UBND THỊ XÃ HOÀNG MAI **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THỊ XÃ LỚP 9** **Năm học 2022-2023**
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi gồm 01 trang)*	**Môn: TOÁN** *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu 1. ***(4,0 điểm)***

1. Tính giá trị biểu thức:

$B = \frac{1}{(a+b)^3}\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}\right)+\frac{3}{(a+b)^4}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+\frac{6}{(a+b)^5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right),$

Với a, b là các số thực thỏa mãn điều kiện ab = 1; (a + b) ≠ 0.

2. Cho biểu thức: $A=(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{3x+3}{9-x}):(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-1)$

Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Câu 2. ***(3,5 điểm)***

1. Cho ba số nguyên tố lớn hơn 3, gồm: $a;\ a+k;\ a+2k$. Chứng minh rằng k chia hết cho 6.

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 4x + 7y - 2xy = 17

Câu 3. ***(4,0 điểm)*** Giải các phương trình sau:

1. $x^2-6x+26=6\sqrt{2x+1}$
2. $(x^2+3x-4)^2+3(x^2+3x-4)=x+4$

Câu 4. ***(7,0 điểm)***

1. Cho tam giác *ABC* có 3 góc nhọn, vẽ đường cao *AD* và *BE*. Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC*.

a) Chứng minh: $AD.DH=DB.DC$ và $tanB.tanC=\frac{AD}{HD}$

b) Gọi *a, b, c* lần lượt là độ dài các cạnh *BC, CA, AB* của tam giác *ABC*.

Chứng minh rằng: $\sin\frac{A}{2}\le\frac{a}{2\sqrt{bc}}$

2. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm di động trên đường thẳng BC (M khác B, C). Hình chiếu của M trên các đường thẳng AB và AC tương ứng là H và K. Gọi I là giao điểm các đường thẳng CH và BK. Chứng minh rằng các đường thẳng MI luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. ***(1,5 điểm)***

Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c sao cho thỏa mãn hệ thức

$$20bc+11ac+1982ab=2022.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức. $M=\frac{1993}{p-a}+\frac{2002}{p-b}+\frac{31}{p-c}$

(trong đó, p là nửa chu vi tam giác ABC)

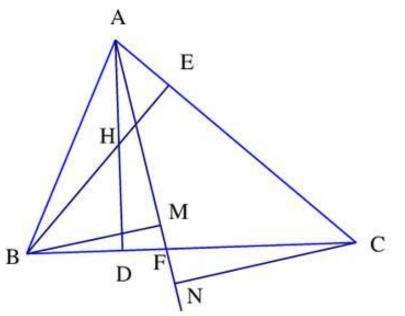
--- Hết ---

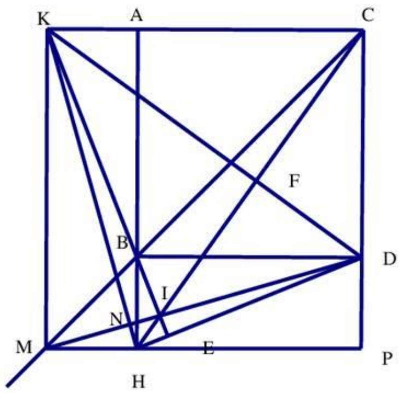
(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:……………..

UBND THỊ XÃ HOÀNG MAI **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**HƯỚNG DẪN CHẤM** **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THỊ XÃ** **LỚP 9** **Năm học 2022-2023**
(Đáp án gồm 04 trang)	**Môn: TOÁN**

Câu	**Nội dung**	**Điểm**
Câu 1		
1.1 (2,0 điểm)	Ta có $P=\frac{a^3+b^3}{(a+b)^3}+\frac{3(a^2+b^2)}{(a+b)^4}+\frac{6}{(a+b)^4}$ (do a.b = 1) $=\frac{(a^3+b^3)(a+b)+3(a^2+b^2)+6}{(a+b)^4}$ $=\frac{[(a+b)^3-3ab(a+b)](a+b)+3[(a+b)^2-2ab]+6}{(a+b)^4}=1$ $(do\ ab=1)$ Vậy P = 1	0,5đ 0,5đ 0,75 0,25
1.2 (2,0 điểm)	ĐKXĐ: x ≥ 0; x ≠ 9 $A=(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{3x+3}{9-x}):(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-1)$ Rút gọn được: $A=\frac{-3}{\sqrt{x}+3}$ Với x ≥ 0, ta có: $\sqrt{x}+3\ge 3\Rightarrow\frac{3}{\sqrt{x}+3}\le\frac{3}{3}=1\Rightarrow A=\frac{-3}{\sqrt{x}+3}\ge -1$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x = 0 (TMĐK) Vậy GTNN của A là -1 khi x = 0. (Nếu HS sai hoặc thiếu điều kiện trừ 0,25đ)	0,25 0,75 0,5 0,5
Câu 2		
2.1 (2,0 điểm)	Ta có $a+k-a=k$ là số tự nhiên chẵn, do đó k chia hết cho 2. Giả sử k không chia hết cho 3. Khi đó $k=3n+1$ hoặc $k=3n+2$ ($n\in N$). Vì a là số nguyên tố lớn hơn 3 nên hoặc $a=3t+1$ hoặc $a=3t+2$ $(t\in N^*)$. + Với $a=3t+1$ $(t\in N^*)$. Nếu $k=3n+1$ thì $a+2k=3t+6n+3\ \vdots\ 3$, và $a+2k>3$ nên $a+2k$ không là số nguyên tố (trái gt). Nếu $k=3n+2$ thì $a+k=3t+3n+3\ \vdots\ 3$ và $a+k>3$ nên $a+k$ không là số nguyên tố (trái gt). + Với $a=3t+2$ $(t\in N^*)$. Nếu $k=3n+1$ thì $a+k=3t+3n+3\ \vdots\ 3$ và $a+k>3$ nên $a+k$ không là số nguyên tố (trái gt). Nếu $k=3n+2$ thì $a+2k=3t+6n+6\ \vdots\ 3$ và $a+2k>3$ nên $a+2k$ không là số nguyên tố (trái gt). Chứng tỏ k chia hết cho 3 và chia hết cho 2 nên k chia hết cho 6	0,5đ 0,5đ 0,75đ 0,25đ
2.2 (1,5 điểm)	$4x+7y-2xy=17$ $\Leftrightarrow(2-y)(2x-7)=3$ Do x,y nguyên nên có 4 cặp (x,y) thỏa mãn là: (4;-1); (5;1); (2;3); (3;5).	1,0 0,5
Câu 3		

