SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: 19/6/2022
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \dfrac{x+4}{x-4} - \dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0,\ x \neq 4.$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \dfrac{3}{2}$.

Bài II *(2,0 điểm)*

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ địa điểm A và đi đến địa điểm B. Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Biết quãng đường AB dài 60 km, tính vận tốc của mỗi xe. (Giả định rằng vận tốc mỗi xe là không đổi trên toàn bộ quãng đường AB.)

2) Quả bóng đá thường được sử dụng trong các trận thi đấu dành cho trẻ em từ 6 tuổi đến 8 tuổi có dạng một hình cầu với bán kính bằng 9,5 cm. Tính diện tích bề mặt của quả bóng đó (lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Bài III *(2,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + \dfrac{12}{y+2} = 5 \\ 3x - \dfrac{4}{y+2} = 2 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1) = -3$.

Bài IV *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông cân tại đỉnh A. Gọi E là một điểm bất kỳ trên tia CA sao cho điểm A nằm giữa hai điểm C và E. Gọi M và H lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng BC và BE.

1) Chứng minh tứ giác $AMBH$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $BC.BM = BH.BE$ và HM là tia phân giác của góc AHB.

3) Lấy điểm N sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AN. Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EN và AB. Chứng minh ba điểm H, K, M là ba điểm thẳng hàng.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với các số thực không âm x và y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

………………… Hết …………………

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Giải chi tiết đề thi vào 10 môn Toán Sở Giáo Dục Hà Nội

Nguyễn Duy Khương - Bùi Hồng Hạnh

1 Câu I

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0; x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B<\dfrac{3}{2}$

Lời giải.

1) Với $x=9$ (TMĐK) ta có: $A=\dfrac{3.\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{9}{5}$

2)
$$B=\frac{x+4}{x-4}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$
với $x\geq 0; x\neq 4$
$$B=\frac{x+4-2(\sqrt{x}+2)}{x-4}$$
$$B=\frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$$
$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\text{ (ĐPCM)}$$

3)
$$\text{Ta có: } A-B<\frac{3}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}<\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} < \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 6$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq x < 36$$

Mà x là số nguyên dương lớn nhất, do đó $x = 35$ (TMĐK)

2 Câu II

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

   Một ô tô và xe máy cùng khởi hành từ địa điểm A và địa điểm B. Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là $20km/h$ nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Biết quãng đường AB dài $60km$, tính vận tốc mỗi xe

2) Quả bóng thường được sử dụng trong các trận thi đấu dành cho trẻ em từ 6 tuổi đến 8 tuổi có dạng một hình cầu với bán kính bằng $9,5cm$. Tính diện tích bề mặt của quả bóng ($\pi \approx 3,14$)

Lời giải.

1) Gọi vận tốc của xe máy là x (km/ giờ) ($x > 0$)

   Vận tốc của ô tô là $x + 20$ (km/ giờ)

   Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{60}{x}$ (giờ)

   Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{60}{x+20}$

   Đổi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ .

   Theo đề, ô tô đến sớm hơn xe máy 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+20} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{60(x+20)-60x}{x(x+20)} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2+20x-2400=0$$

$$\Leftrightarrow (x-60)(x+40)=0$$

$$\Leftrightarrow x=60 \text{ (thỏa mãn) hoặc } x=-40 \text{ (loại)}$$

2) Có $R=9{,}5cm$. Diện tích bề mặt của quả bóng là

$$S=4\pi R^2 = 4.3,14.9,5^2 = 1133,54(cm^2)$$

3 Câu III

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+\dfrac{12}{y+2} &= 5 \\ 3x+\dfrac{4}{y+2} &= 2 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng Oxy, cho (P): $y=x^2$ và (d): $y=2x+m^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả giá trị m để (d) vắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)=-3$

Lời giải.

