

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$.

2. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

a) Vẽ (P) .

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 12 = 0$.

$$b) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

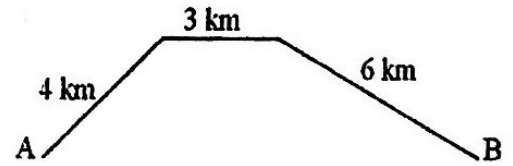
2. Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$.

Bài 3: (1,5 điểm)

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6 km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12 km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc của người đó.



Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O, R) và điểm S nằm bên ngoài đường tròn, $SO = d$. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Trong trường hợp $d = 2R$, tính độ dài đoạn thẳng AB theo R .

c) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O . Đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại D (khác C). Hai đường thẳng AD và SO cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $SM^2 = MD \cdot MA$.

d) Tìm mối liên hệ giữa d và R để tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 5: (1,0 điểm) Cho x là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$$

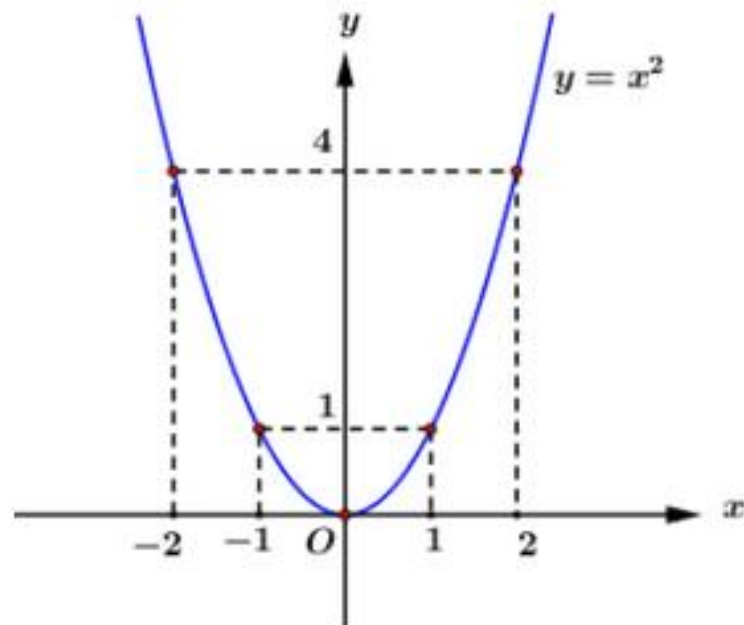
HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài 1 (2,0 điểm):**Cách giải:****1) Thực hiện phép tính $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$** Ta có: $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9} = 7.4 + 2.3 = 34$.**2) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P)****a) Vẽ (P)**Parabol (P): $y = x^2$ có bề lõm hướng lên và nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

 \Rightarrow Parabol (P): $y = x^2$ đi qua các điểm $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(2; 4)$.Đồ thị Parabol (P): $y = x^2$:**b) Bằng phép tính tìm tọa độ giao điểm giữa (P) và đường thẳng (d): $y = -x + 2$.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và đường thẳng (d) ta được:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

Ta có: $a+b+c=1+1-2=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{c}{a}=-2 \end{cases}$

Với $x=1$ ta có $y=1^2=1$.

Với $x=-2$ ta có $y=(-2)^2=4$.

Vậy đồ thị (P) cắt (d) tại hai điểm $(1;1), (-2;4)$.

Bài 2 (2,0 điểm):

Cách giải:

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 12 = 0$

Phương trình $x^2 + x - 12 = 0$ có:

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49 > 0$$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2} = -4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{3; -4\}$.

b) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x + 6y = 8 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -7y = -11 \\ x = 4 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{7} \\ x = \frac{-5}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\left(\frac{-5}{7}; \frac{11}{7}\right)$.

2. Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$ có: $\Delta' = (m+2)^2 - m^2 - 7 = 4m - 3$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$.

Vậy với $m > \frac{3}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$.

Với $m > \frac{3}{4}$, theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 4 \\ x_1x_2 = m^2 + 7 \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned}
x_1^2 + x_2^2 &= x_1x_2 + 12 \\
\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 &= x_1x_2 + 12 \\
\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 12 &= 0 \\
\Leftrightarrow (2m + 4)^2 - 3(m^2 + 7) - 12 &= 0 \\
\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 3m^2 - 21 - 12 &= 0 \\
\Leftrightarrow m^2 + 16m - 17 &= 0
\end{aligned}$$

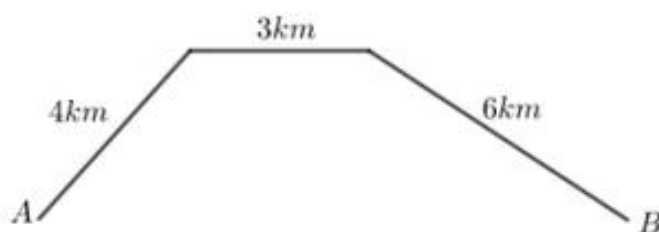
Ta có $a + b + c = 1 + 16 - 17 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} m = 1 \text{ (tm)} \\ m = \frac{c}{a} = -17 \text{ (ktm)} \end{cases}$

Vậy $m = 1$.

