ B. $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
C. $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2)^4$ D. $\sqrt{(a-2)^2} = 2-a$

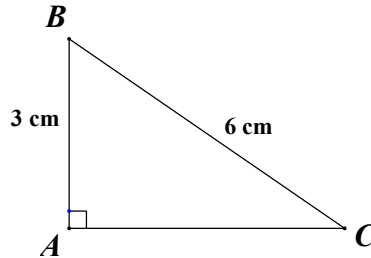
Câu 11. Biết đồ thị hàm số $y = ax$ đi qua điểm $B(2;3)$, giá trị của a bằng:

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 12. Giả sử phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khẳng định nào dưới đây đúng:

- A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{a}$ B. $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 13. Cho tam giác vuông ABC như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\sin C = \sqrt{3}$ B. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sin C = \frac{1}{2}$

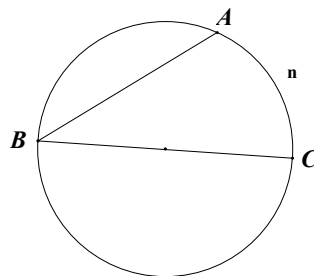
Câu 14. Đồ thị trong hình vẽ là của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = -2x^2$ B. $y = -2x$ C. $y = 2x^2$ D. $y = 2x$

Câu 15. Cho hàm số $y = -3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến khi $x > 0$. B. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . D. Hàm số đồng biến khi $x > 0$.

Câu 16. Cho đường tròn (O) và cung \widehat{AnC} có số đo bằng 60° như hình vẽ.



Số đo của góc \widehat{ABC} bằng

- A. 40° B. 60° C. 30° D. 50°

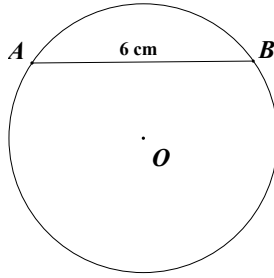
Câu 17. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ là

- A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$

Câu 18. Biểu thức $\sqrt{x+2}$ xác định khi và chỉ khi

- A. $x > -2$ B. $x \geq -2$ C. $x < -2$ D. $x \leq -2$

Câu 19. Cho đường tròn $(O; 5 \text{ cm})$ và một dây cung $AB = 6 \text{ cm}$



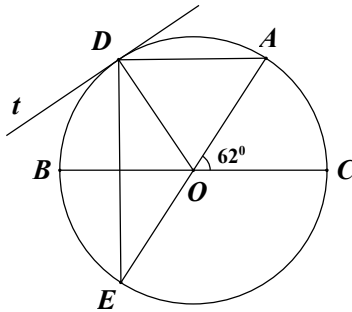
Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB bằng

- A. 4 cm B. 5 cm C. 2 cm D. 3 cm

Câu 20. Biểu thức $\frac{8}{\sqrt{x}}$ xác định khi và chỉ khi

- A. $x > 0$ B. $x \geq 0$ C. $x \neq 0$ D. $x \leq 0$

Câu 21. Cho đường tròn (O) như hình vẽ, A là điểm chính giữa cung nhỏ \widehat{DC} , Dt là tiếp tuyến của (O) tại D



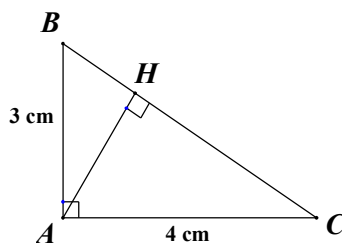
Tổng số đo của hai góc \widehat{ODA} và \widehat{EDt} bằng

- A. 118° B. 119° C. 120° D. 117°

Câu 22. Mặt cầu bán kính $r = 1$ cm có diện tích bằng

- A. $\frac{4\pi}{3} \text{ cm}^3$ B. $\frac{4\pi}{3} \text{ cm}^2$ C. $4\pi \text{ cm}^3$ D. $4\pi \text{ cm}^2$

Câu 23. Cho tam giác vuông ABC như hình vẽ.



Độ dài đường cao AH bằng

- A. $AH = 2,4$ cm B. $AH = 2,5$ cm C. $AH = 2,3$ cm D. $AH = 2,6$ cm

Câu 24. Một người mua 0,3 kg thịt lợn và 0,4 kg thịt bò hết 148000 đồng. Một người khác mua 0,4 kg thịt lợn và 0,3 kg thịt bò hết 139000 đồng (đơn giá mua thịt lợn và thịt bò của hai người là bằng nhau). Hỏi giá 1 kg thịt bò là bao nhiêu ?

- A. 260000 đồng. B. 250000 đồng. C. 220000 đồng. D. 160000 đồng.

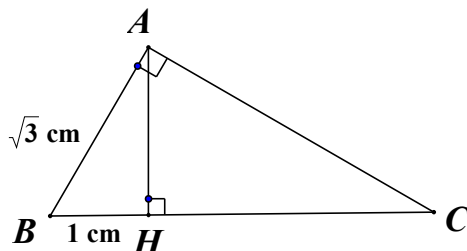
Câu 25. Thể tích hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy r , được tính theo công thức

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ B. $V = \pi r^2 h$ C. $V = \pi r h$ D. $V = 2\pi r h$

Câu 26. Hệ phương trình nào dưới đây là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ?