1) $\begin{cases} 2x+\dfrac{12}{y+2} &= 5 \\ 3x-\dfrac{4}{y+2} &= 2 \end{cases}$ (Điều kiện: $y \neq -2$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x &= 1 \\ \dfrac{1}{y+2} &= \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x &= 1 \\ y &= 2 \text{ (tmđk)} \end{cases}$$

2) a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có:

$$x^2 - 2x - m^2 = 0(1)$$

$\Delta' = 1 + m^2 > 0$ với mọi m. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệu với mọi m.

Suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m

b) Hệ thức Vi - ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 &= 2 \\ x_1.x_2 &= -m^2 \end{cases}$

Ta có: $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = -3$

$$\Leftrightarrow x_1.x_2 + (x_1 + x_2) + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow m = -\sqrt{6} \text{ hoặc } m = \sqrt{6}$$

Vậy $m \in \left\{-\sqrt{6}; \sqrt{6}\right\}$ thì thõa mãn yêu cầu đề bài.

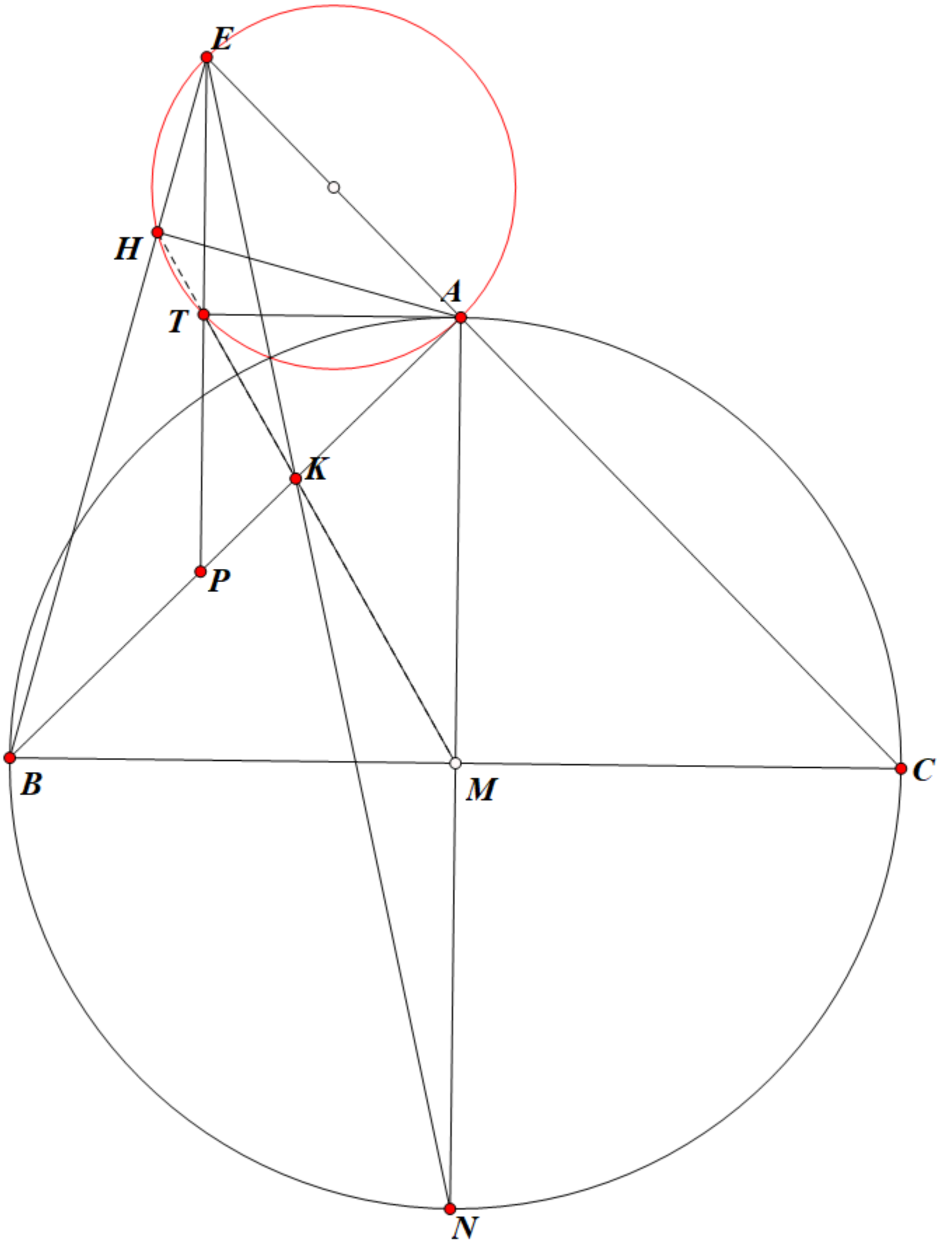
4 Bài IV

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. E là 1 điểm bất kì trên tia CA sao cho A nằm giữa C, E. Gọi M, H là hình chiếu của A lên BC, BE.

1) Chứng minh rằng tứ giác $AMBH$ nội tiếp.

2) Chứng minh rằng: $BC.BM = BH.BE$ và HM là tia phân giác góc AHB.

3) Lấy N là trung điểm của đoạn thẳng AN. $EN \cap AB = K$. Chứng minh rằng: H, K, M thẳng hàng.



Lời giải.

1) Ta có: $\widehat{AHB} = \widehat{AMB} = 90°$. Do đó: $AHBM$ nội tiếp đường tròn đường kính AB.

2) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC và ABE ta có: $BH.BE = BA^2 = BM.BC$. Tứ giác $AHBM$ nội tiếp dẫn đến: $\widehat{BHM} = \widehat{BAM} = 45° = \widehat{BAM} = \widehat{MHA}$ do đó: HM là phân giác góc BHA.