Bài 3 (1,5 điểm):

Cách giải:

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và vận tốc lúc xuống dốc của người đó.



$$\text{Đổi } 130 \text{ phút} = \frac{13}{6} \text{ (h)}$$

Gọi vận tốc lúc lên dốc của người đó là x (km/h) ($x > 0$). Thì vận tốc lúc xuống dốc là $x + 5$ (km/h).

Thời gian lúc lên dốc, xuống dốc trên quãng đường 4km lần lượt là: $\frac{4}{x}$ (h) và $\frac{4}{x+5}$ (h).

Thời gian lúc đi trên quãng đường 3km là $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (h)

Thời gian lúc lên và xuống dốc trên quãng đường 6km lần lượt là: $\frac{6}{x}$ (h) và $\frac{6}{x+5}$ (h).

Tổng thời gian đi từ A đến B là: $\frac{4}{x} + \frac{1}{4} + \frac{6}{x+5}$ (h)

Tổng thời gian đi từ B đến A là: $\frac{6}{x} + \frac{1}{4} + \frac{4}{x+5}$ (h)

Tổng thời gian cả đi cả về là bằng $\frac{13}{6}h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{x} + \frac{1}{4} + \frac{6}{x+5} + \frac{6}{x} + \frac{1}{4} + \frac{4}{x+5} = \frac{13}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{1}{2} + \frac{10}{x+5} = \frac{13}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10(x+x+5)}{x(x+5)} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+5}{x(x+5)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 6(2x+5) = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

Ta có $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-30) = 169 = 13^2 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

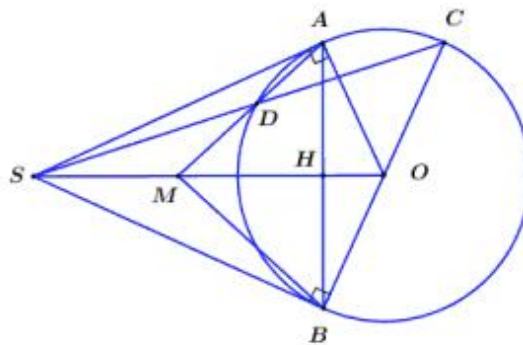
$$\begin{cases} x = \frac{7+13}{2} = 10 \text{ (tm)} \\ x = \frac{7-13}{2} = -3 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h và vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h.

Bài 4 (3,5 điểm):

Cách giải:

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm S nằm bên ngoài đường tròn, $SO = d$. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).



a) Chứng minh rằng 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc một đường tròn.

Tứ giác $SAOB$ có: $\angle SAO + \angle SBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $SAOB$ nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

Suy ra 4 điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Trong trường hợp $d = 2R$, tính độ dài đoạn thẳng AB theo R .

Gọi H là giao điểm giữa AB và SO

Có SA, SB là hai tiếp tuyến cắt nhau nên $SA = SB \Rightarrow S$ thuộc trung trực của AB .

$OA = OB = R$ nên O thuộc trung trực của AB .

$\Rightarrow SO$ là trung trực của AB

$\Rightarrow AB \perp SO$ và H là trung điểm của AB .

Tam giác SAO vuông tại A nên $SA = \sqrt{SO^2 - OA^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$

Tam giác SAO vuông tại A có: $AH \perp SO$ nên $AH = \frac{SA \cdot AO}{SO} = \frac{R\sqrt{3} \cdot R}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$

Vậy $AB = 2AH = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}R = R\sqrt{3}$.

c) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O . Đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại D (khác C). Hai đường thẳng AD và SO cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $SM^2 = MD \cdot MA$.

Tứ giác $SAOB$ nội tiếp (cmt) nên $\angle ASO = \angle ABO = \angle ABC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AO).

Trong (O) có: $\angle ADC = \angle ABC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Mặt khác $\angle SDM = \angle ADC$ (hai góc đối đỉnh)

Suy ra $\angle ASO = \angle ACD \Rightarrow \angle MSA = \angle SDM$.

Xét $\triangle SMD$ và $\triangle AMS$ có: $\begin{cases} \angle SMD = \angle SMA \\ \angle SDM = \angle MSA \text{ (cmt)} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle SMD \sim \triangle AMS$ (g.g) $\Rightarrow \frac{SM}{AM} = \frac{MD}{SM} \Rightarrow SM^2 = MD \cdot MA$ (dpcm).

d) Tìm mối liên hệ giữa d và R để tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 5 (1,0 điểm):

Cách giải:

Cho x là số thực bất kì. Tìm GTNN của biểu thức: $T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$

Áp dụng BĐT Co-si ta có:

$$\frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{(x^2 + 3) + 4}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 3}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x^2 + 3} \cdot \frac{4}{\sqrt{x^2 + 3}}} = 2\sqrt{4} = 4$$

$$\text{Đặt: } a = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$$

$$\Rightarrow T = a + \frac{1}{a} = \left(\frac{a}{16} + \frac{1}{a} \right) + \frac{15a}{16}$$

$$\geq 2 \cdot \sqrt{\frac{a}{16} \cdot \frac{1}{a}} + \frac{15 \cdot 4}{16} = \frac{1}{2} + \frac{15}{4} = \frac{17}{4}$$

(Bất đẳng thức cô-si)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \frac{a}{16} = \frac{1}{a} \\ a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7 = 4\sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow (x^2 + 7)^2 = 16(x^2 + 3)$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 14x^2 + 49 = 16x^2 + 48$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Vậy } \min T = \frac{17}{4} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$