SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC **ĐỀ CHÍNH THỨC**	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 - 2022 MÔN THI: TOÁN *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong mỗi câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chon đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{x-2021}$ có nghĩa khi và chỉ khi

A. $x \ge 2021$. **B** $x > 2021$. **C**. $x < 2021$. **D**. $x \le 2021$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \mathrm{a}x^2$ (a là tham số) đi qua điểm $M(-1;4)$. Giá trị của a bằng

A. –4. **B**. 1. **C**. 4. **D**. –1.

Câu 3. Tổng hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 7x - 3 = 0$ là

A. $\frac{7}{2}$. **B**. $\frac{-7}{2}$. **C**. $\frac{3}{2}$. **D**. $\frac{-3}{2}$.

Câu 4. Cho ΔABC vuông tại A có $\cos \mathrm{ABC} = \frac{1}{3}$, $BC = 9\,cm$. Độ dài cạnh AB bằng

A. 27 cm. **B**. $6\sqrt{2}$ cm. **C**. 6 cm. **D**. 3cm.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (1,25 điểm). Giải phương trình $x^2 - x - 2 = 0$.

Câu 6 (1,25 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x - m$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Một đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Câu 9 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua điểm A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ tia Ax (nằm giữa hai tia AB, AO) cắt đường tròn tại E và F (E nằm giữa A và F).

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $BA^2 = AE.\mathrm{AF}$ và $\widehat{\mathrm{OEF}} = \widehat{\mathrm{OHF}}$, với H là giao điểm của AO và BC.

c) Đường thẳng qua E song song với BF cắt đường thẳng BC tại K. Đường thẳng AK cắt đường thẳng BF tại M. Chứng minh rằng $MC = 2HF$.

Câu 10 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc \le 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a(1-b^3)}{b^3} + \frac{b(1-c^3)}{c^3} + \frac{c(1-a^3)}{a^3} \ge 0$$

HẾT

LỜI GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 TỈNH VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2021 – 2022

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM(2,0 điểm) *Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.*

Câu	1	2	3	4
Đáp án	**A**	**C**	**B**	**D**

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (1,25 điểm). Giải phương trình $x^2 - x - 2 = 0$

Lời giải

Phương trình đã cho có $a - b + c = 0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 2$.

Câu 6 (1,25 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = -8 \\ 6x + 9y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 11 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x - m$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$x^2 = 2x - m$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0 \ (1)$

Ta có: $\Delta' = 1 - m$

Điều kiện để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt là phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có hai nghiệm phân biệt.

ĐK: $1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1 \ (*)$

Khi đó x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình hoành độ của (d) và (P). Do đó theo hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$$

Khi đó, $y_1 + y_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$.

$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$.

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$.

$$\Leftrightarrow 4 - 2m + m^2 = 12 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \ (TM\ (*)) \\ m = 4 \ (KTM\ (*)) \end{array}\right.$$

Vậy $m = -2$ thỏa mãn.

Câu 8 (1,0 điểm). Một đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Lời giải

Gọi thời gian đội A và đội B làm một mình xong công việc lần lượt là $x,\ y$ (ngày).

ĐK $x,\ y > 12$

Mỗi ngày, đội A làm được $\dfrac{1}{x}$ công việc

Mỗi ngày, đội B làm được $\dfrac{1}{x}$ công việc

Mỗi ngày, hai đội làm được $\dfrac{1}{12}$ công việc

Ta có phương trình: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\ (1)$

Trong 8 ngày làm chung, hai đội làm được $\dfrac{2}{3}$ công việc

Trong 8 ngày tiếp theo, do tăng năng suất gấp đôi nên đội B làm được $\dfrac{16}{y}$ công việc

Ta có phương trình: $\dfrac{2}{3}+\dfrac{16}{y}=1\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\\ \dfrac{2}{3}+\dfrac{16}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\\ \dfrac{16}{y}=\dfrac{1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\\ y=48\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=16\\ y=48\end{cases} (TMDK)$$

Vậy thời gian đội A và đội B làm một mình xong công việc lần lượt là $16;\ 48$ (ngày).

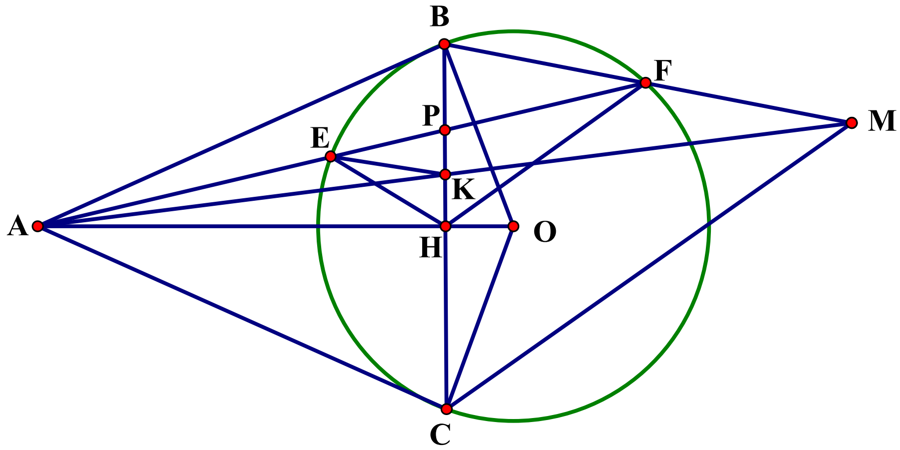
Câu 9 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua điểm A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B,C là các tiếp điểm). Kẻ tia Ax (nằm giữa hai tia AB, AO) cắt đường tròn tại E và F (E nằm giữa A và F).