3) Ta gọi đường thẳng qua E vuông góc BC cắt AB tại P. Ta có: P là trực tâm của tam giác EBC. Do đó tam giác EPA đồng dạng tam giác BAC theo trường hợp góc góc. Chú ý rằng gọi T là trung điểm EP thì: T,K,M thẳng hàng(do tam giác ETK đồng dạng NMK theo trường hợp c.g.c).

Ta quy về chứng minh rằng: H,T,K thẳng hàng là hoàn tất chứng minh.

Ta có: $EHTA$ là tứ giác nội tiếp (do EAP cân tại A mà T là trung điểm EP dẫn đến: $\angle ATE = 90^\circ$) vậy suy ra: $\widehat{THA} = \widehat{PEA} = 45^\circ = \widehat{KHA}$ suy ra: H,T,K thẳng hàng.

Vậy tóm lại H,T,K,M thẳng hàng dẫn đến điều cần chứng minh.

Nhận xét. Ban đầu sẽ có khá nhiều bạn đi chứng minh bằng tỉ số, tuy vậy cách này có rủi ro khá lớn khi thời gian là ít.

5 Bài V

Cho x,y không âm và thỏa mãn: $x^2+y^2=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+2y$.

Lời giải 1. Dễ thấy rằng: $0 \le x,y \le 2$.

Ta có: $P = x + 2\sqrt{4-x^2}$. Ta chứng minh rằng: $P \ge 2$.

Thật vậy: $P \ge 2 \Leftrightarrow x-2+\dfrac{2(4-x^2)}{\sqrt{4-x^2}} \ge 0 \Leftrightarrow (x-2)\left(1-\dfrac{2(x+2)}{\sqrt{4-x^2}}\right) \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{2(x+2)}{\sqrt{4-x^2}} \ge 1 \Leftrightarrow$ $2(x+2) \ge \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow 4(x^2+4x+4) \ge 4-x^2 \Leftrightarrow (x+2)(5x+6) \ge 0$(đúng do $x>0$).

Vậy $MinP = 2$. Dấu bằng đạt tại $x=2$ và $y=0$.

Lời giải 2. Ta có: $P^2 = x^2+4y^2+4xy = 4+3y^2+4xy$. Do đó: $P \ge 4+0+0 = 4$(bởi $x,y \ge 0$). Để ý rằng $P \ge 0$ dẫn đến: $P \ge 2$. Vậy $MinP = 2$ khi $x=2, y=0$.