3.1 **(2,0 điểm)**	Giải phương trình: $x^2 - 6x + 26 = 6\sqrt{2x+1}$ ĐK: $x \geq -\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow (x^2 - 8x + 16) + \left(2x + 1 - 6\sqrt{2x+1} + 9\right) = 0$ $\leftrightarrow (x-4)^2 + (\sqrt{2x+1} - 3)^2 = 0 \quad (1)$ Vì $(x-4)^2 \geq 0$ *với mọi* x; $(\sqrt{2x+1} - 3)^2 \geq 0$ *với mọi* $x \geq -\frac{1}{2}$ (1) $\leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ \sqrt{2x+1} = 3 \end{cases}$ $\leftrightarrow$ x = 4 (T/M) Vậy S = {4}	0,25 0,5 0,5 0.5 0,25
3.2 **(2,0 điểm)**	Viết phương trình về dạng $(x^2 + 3x - 4)^2 + 4(x^2 + 3x - 4) = x^2 + 4x$ $[(x^2 + 3x - 4)^2 - x^2] + 4[(x^2 + 3x - 4) - x] = 0$ $(x^2 + 2x - 4)(x^2 + 4x) = 0$ $x \in \left\{-1 \pm \sqrt{5}; 0; -4\right\}$	0,5 0,5 1
Câu 4		
4.1 **(4,0 điểm)**	 a) Xét 2 tam giác vuông ADC và BDH có góc $\angle$DAC = $\angle$DBH (vì cùng phụ với góc C) nên ta có : $\Delta ADC \sim \Delta BDH \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{DC}{DH} \Rightarrow AD.DH = DB.DC$ (*) Ta có tanB = $\frac{AD}{BD}$; tanC = $\frac{AD}{DC}$ $\Rightarrow$ tanB.tanC = $\frac{AD^2}{BD.DC}$ (1) Từ (*) $\Rightarrow \frac{AD^2}{BD.DC} = \frac{AD}{HD}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $\tan B.\tan C = \frac{AD}{HD}$ b) Gọi AF là tia phân giác góc A; kẻ BM, CN lần lượt vuông góc với AF Ta có: $BM = c.\sin\frac{A}{2}$ Tương tự $CN = b.\sin\frac{A}{2}$ do đó $BM + CN = (b+c).\sin\frac{A}{2}$ Mặt khác ta luôn có: $BM + CN \leq BF + FC = BC = a$ Nên $(b+c).\sin\frac{A}{2} \leq a \Rightarrow \sin\frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c} \leq \frac{a}{2\sqrt{b.c}}$ Dấu "=" xảy ra khi: BM = CN hay tam giác ABC cân tại A. Vậy: $\sin\frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$	0,5 1 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

4.2 (3,0 điểm)	Gọi D là điểm đối xứng của A qua BC. Đường thẳng DI cắt KH tại N. Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng HM và DC. Chứng minh được $\Delta BHD = \Delta AKB(c.g.c)$ Vì $(BD = BA, \hat{A} = \hat{B} = 90^0, BH = HM = AK)$ do đó $\widehat{BHD} = \widehat{BKA}$ suy ra BK vuông góc với HD (tại E). Tương tự ta chứng minh được CH vuông góc KD (tại F). Nên I là trực tâm tam giác HDK, do đó DI vuông góc với KH tại N (1) Mặt khác: $\Delta PDM = \Delta MHK(c.g.c)$ Vì $(MP = MK, \hat{P} = \widehat{M} = 90^0, DP = BH = HM)$ Do đó $\widehat{PMD} = \widehat{MKH}$ suy ra MD vuông góc với KH (2) Từ (1) và (2) suy ra M, I, D thẳng hàng, nghĩa là đường thẳng MI luôn đi qua điểm D cố định. 	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5		
(1,5 điểm)	Hs chứng minh được BĐT: với x, y là các số thực dương thì: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y$ Ta có: $M = \frac{1993}{p-a} + \frac{2002}{p-b} + \frac{31}{p-c}$ $= 1982\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b}\right) + 11\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-c}\right) + 20\left(\frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c}\right)$ $\geq 1982.\frac{4}{p-a+p-b} + 11.\frac{4}{p-a+p-c} + 20.\frac{4}{p-b+p-c}$ $= 4\left(\frac{1982}{c} + \frac{11}{b} + \frac{20}{a}\right) = 4.\frac{1982ab + 11ac + 20bc}{abc} = 4.\frac{2022abc}{abc}$ $= 8088$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} p-a = p-b = p-c \\ 20bc + 11ac + 1982ab = 2022abc \end{cases}$ Hay là: $a = b = c = \frac{671}{674}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 8088 đạt được khi $a = b = c = \frac{671}{674}$	0,5 0,5 0,5

……… **Hết** ………

Chú ý: Học sinh có cách trình bày khác hợp lý, kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa. Điểm thành phần giám khảo tự phân chia, thống nhất trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.