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $BA^2 = AE.AF$ và $\widehat{OEF}=\widehat{OHF}$, với H là giao điểm của AO và BC.

c) Đường thẳng qua E song song với BF cắt đường thẳng BC tại K. Đường thẳng AK cắt đường thẳng BF tại M. Chứng minh rằng $MC = 2HF$.

Lời giải



a) Chứng minh rằng các tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{ABO}=\widehat{ACO}=90^0$

Xét tứ giác $ABOC$ có

$\widehat{ABO}+\widehat{ACO}=90^0+90^0=180^0$ nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $BA^2=AE.\text{AF}$ và $\widehat{\text{OEF}}=\widehat{\text{OHF}}$, với H là giao điểm của AO và BC.

* Xét ΔABE và ΔAFB có:

$\widehat{ABE}=\widehat{\text{AFB}}\left(=\frac{1}{2}sd\ \overset{\frown}{EB}\right)$

$\widehat{BAE}$ - góc chung

Do đó, $\Delta ABE\sim\Delta AFB$

Suy ra, $\frac{AB}{\text{AF}}=\frac{AE}{AB}\Rightarrow AB^2=AE.\text{AF}\ (1)$

* $\left.\begin{array}{l} OB=OC\ (GT) \\ AB=AC\ (t/c)\end{array}\right\}\Rightarrow$ AO là trung trực của BC

$\Rightarrow AO\perp BH$

ΔABO vuông tại B, đường cao BH nên $AB^2=AH.\text{AO}\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có $AE.\text{AF}=AH.\text{AO}\Rightarrow\frac{AE}{AO}=\frac{AH}{\text{AF}}$

Suy ra $\Delta AEH\sim\Delta A\text{OF}(\text{c.g.c})$

$\Rightarrow\widehat{AHE}=\widehat{\text{AFO}}$

$\Rightarrow EHOF$ nội tiếp

$\Rightarrow\widehat{OHF}=\widehat{\text{OEF}}$

c) Đường thẳng qua E song song với BF cắt đường thẳng BC tại K. Đường thẳng AK cắt đường thẳng BF tại M. Chứng minh rằng $MC=2HF$.

Gọi giao điểm của BC và AF là P

$\text{EK//BM}\Rightarrow\frac{\text{EK}}{\text{FM}}=\frac{AE}{\text{AF}},\frac{\text{EK}}{\text{BF}}=\frac{EP}{\text{FP}}\ (3)$

Lại có:

$\widehat{OHF} = \widehat{OEF}\ (cmt)$

$\widehat{OFE} = \widehat{OEF}$ (ΔOEF cân)

$\widehat{AHE} = \widehat{EFO}\ (cmt)$

Suy ra $\widehat{AHE} = \widehat{FHO}$

Mà $\widehat{AHE} + \widehat{EHB} = \widehat{FHO} + \widehat{FHB} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{EHB} = \widehat{FHB} \Rightarrow HB$ là tia phân giác $\widehat{EHF} \Rightarrow \dfrac{EP}{FP} = \dfrac{EH}{FH}\ (4)$

ΔEHF có HB là phân giác trong $\widehat{EHF}$, $HP \perp HA$ nên HA là đường phân giác góc ngoài của $\widehat{EHF}$

$\Rightarrow \dfrac{EA}{FA} = \dfrac{EP}{FP}\ (5)$

Từ (3), (4) và (5) suy ra: $\dfrac{EK}{FM} = \dfrac{EK}{BF} \Rightarrow BF = FM$

$\Rightarrow HF$ là đường trung bình $\Delta BCM \Rightarrow CM = 2HF$

Câu 10 (0,5 điểm). Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc \le 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a(1-b^3)}{b^3} + \frac{b(1-c^3)}{c^3} + \frac{c(1-a^3)}{a^3} \ge 0$$

Lời giải

Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \ge a+b+c$$

$$0 < abc \le 1 \Rightarrow \frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \ge \frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2}$$

Do đó ta cần CM

$$\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \ge \frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2} \ge a+b+c\ (*)$$

Sử dụng bất đẳng thức AM – GM ta được:

$$\frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + c \ge 3\sqrt[3]{\frac{a^2c}{b^2}.\frac{b^2a}{c^2}.c} = 3a$$

$$\frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2} + a \ge 3\sqrt[3]{\frac{b^2a}{c^2}.\frac{c^2b}{a^2}.a} = 3b$$

$$\frac{a^2c}{b^2} + \frac{c^2b}{a^2} + b \ge 3\sqrt[3]{\frac{a^2c}{b^2}.\frac{c^2b}{a^2}.b} = 3c$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên và thu gọn ta được:

$$\frac{a^2c}{b^2}+\frac{b^2a}{c^2}+\frac{c^2b}{a^2}\geq a+b+c$$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c=1$.