- A. $\begin{cases} 5x + z = 0 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y^2 = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

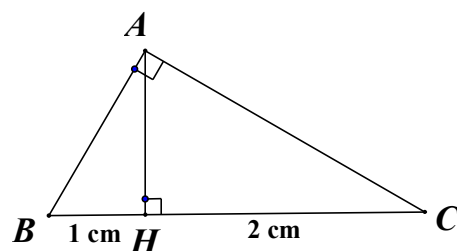
Câu 27. Cho tam giác ABC vuông A , đường cao AH như hình vẽ.



Biết $BH = 1$ cm, $AB = \sqrt{3}$ cm, khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $AC = 3$ cm B. $AC = 4$ cm C. $AC = \sqrt{6}$ cm D. $AC = 3\sqrt{2}$ cm

Câu 28. Cho tam giác ABC vuông A , đường cao AH như hình vẽ.



Biết $BH = 1$ cm, $CH = 2$ cm, khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $AB = 3$ cm B. $AB = \sqrt{3}$ cm C. $AB = 2$ cm D. $AB = \sqrt{2}$ cm

Câu 29. Căn bậc hai số học của 25 là

- A. -5 B. 5 và -5 C. 5 D. 25

Câu 30. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $(x+1)(x^2 - 2x + m - 5) = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt ?

- A. 6 B. 3 C. 5 D. 4

PHẦN II. TỰ LUẬN (2,5 điểm):

Câu 31. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 1 - 2(x+2) = 0$

Câu 32. (1,0 điểm) Trên nửa đường tròn đường kính AD lấy hai điểm B, C phân biệt sao cho B ở giữa A và C (B khác A và C khác D). Gọi E là giao điểm của AC và BD ; F là chân đường vuông góc kẻ từ E xuống AD . Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác $DCEF$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Hai tam giác CEF và CBA đồng dạng với nhau.

Câu 33. (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} > 2.$$

_____ **HẾT** _____

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

1.C	2.D	3.A	4.D	5.A	6.D	7.B	8.B	9.B	10.B
11.C	12.C	13.D	14.C	15.A	16.C	17.C	18.B	19.A	20.A
21.A	22.C	23.A	24.B	25.B	26.D	27.C	28.B	29.C	30.D

PHẦN II. TỰ LUẬN (2,5 điểm):

Câu 31. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 1 - 2(x + 2) = 0$

Lời giải

$$x^2 + 1 - 2(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Ta có: $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

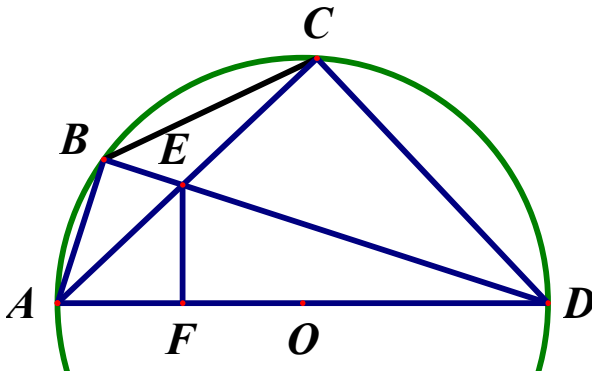
$$x_1 = -1; x_2 = 3$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x_1 = -1; x_2 = 3$.

Câu 32. (1,0 điểm) Trên nửa đường tròn đường kính AD lấy hai điểm B, C phân biệt sao cho B ở giữa A và C (B khác A và C khác D). Gọi E là giao điểm của AC và BD ; F là chân đường vuông góc kẻ từ E xuống AD . Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác $DCEF$ nội tiếp được một đường tròn.
- b) Hai tam giác CEF và CBA đồng dạng với nhau.

Lời giải



- a) Tứ giác $DCEF$ nội tiếp được một đường tròn.

Ta có: C thuộc đường tròn đường kính AD nên $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{ECD} = 90^\circ$$

Vì $EF \perp AD$ (gt) $\Rightarrow \widehat{EFD} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{EFD} + \widehat{ECD} = 90^\circ$$

$\Rightarrow DCEF$ nội tiếp trong một đường tròn.

- b) Hai tam giác CEF và CBA đồng dạng với nhau.

Ta có: $DCEF$ nội tiếp trong một đường tròn (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{BDC} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } EC)$$

Mà $\widehat{BDC} = \widehat{BAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC)

$$\Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{BAC}$$

Ta lại có:

$$\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 108^\circ \text{ (do } ABCD \text{ là tứ giác nội tiếp)}$$

$$\widehat{FEC} + \widehat{ADC} = 108^\circ \text{ (do } DCEF \text{ là tứ giác nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \widehat{FEC} = \widehat{ABC} \text{ (cùng bù } \widehat{ADC})$$

Xét $\triangle CEF$ và $\triangle CBA$ có:

$$\widehat{EFC} = \widehat{BAC} \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{FEC} = \widehat{ABC} \text{ (cmt)}$$

Do đó: $\triangle CEF \sim \triangle CBA$ (g.g)

Câu 33. (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} > 2$$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} = \frac{2a}{2\sqrt{a(b+c)}} \geq \frac{2a}{a+b+c}$$

$$\frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} = \frac{2b}{2\sqrt{b(c+a)}} \geq \frac{2b}{a+b+c}$$

$$\frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} = \frac{2c}{2\sqrt{c(a+b)}} \geq \frac{2c}{a+b+c}$$

Cộng theo vế 3 bất đẳng thức trên ta được:

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} \geq 2 \cdot \left(\frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} \geq 2$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b + c$, $b = c + a$, $c = a + b$.